

Massimi e minimi di funzioni su curve e superfici

Prendiamo la funzione $f(x,y) := x^2y - y^2$

cerchiamo massimi e minimi di f su

$$S^1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$$

Scegliamo una parametrizzazione di S^1

$$\gamma: [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

$$\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$$

γ è una curva regolare il cui sostegno γ è esattamente S^1 .

Cercare i pts di max e min di f su S^1
corrisponde a cercare i valori max e min di

$$f \circ \gamma(t) = f(\cos t, \sin t)$$

se t è un punto di max o minimo per $f \circ \gamma$

$\Rightarrow (\cos t, \sin t) \in S^1$ è un punto di max o min (rispettivamente) per f su S^1

Nell'esempio specifico $f(\gamma(t)) = \cos^2 t \sin t - \sin^2 t$
cerca i pts critici di questa funzione su $(0, 2\pi)$

$$\frac{d}{dt} f(\gamma(t)) = -2\cos t (\sin t)^2 + (\cos t)^2 \cos t - 2\sin t \cos t$$

