



ORALE 1: (MATEMATICA)

DEFINIZIONE DI INTEGRABILITA' SECONDO RIEMANN?

$$f(x,y): [a,b] \times (c,d] \rightarrow \mathbb{R} \quad F^+ = \text{sup}$$

COS'E' LA PARTIZIONE DI UN RETTANGOLO?

NOTIONE DI INTEGRALE IMPROPRIO?

FUNZIONE LIMITATA SU INSIEME ILLIMITATO o FUNZIONE ILLIMITATA SU INSIEME LIMITATO

$$E \subseteq \mathbb{R}^n, f: E \rightarrow \mathbb{R}, \int_E f(x) dx$$

SERIE DI FOURIER?

SERIE DI FUNZIONI?

COSA DOBBIAMO FARE PER ANALIZZARE UNA SERIE DI FUNZIONI?

PARLARE DELLE NOZIONI DI CONVERGENZA DELLE SERIE.

PARLARE DELLE SUCCESSIONI DI FUNZIONI.

CONVERGERE UNIFORMEMENTE QUANDO LA SOMMA PARTIALE

ORALE 2: (MATEMATICA)

PARLARE DELLE SERIE DI FUNZIONI (CONVERGENZA).

SE LE f_n SONO INTEGRABILI SU $[a,b]$ E CONVERGONO AD UNA CERTA FUNZIONE,

COME SI COMPORTA L'INTERA SERIE? (DIMOSTRAZIONE DELLA PROPRITA')

SCRIVI LA DEF. DI CONVERGENZA UNIFORME.

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon \in \mathbb{N} : \forall n \geq N_\varepsilon |f_n - f| < \varepsilon \quad \forall x \in [a,b]$$

$$f_{n-\varepsilon} \leq f \leq f_{n+\varepsilon}, \exists \varphi, \phi \text{ semplici} : \varphi \leq f_n \leq \phi, \int \varphi dx - \int \phi dx \leq \varepsilon$$

VUOLIAMO DIMOSTRARE CHE f E' INTEGRABILE

$\Rightarrow \varphi - \varepsilon \leq f \leq \phi + \varepsilon$ ADESSO PROVIAMO AD INTEGRARE LA DIFFERENZA

$$\int (\phi + \varepsilon) dx - \int (\varphi - \varepsilon) dx = \int (\phi - \varphi + 2\varepsilon) dx \leq \varepsilon + (b-a)(2\varepsilon)$$

FACCIAMO VEDERE ADESSO LA PROPRITA' $\sum_{n=0}^{+\infty} f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x)$

$$\int_a^b |f_n - f| \leq 2(b-a) \quad (\text{SBAVIATO PENSO})$$

PERCHE' NON BASTA LA CONVERGENZA PUNTUALE?

IL VALORE ASSOLUTO DELL'INTEGRALE NON E' CONTINUATO UNIFORMEMENTE

QUINDI CI SONO ESEMPLI PER CUI

ESEMPIO DI FUNZIONE CHE CONVERGE PUNTUALMENTE MA NON UNIFORMEMENTE

(CONEGATO ALLA DOMANDA PRECEDENTEMENTE)

$$f_n(x) = x^n \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{per } x \in [0,1) \\ 1 & \text{per } x = 1 \end{cases}$$

Calcoliamo $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \Big|_{x=0}^{x=1} = \frac{1}{n+1}$

Mi fai un altro esempio... (Riascoltare)

Ascoltare

Funzioni il cui integrale fa sempre 1 ma (Ascoltare)

Disegna int. $[0,1] \rightarrow$ Area 1 ma al crescere di n tende alla funzione nulla

$$f_n = \begin{cases} 1 & 0 < x < \frac{1}{n} \\ 0 & \frac{1}{n} < x < 1 \end{cases} \quad \text{ma per area 1} \rightarrow f_n(x) = \begin{cases} n & 0 < x < \frac{1}{n} \\ 0 & \frac{1}{n} < x < 1 \end{cases}$$

Eq. lin. a coeff. costanti del secondo ordine omogenee, come si affrontano?

Scrivi l'equazione generica: $u'' + \beta u' + \alpha u = 0$

Troviamo il pol. caract., troviamo le radici λ_1, λ_2

Quali sono i casi? $\lambda_1 \neq \lambda_2$ reali distinte, $\lambda_1 = \lambda_2$, per soluzioni complesse

conjugate

Comp. conjug. con $\mu=2$ non le abbiamo sicuramente

Vogliamo soluzioni reali $\rightarrow$ parte reale da una tipologia mentre equazione

complessa un'altra

Parlare del teorema di Schwarz:

$F: A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $\bar{x} \in A$, $\exists B_\delta(\bar{x}) \subseteq A$, muoviamo $(h,k): (x_2+h, x_2+k) \in A$

$$H(h,k) = F(\bar{x}_2+h, \bar{x}_2+k) - F(\bar{x}_2+h, \bar{x}_2) - F(\bar{x}_2, \bar{x}_2+k) + F(\bar{x}_2, \bar{x}_2)$$

$$f(t) = \dots \quad H(h,k) = f \dots$$

Orate 3 (matematica):

Notione di integrale?

Qualche proprietà dell'integrale di Riemann?

$$\left| \int_R f(x,y) dy \right| \leq \int_R |f(x,y)| dx dy \rightarrow \text{valore assoluto}$$

$$\text{linearità} \rightarrow \int_R \alpha f(x,y) + \beta g(x,y) dx dy = \alpha \int_R f(x,y) dx dy + \beta \int_R g(x,y) dx dy$$

$\max(f,g) := \max(f(x), g(x))$ è Riemann integrabile

Parlare di altri integrali impropri.

Teorema del Dini (2) + dimostrazione

Enunciato OK Dim OK.

SE $f \in C^2$ MA DERIVABILE COI NOME SECONDA VARIABILE, CHE PROBLEMA TRIVIALE,
 COSA POSSIAMO DIRE?

ORALE 4: (MATEMATICA)

COME TROVARE I PUNTI DI MASSIMO E DI MINIMO? COME SONO DEFINITI I PUNTI DI MASSIMO/MINIMO ASSOLUTO E RELATIVO

PAUZIAMO MASSIMO/MINIMO VINCOLOTTI. PAUZIAMO DALLA DEFINIZIONE DI VINCOLO

PARLA POI DEL TEOREMA DEI MOLTIPLICATORI DI LAGRANGE.

Conti su esempio: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x - y + z = 0$

$\uparrow$ $\uparrow$

1° vincolo 2° vincolo $\rightarrow$ piano che passa per origine

INTERSEZIONE E' UNA CIRCONFERENZA (MASSIMA)

Prendiamo la funzione $f = x + 2y + z$

Impostiamo il sistema scrivendo la Lagrangiana

Come facciamo a capire quale dei punti è massimo o minimo

SOSTITUENDO E CONFRONTANDO

SE LE FUNZIONI SONO DERIVABILI (SUCCESIONI) ANCHE COSA POSSIAMO DIRE?

COSA SIGNIFICA CHE C^2 È UNO SPAZIO COMPLETO?

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n \in \mathbb{N} > 0 : \forall n, m > n \varepsilon : \|f_n - f_m\| + \|f'_n - f'_m\| < \varepsilon$$

$f_n \rightarrow f$ UNIFORMEMENTE, $f'_n \rightarrow g$ UNIFORMEMENTE, ALLORA

$$f \in C^1([a, b]) \Leftrightarrow f_n' = f$$

COME SI DIMOSTRA QUESTO TEOREMA?

Se una funzione è differenziabile, come si dimostra che è continua?

ORALE 5:

•
•
•
•
•

PARLARE DELLO SPAZIO DELLE FUNZIONI CONTINUE E LIMITATE

 $C_b(E)$

URALE 6:

PARLARE DELLE SERIE DI FOURIER

Prendiamo la funzione $f(x) = x$, la sua serie di Fourier

CONVERGE UNIFORMEMENTE LA SERIE DI FOURIER AD $f(x)$

POSSIAMO DEFINIRE LA SUA ESTENSIONE 2π PERIODICA MA ABBIAMO PROBLEMI DI CONTINUITA'

Calcoliamo i coefficienti di Fourier per la funzione:

DIMOSTRAZIONE DEL PROBLEMA DI CAUCHY.