

Eq. diff. a var. Sep.

$$y'(t) = a(t) \cdot b(y(t))$$

a, b funzioni continue.

METODO RISOLUTIVO

STEP 1) Soluzioni stazionarie
(Soluzioni costanti)

$$\underline{y(t) = y_0} \quad y'(t) = 0$$

$$\hookrightarrow b(y_0) = 0$$

STEP 2) ^{→ anal. eq.} Soluzioni non stazionarie

$$b(y) \neq 0 \quad y'(t) = a(t) \cdot b(y)$$



$$\frac{y'(t)}{b(y)} = a(t)$$

STEP 3) Caso Particolare

$$\text{Se } b(y) = 1 \quad y'(t) = a(t)$$

$$y(t) = ?$$

$$y(t) = \int y'(t) dt = \int a(t) dt$$

$$= A(t) + c$$

$$\frac{y'(t)}{b(y(t))} = a(t) \quad y(t) = ?$$

Derivata f compos

$$\frac{d g(f(x))}{dx} = g'(f(x)) f'(x)$$

Step 3) INTEG.

$$\int \frac{y'(t)}{b(y)} dt = \int a(t) dt$$

$\Downarrow$ $y(t) = \gamma$ cambio variabili sub

$$dy = y'(t) dt \Rightarrow \frac{dy}{dt} = y'(t)$$

$$\int \frac{1}{b(y)} dy = \int a(t) dt$$

$$\underline{y'} = y^2 t^2$$

y' continuous perché
uguale moltiplicato di due f.
continue.

$$y = ? \quad a(t) = t^2 \quad b(y) = y^2$$

STEP 1) Sol. Stas.

$$y(t) = y_0 \Rightarrow y(t) = 0$$

Step 2) "separo" eq.

$$\frac{y'}{y^2} = t^2$$

$$\int \frac{y'}{y^2} dt = \int t^2 dt$$

$$y' \cdot dt = dy \Leftrightarrow \frac{dy}{dt} = y'$$

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \int t^2 dt \Rightarrow \frac{1}{y} + C =$$

$$= \frac{1}{3} t^3 + C_2 \Rightarrow \frac{-1}{y} = \frac{1}{3} t^3 + k$$

$k = C_2 - C_1$

$$-1 = y \left(\frac{1}{3} t^3 + k \right)$$

$$-1 = y \left(\frac{1}{3} t^3 + k \right)$$

$$y = \frac{-1}{\left(\frac{1}{3} t^3 + k \right)} \quad \forall k \in \mathbb{R} \setminus$$

$$\begin{cases} y' = y - y^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Problema di Cauchy
è nella forma

$$y'(t) = a(t) \cdot b(y(t))$$

$$a(t) = 1$$

$$b = 2$$

$$y' = y(1-y)$$

Posso applicare il metodo

Step 1 Sol. staz.

$$y - y^2 = 0$$

$$y(1-y) = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 1$$

$$y(t) = 0$$

$$y(t) = 1$$

Step 2 Coulin's Eq

$$y' = y - y^2$$

$$\frac{y'}{y - y^2} = 1$$

$$\int \frac{y' dt}{(y - y^2)} = \int$$

$$y' = \frac{dy}{dt} \equiv y' dt = dy$$

$$\int \frac{dy}{(y - y^2)} = t$$

ES.

$$\iint \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$$

$$\Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{array}{l} 0 \leq y \leq x^2 \\ 1 \leq x \leq ? \end{array} \right\}$$

ogni
disuguaglianza è
una
equazione.



$$y = x^2$$

$$x = 1$$

$$x = 2$$

$$y = 0$$

$$\iint \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy =$$

$$= \int_1^2 dx \int_0^{x^2} \frac{x}{x^2 + y^2} dy$$

← h(x)

