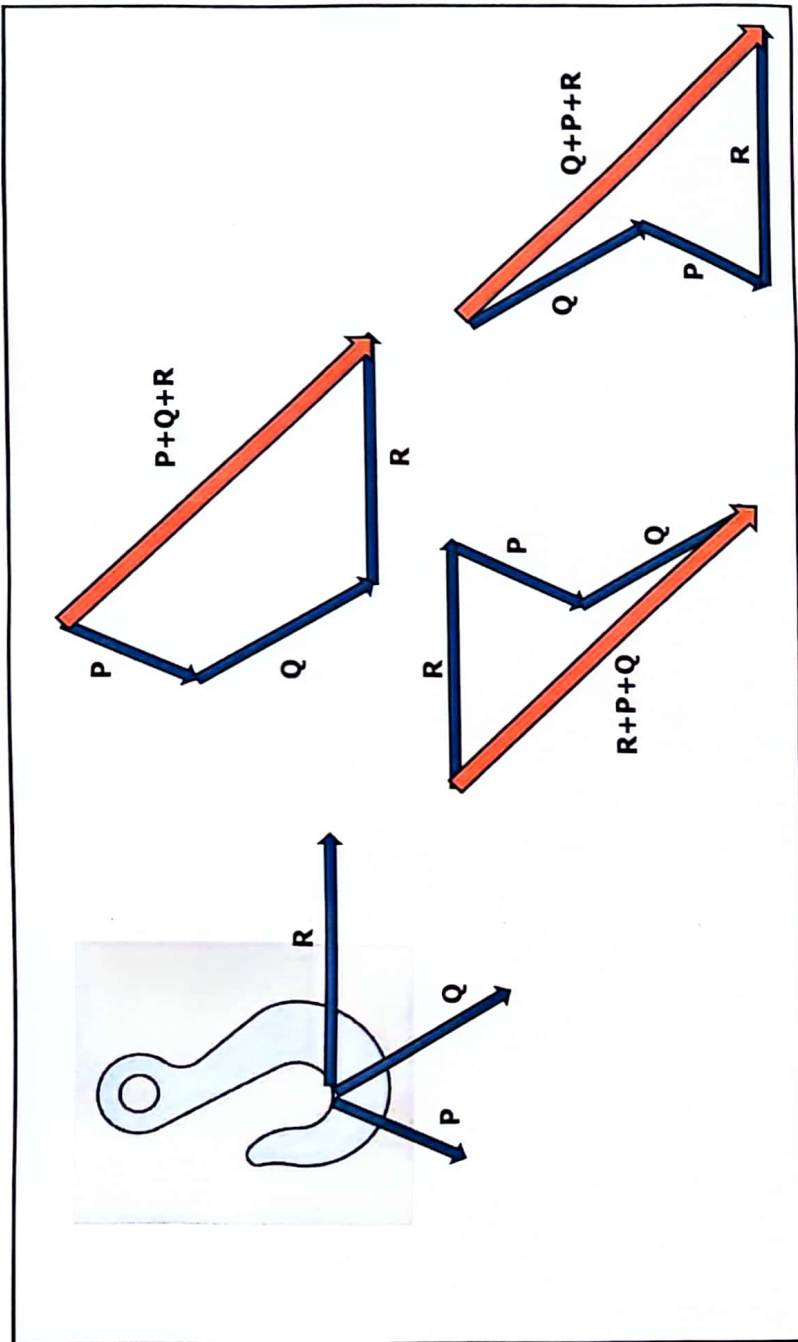
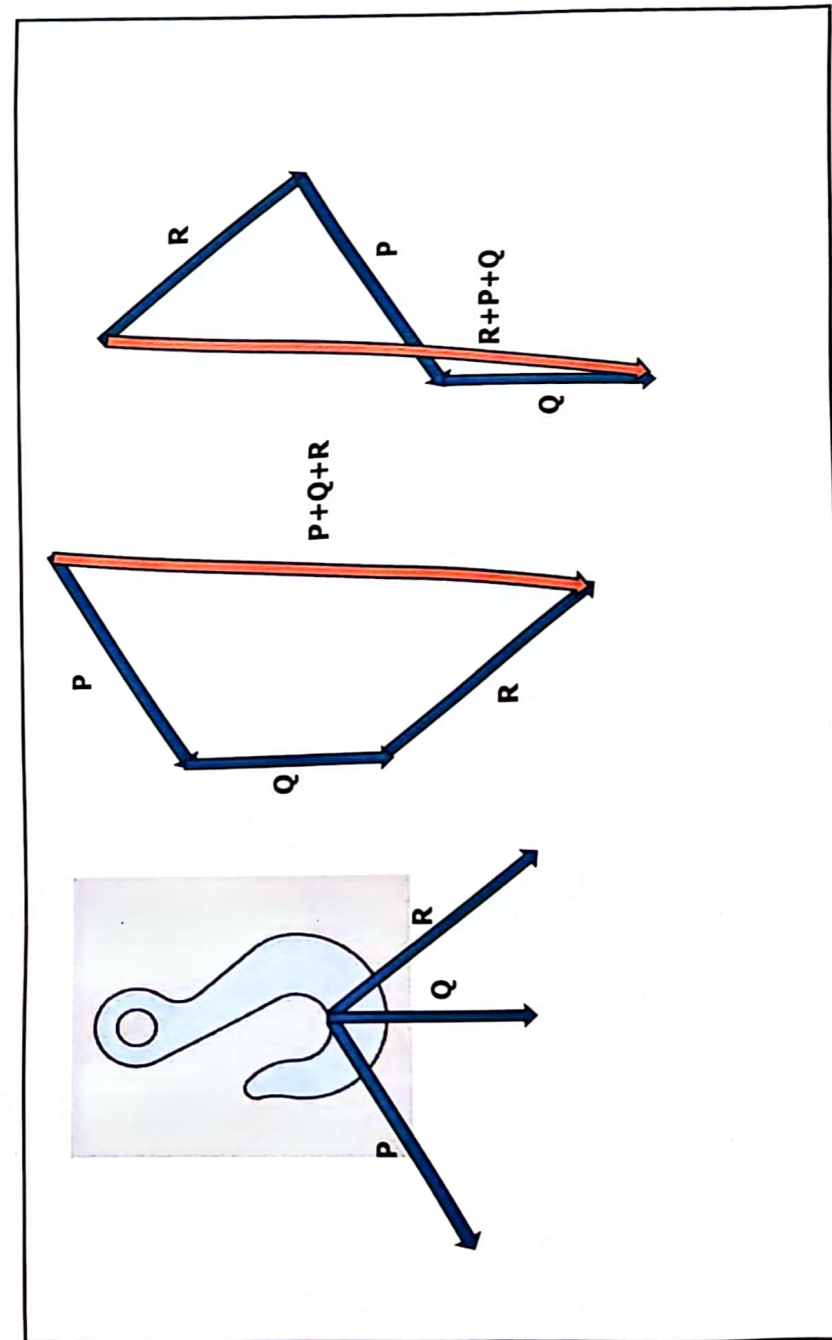


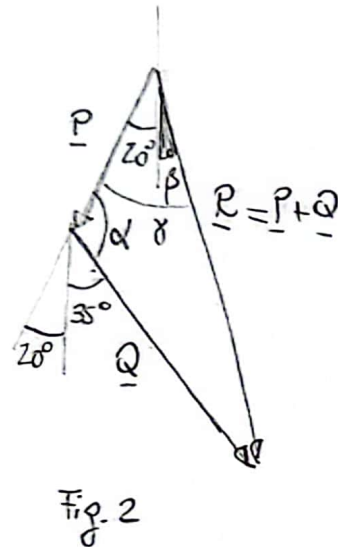
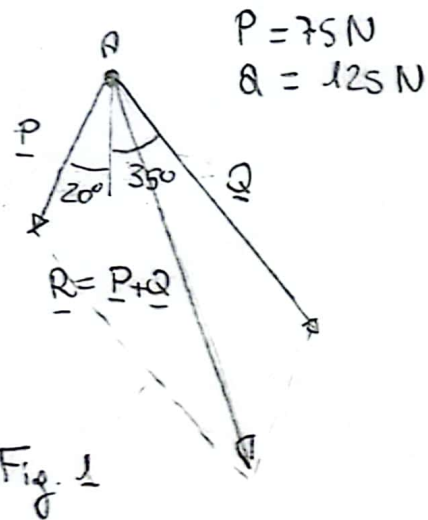
ESERCIZIO n° 1



ESERCIZIO n° 2



ESERCIZIO n° 3



Nella costruzione in Fig. 2, l'angolo α tra i vettori $\underline{P}$ e $\underline{Q}$ vale

$$\alpha = 180^\circ - 20^\circ - 35^\circ = 125^\circ$$

Applicando il teorema dei coseni possiamo trovare il modulo della somma

$$|\underline{R}| = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ \cos \alpha} = 179 \text{ N}$$

L'angolo γ tra $\underline{P}$ ed $\underline{R}$ si trova applicando il teorema dei seni

$$\frac{Q}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\sin \gamma = \frac{Q}{R} \sin \alpha \quad \gamma = \arcsin\left(\frac{Q}{R} \sin \alpha\right) = 34,9^\circ$$

L'angolo β tra la verticale e il vettore risultante vale

$$\beta = \gamma - 20^\circ = 14,9^\circ$$

Il vettore risultante quindi ha modulo

$$R = 179 \text{ N}$$

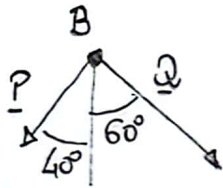
e la sua direzione forma con la verticale un angolo

$$\beta = 14,9^\circ$$

NOTA

Dato che la risultante è un vettore, non è sufficiente calcolarne il modulo, ma dobbiamo identificarne la direzione, ad esempio rispetto a una direzione nota come in questo caso (la verticale) o rispetto a un altro vettore, come ho fatto nel prossimo esercizio

ESERCIZIO n° 4



$$P = 2 \text{ kN}$$

$$Q = 3 \text{ kN}$$

Fig. 1

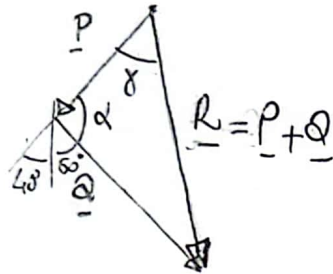


Fig. 2

Osservando le figure 2, è immediato verificare che l'angolo α vale

$$\alpha = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$$

Il modulo del vettore somma è pari a

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ \cos \alpha} = 3.30 \text{ kN}$$

l'angolo γ tra $\underline{P}$ ed $\underline{R}$ può essere calcolato osservando che

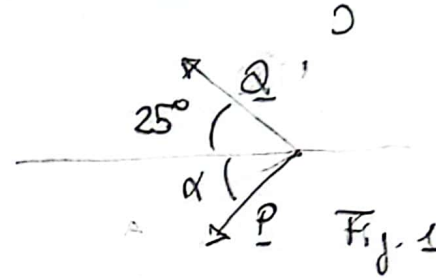
$$R \sin \gamma = Q \sin(180^\circ)$$

Quindi:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{Q}{R} \sin(180^\circ)\right) = 63.4$$

(C)

ESERCIZIO n° 5



Sapendo che $P = 35 \text{ N}$ e $Q = 50 \text{ N}$, trovare α tale che $\underline{R} = \underline{P} + \underline{Q}$ sia orizzontale



Fig. 2

Affinchè $\underline{R} = \underline{P} + \underline{Q}$ sia orizzontale, osservando le figure 2 risulta che

$$Q \sin 25^\circ = P \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{Q}{P} \sin(25^\circ)$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{Q}{P} \sin(25^\circ)\right) = 37.1$$

Il modulo della risultante vale

$$R = P \cos \alpha + Q \cos(25^\circ)$$

$$= 73.2 \text{ N}$$

Esercizio n° 6

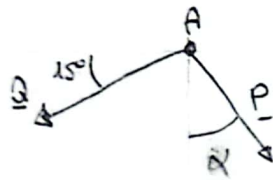


Fig. 1

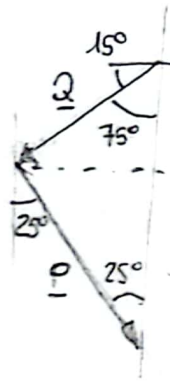


Fig. 2

Dati: $Q = 1600 \text{ N}$

$\alpha = 25^\circ$

Determinare P

Tale che la risultante $R = P + Q$

sia verticale

Osservando la costruzione geometrica in Figura 2 vediamo che, affinché R sia verticale, risulta

$$Q \sin 75^\circ = P \sin 25^\circ$$

$$\rightarrow P = Q \frac{\sin 75^\circ}{\sin 25^\circ} = 3657 \text{ N}$$

Trovato P possiamo determinare il modulo della risultante

$$R = Q \cos 75^\circ + P \cos 25^\circ = 3728 \text{ N}$$

(8)

Esercizio n° 7

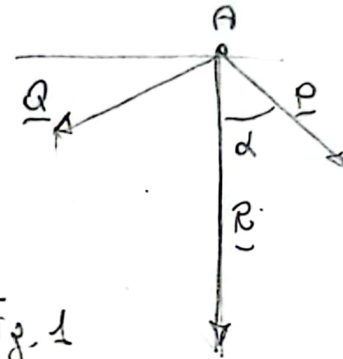
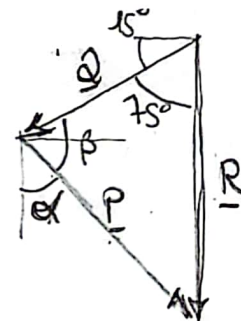


Fig. 1



Dato $Q = 1600 \text{ N}$, quanto valgono il modulo delle forze P e l'angolo α affinché R sia verticale e il suo modulo sia $R = 2500 \text{ N}$?

Osservando la costruzione geometrica nelle Figure 2 possiamo determinare il modulo di P come (teorema di Carnot)

$$P = \sqrt{Q^2 + R^2 - 2QR \cos 75^\circ} = 2596 \text{ N}$$

Possiamo determinare l'angolo β applicando il teorema dei seni

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{P}{\sin 75^\circ} \rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{R}{P} \sin 75^\circ\right) = 68.5^\circ$$

e quindi

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (\beta - 15^\circ) = 6.5^\circ$$

(9)

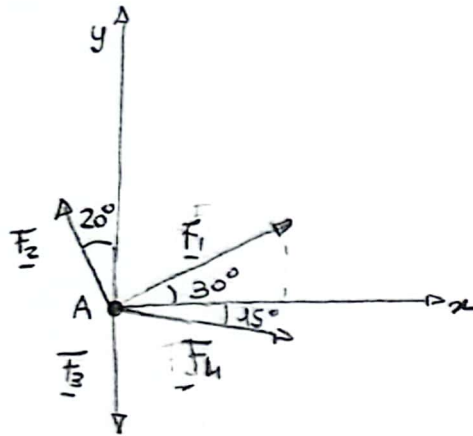
ESERCIZIO n° 8

$$F_1 = 150 \text{ N}$$

$$F_2 = 80 \text{ N}$$

$$F_3 = 110 \text{ N}$$

$$F_4 = 100 \text{ N}$$



Per calcolare la risultante, possiamo prima calcolare le componenti dei vettori rispetto al sistema di riferimento e quindi le componenti del vettore risultante

F_1

$$F_{1x} = 150 \cos 30^\circ \text{ N}$$

$$F_{1y} = 150 \sin 30^\circ \text{ N}$$

F_2

$$F_{2x} = -80 \sin 20^\circ \text{ N}$$

$$F_{2y} = 80 \cos 20^\circ \text{ N}$$

F_3

$$F_{3x} = 0$$

$$F_{3y} = -110 \text{ N}$$

(10)

F_4

$$F_{4x} = 100 \cos 15^\circ$$

$$F_{4y} = -100 \sin 15^\circ$$

Le componenti del vettore risultante rispetto agli assi del sistema di riferimento sono

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}$$

ESERCIZIO n° 9

Dati

$$\underline{p} = 3\underline{i} - \underline{j} + 2\underline{k}$$

$$\underline{q} = 4\underline{i} + 5\underline{j} - 3\underline{k}$$

$$\underline{s} = -2\underline{i} + 3\underline{j} - \underline{k}$$

risultante

$$\underline{r} = \underline{p} + \underline{q} + \underline{s} =$$

$$= (3+4-2)\underline{i} + (-1+5+3)\underline{j} + (2-3-1)\underline{k} =$$

$$= 5\underline{i} + 7\underline{j} - 2\underline{k}$$

prodotti scalari

$$\begin{aligned}\underline{p} \cdot \underline{q} &= 3 \cdot 4 - 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-3) = \\ &= 12 - 5 - 6 = 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{p} \cdot \underline{s} &= 3 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) = \\ &= -6 - 3 - 1 = -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{q} \cdot \underline{s} &= 4 \cdot (-2) + 5 \cdot 3 + (-3) \cdot (-1) = \\ &= -8 + 15 + 3 = 10\end{aligned}$$

moduli

$$p = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

$$q = \sqrt{4^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$(12) \quad s = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1} = \sqrt{14}$$

versori

$$\underline{u}_p = \frac{\underline{p}}{p} = \frac{3}{\sqrt{14}}\underline{i} - \frac{1}{\sqrt{14}}\underline{j} + \frac{2}{\sqrt{14}}\underline{k}$$

$$\underline{u}_q = \frac{\underline{q}}{q} = \frac{4}{5\sqrt{2}}\underline{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\underline{j} - \frac{3}{5\sqrt{2}}\underline{k}$$

$$\underline{u}_s = \frac{\underline{s}}{s} = -\frac{2}{\sqrt{14}}\underline{i} + \frac{3}{\sqrt{14}}\underline{j} - \frac{1}{\sqrt{14}}\underline{k}$$