

Corso di FISICA 1



Capitolo 6 – lavoro, potenza, energia cinetica

Monica Malvezzi, Università degli
Studi di Siena



Forze conservative e non conservative

Se nel punto materiale agiscono sia forze conservative che non conservative il lavoro compiuto dalla risultante delle forze nel passaggio del punto materiale dalla posizione A alla posizione B può essere scomposto in due parti

$$W = W_c + W_{nc}$$

Essendo W_c il lavoro delle forze conservative e W_{nc} quello delle forze non conservative. Abbiamo visto che per le forze conservative risulta

$$W_c = -\Delta E_p$$

Per il teorema dell'energia cinetica abbiamo visto che

$$W = \Delta E_k$$

Sostituendo l'espressione del lavoro otteniamo

$$\begin{aligned} W_c + W_{nc} &= \Delta E_k \\ -\Delta E_p + W_{nc} &= \Delta E_k \\ \Delta E_k + \Delta E_p &= W_{nc} \end{aligned}$$

Ricordando la definizione di energia meccanica si ottiene:

$$\Delta E_m = W_{nc}$$

In presenza di forze non conservative l'energia meccanica non si conserva e la sua variazione è pari al lavoro delle forze non conservative.

Forze conservative e non conservative

Tra le forze non conservative abbiamo visto in particolare quelle dovute all'attrito, che sono anche dissipative. Per le forze dissipative risulta

$$W_{nc} < 0$$

Intuitivamente, le forze di attrito si oppongono al moto e quindi compiono lavoro negativo, dato che

$$\mathbf{F}_{diss} \cdot d\mathbf{s} < 0$$

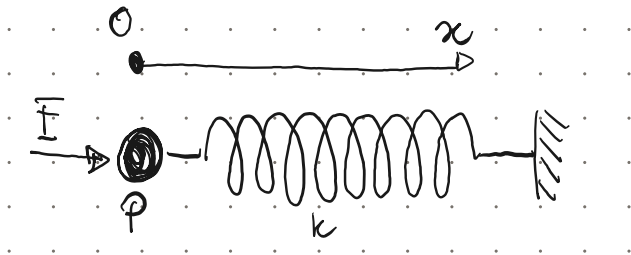
Se su un punto materiale agiscono forze non conservative di tipo dissipativo

$$\Delta E_m = W_{nc} < 0$$

L'energia meccanica diminuisce durante il moto.

Esempio #1

Consideriamo un punto materiale P che può muoversi lungo una direzione x , inizialmente in quiete nella configurazione che coincide con l'origine del sistema di riferimento. In un generico istante si applica una forza costante $F = F\mathbf{i}$. Il punto è collegato a una molla con costante elastica k fissata nell'altro estremo. La molla è a riposo quando $x = 0$. Calcoliamo la velocità del punto materiale in funzione dello spostamento x e il valore di x per il quale la velocità si annulla.



L'energia cinetica del sistema è:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Mentre l'energia potenziale è

$$E_p = E_{pe} + E_{pc}$$

Dove E_{pe} è l'energia potenziale della forza elastica, data da:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$$

E E_{pc} è l'energia potenziale della forza costante, che è data da

$$E_{pc} = -Fx$$

Dato che nel sistema agiscono solo forze conservative, l'energia meccanica si conserva, quindi

$$E_m = E_k + E_p = \text{costante}$$

Nella configurazione iniziale, che indichiamo con il pedice $_0$ (dato che $x(0) = 0$) risulta

$$E_{p0} = 0$$

Dato che inoltre il punto è inizialmente in quiete risulta $v_0 = 0$ e quindi

$$E_{k0} = 0$$

Esempio #1

Risulta quindi

$$E_{m0} = 0$$

Dato che l'energia meccanica si conserva,

$$E_m = 0$$

in tutte le configurazioni, quindi

$$\frac{1}{2}mv^2 - Fx + \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

Da questa relazione possiamo ricavare $v(x)$:

$$\frac{1}{2}mv^2 = Fx - \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

$$v^2 = \frac{2}{m}x\left(F - \frac{1}{2}kx\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}x\left(F - \frac{1}{2}kx\right)}$$

Calcoliamo per quali valori di x la velocità si annulla

$$\sqrt{\frac{2}{m}x\left(F - \frac{1}{2}kx\right)} = 0$$

Da cui otteniamo

$$\begin{aligned}x &= 0 \\x &= \frac{2F}{k}\end{aligned}$$

Consideriamo la seconda soluzione, si tratta di una posizione di equilibrio? Calcoliamo la risultante delle forze in questa configurazione (consideriamo la componente in direzione x)

$$R = F - kx = F - k \cdot \frac{2F}{k} = -F \neq 0$$

La posizione $x = \frac{2F}{k}$ non è una posizione di equilibrio: in quella posizione risulta $v = 0$ ma l'accelerazione vale:

$$a = \frac{R}{m} = -\frac{F}{m}$$

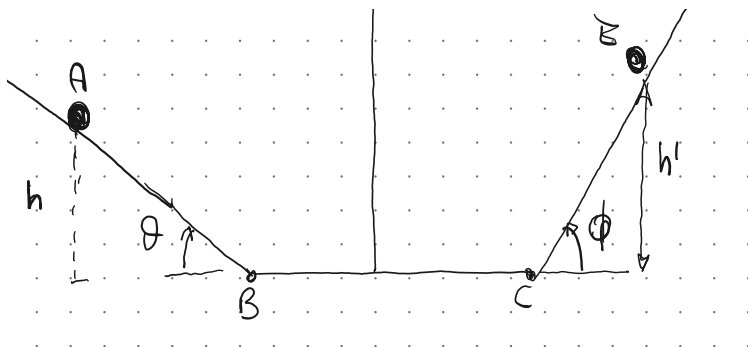
Esempio #2

Consideriamo un punto materiale P che si muove lungo una superficie costituita da

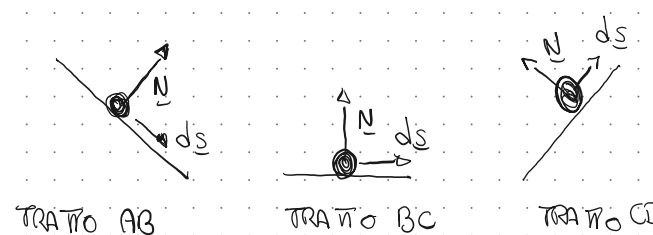
- Un primo tratto AB lineare inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale.
- Un tratto orizzontale BC orizzontale.
- Un terzo tratto CD, inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo ϕ .

I tre tratti sono privi di attrito. Supponiamo di posizionare il punto materiale nella posizione A, ad un'altezza h dal tratto orizzontale, con velocità iniziale nulla, e lasciarlo scivolare lungo il piano.

Determiniamo il punto di arrivo.



Il punto materiale è soggetto alla forza peso e alla reazione del piano, che in assenza di attrito è perpendicolare al piano stesso. Nei tre tratti considerati quindi si ha una configurazione come quella riportata in figura.



In tutti e tre i casi, la forza è perpendicolare allo spostamento, quindi

$$N \cdot ds = 0$$

La forza N non compie lavoro.

Per quanto riguarda la forza peso, abbiamo visto che è conservativa.

Esempio #2

Prendiamo un sistema di riferimento con origine alla quota del tratto BC.

Nel tratto AB l'energia potenziale vale

$$E_{pA} = mgh$$

$$E_{pB} = 0$$

Mentre l'energia cinetica vale (ricordiamo che il punto parte da A con velocità nulla)

$$E_{kA} = 0$$

$$E_{kB} = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Nel tratto AB agiscono solo forze conservative, quindi l'energia meccanica si conserva.

$$E_{pA} + E_{kA} = E_{pB} + E_{kB}$$

Sostituendo otteniamo

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Da cui ricaviamo

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

Nel tratto BC l'energia potenziale vale

$$E_{pB} = E_{pC} = 0$$

Mentre l'energia cinetica vale

$$E_{kB} = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_{kC} = \frac{1}{2}mv_C^2$$

Anche nel tratto BC agiscono solo forze conservative, quindi l'energia meccanica si conserva.

$$E_{pB} + E_{kB} = E_{pC} + E_{kC}$$

Sostituendo otteniamo

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2$$

Da cui ricaviamo

$$v_C = v_B = \sqrt{2gh}$$

Fseminio #2

Nel tratto CD l'energia potenziale vale

$$E_{pC} = 0$$
$$E_{pD} = mgh'$$

Mentre l'energia cinetica vale (ricordiamo che alla massima altezza h' la velocità è nulla

$$E_{kC} = \frac{1}{2}mv_C^2$$
$$E_{pD} = 0$$

Anche nel tratto CD agiscono solo forze conservative, quindi l'energia meccanica si conserva.

$$E_{pC} + E_{kC} = E_{pD} + E_{kD}$$

Sostituendo otteniamo

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh'$$

Da cui ricaviamo

$$h' = \frac{v_C^2}{2g} = h$$

In assenza di attrito, se il punto parte con velocità nulla raggiungerà, sul tratto CD, la stessa altezza da cui è partito nel tratto AB.

E se il punto fosse partito da A con velocità $v_A \neq 0$?

Nel tratto AB l'energia potenziale vale ancora

$$E_{pA} = mgh$$
$$E_{pB} = 0$$

Mentre l'energia cinetica vale in questo caso

$$E_{kA} = \frac{1}{2}mv_A^2$$
$$E_{kB} = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Nel tratto AB agiscono solo forze conservative, quindi l'energia meccanica si conserva.

$$E_{pA} + E_{kA} = E_{pB} + E_{kB}$$

Sostituendo otteniamo

$$mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Da cui ricaviamo

$$v_B = \sqrt{2gh + v_A^2}$$

Esempio #2

Nel tratto BC l'energia potenziale vale ancora

$$E_{pB} = E_{pC} = 0$$

Mentre l'energia cinetica vale

$$E_{kB} = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_{kC} = \frac{1}{2}mv_C^2$$

Anche nel tratto BC agiscono solo forze conservative, quindi l'energia meccanica si conserva.

$$E_{pB} + E_{kB} = E_{pC} + E_{kC}$$

Sostituendo otteniamo

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2$$

Da cui ricaviamo

$$v_C = v_B = \sqrt{2gh + v_A^2}$$

Nel tratto CD l'energia potenziale vale

$$E_{pC} = 0$$

$$E_{pD} = mgh'$$

Mentre l'energia cinetica vale (ricordiamo che alla massima altezza h' la velocità è nulla)

$$E_{kC} = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$E_{pD} = 0$$

Anche nel tratto CD agiscono solo forze conservative, quindi l'energia meccanica si conserva.

$$E_{pC} + E_{kC} = E_{pD} + E_{kD}$$

Sostituendo otteniamo

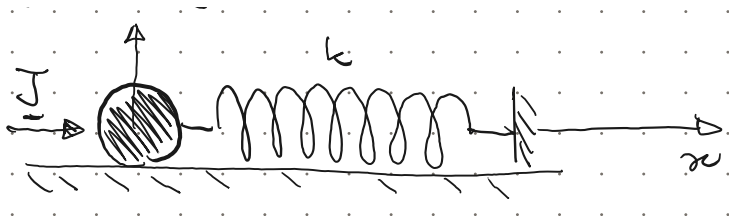
$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh'$$

Da cui ricaviamo

$$h' = \frac{v_C^2}{2g} = \frac{1}{2g}(2gh + v_A^2) = h + \frac{v_A^2}{2g}$$

Esempio #3

Un punto materiale di massa m scorre su una superficie orizzontale liscia (priva di attrito) ed è collegato all'estremità libera di una molla con costante elastica k , fissata nell'altra estremità ad un punto O . Alla massa viene applicata una forza per un breve istante, con impulso J , parallelo all'asse x lungo cui si deforma la molla. Di quanto si comprime la molla?



Applichiamo il teorema dell'impulso

$$J = \Delta p$$

Il punto materiale era inizialmente fermo prima dell'impulso, per cui la variazione della quantità di moto è pari a

$$\Delta p = mv_0 - 0 = mv_0$$

Da cui otteniamo facilmente

$$v_0 = J/m$$

Durante l'applicazione dell'impulso si ha una variazione finita della quantità di moto che porta la sua velocità da 0 a v_0 . La velocità v_0 ha la stessa direzione e lo stesso verso di J . Dopo l'impulso, il punto si muove sotto l'azione della forza elastica, che è conservativa. L'energia meccanica si conserva.

Indichiamo con 0 la configurazione iniziale, immediatamente dopo l'impulso, e con 1 quella immediatamente dopo l'impulso.

Analizziamo l'energia cinetica e potenziale nelle due configurazioni

Esempio #3

Configurazione 0 (la molla non è deformata e il punto si sta muovendo alla velocità v_0)

$$E_{k0} = \frac{1}{2} m v_0^2$$
$$E_{p0} = 0$$

Configurazione 1 (la molla ha la massima compressione x_1 e il punto ha velocità nulla, dato che il moto si sta invertendo)

$$E_{k1} = 0$$
$$E_{p1} = \frac{1}{2} k x_1^2$$

Dato che l'energia meccanica si conserva in presenza di forze conservative, risulta

$$E_{k0} + E_{p0} = E_{k1} + E_{p1}$$

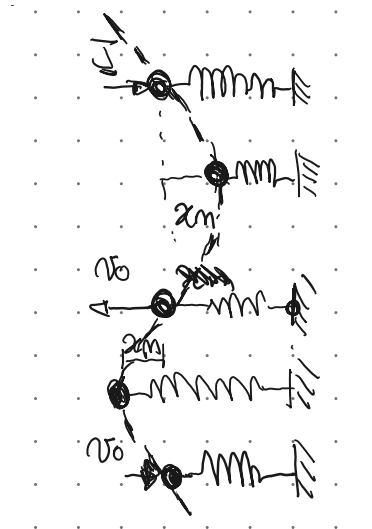
Sostituendo le espressioni trovate in precedenza si ottiene:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} k x_1^2$$

Da cui possiamo ricavare la massima compressione della molla:

$$x_1 = \sqrt{\frac{m}{k}} v_0$$

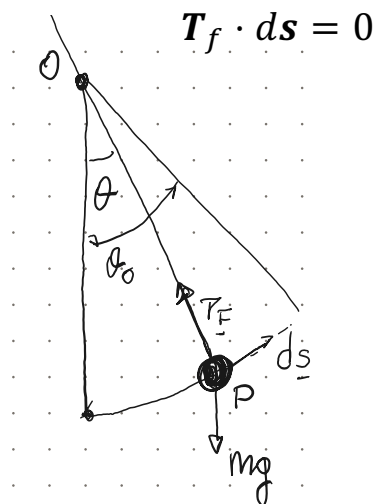
Quando il punto materiale arriva a x_1 , la velocità si annulla e il moto si inverte. Successivamente il punto torna indietro, quando ripassa da $x = 0$ avrà velocità opposta a quella iniziale e proseguirà verso sinistra, fino a raggiungere la posizione $-x_1$, per poi tornare indietro nuovamente, secondo un moto oscillatorio (che abbiamo visto essere armonico).



Esempio #4

Analizziamo il moto di un pendolo semplice utilizzando il teorema dell'energia cinetica e la conservazione dell'energia meccanica.

Sulla massa sospesa dal filo in un pendolo semplice abbiamo visto che agiscono due forze: la forza peso, che è conservativa, e la tensione del filo $\mathbf{T}_f$, la cui direzione è sempre radiale. Dato che il punto si muove lungo un arco di circonferenza, per la tensione del filo, in ogni istante, risulta:



Indichiamo con θ l'angolo tra il filo e la direzione verticale in un generico istante e con θ_0 il suo valore massimo, corrispondente alla massima ampiezza dell'oscillazione.

Calcoliamo l'energia potenziale della forza peso.

Assumiamo come configurazione di riferimento per il calcolo quella in cui il filo è verticale, quindi

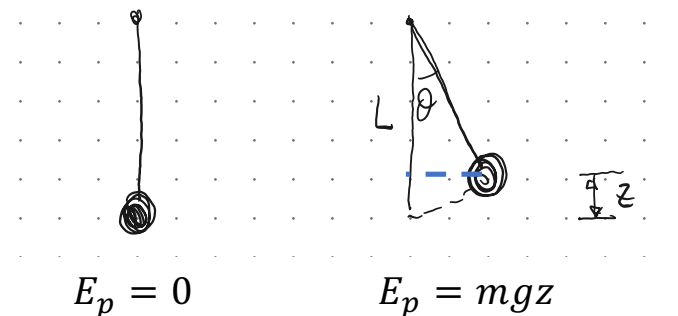
$$E_p = 0 \text{ per } \theta = 0$$

In una generica configurazione risulta

$$E_p = mgz$$

Con semplici considerazioni geometriche possiamo scrivere

$$E_p = mgz = mg(L - L \cos \theta) = mgL(1 - \cos \theta)$$



Esempio #4

In una configurazione generica, l'energia potenziale vale quindi

$$E_p = mgL(1 - \cos \theta)$$

l'energia cinetica vale

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Quando il pendolo raggiunge la massima ampiezza θ_0 la sua energia potenziale sarà

$$E_{p0} = mgL(1 - \cos \theta_0)$$

Mentre l'energia cinetica è

$$E_{k0} = 0$$

Quando il filo è verticale l'energia potenziale risulta nulla per come abbiamo scelto il riferimento

$$E_{p1} = 0$$

Mentre l'energia cinetica sarà

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1^2$$

Possiamo scrivere quindi le espressioni dell'energia meccanica:

- In una configurazione generica

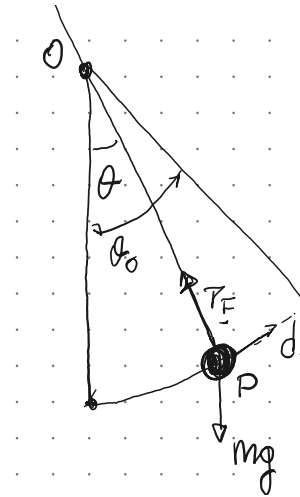
$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgL(1 - \cos \theta)$$

- Quando il pendolo raggiunge la massima ampiezza

$$E_{m0} = mgL(1 - \cos \theta_0)$$

- Quando il pendolo è verticale

$$E_{m1} = \frac{1}{2}mv_1^2$$



Esempio #4

Possiamo scrivere quindi le espressioni dell'energia meccanica:

- In una configurazione generica

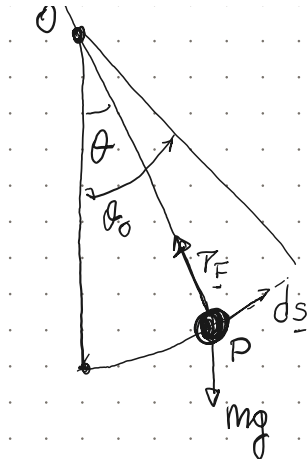
$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgL(1 - \cos \theta)$$

- Quando il pendolo raggiunge la massima ampiezza

$$E_{m0} = mgL(1 - \cos \theta_0)$$

- Quando il pendolo è verticale

$$E_{m1} = \frac{1}{2}mv_1^2$$



Dato che nel sistema agiscono solo forze conservative, l'energia meccanica si conserva. Confrontando la configurazione generica con quella in cui si raggiunge la massima ampiezza otteniamo:

$$E_m = E_{m0}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgL(1 - \cos \theta) = mgL(1 - \cos \theta_0)$$

Possiamo sviluppare questa espressione per determinare come varia la velocità in funzione di θ

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgL(1 - \cos \theta_0) - mgL(1 - \cos \theta)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= mgL(\cos \theta - \cos \theta_0) \\ v^2 &= 2gL(\cos \theta - \cos \theta_0) \end{aligned}$$

$$v = \pm \sqrt{2gL(\cos \theta - \cos \theta_0)}$$

In particolare, per $\theta = 0$ abbiamo

$$v_1 = \pm \sqrt{2gL(1 - \cos \theta_0)}$$

In questo caso non abbiamo fatto ipotesi semplificative sull'ampiezza dell'oscillazione (come invece avevamo fatto per le piccole oscillazioni), quindi questi risultati valgono anche per ampiezze dell'oscillazione «grandi»

Esempio #4

In questo caso non abbiamo fatto ipotesi semplificative sull'ampiezza dell'oscillazione (come invece avevamo fatto per le piccole oscillazioni), quindi questi risultati valgono anche per ampiezze dell'oscillazione «grandi».

Ad esempio, se prendiamo $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ rad ($\cos \theta_0 = 0$), otteniamo:

In una generica configurazione

$$v = \pm \sqrt{2gL(\cos \theta)}$$

E la velocità nella configurazione verticale vale

$$v_1 = \pm \sqrt{2gL}$$

Conoscendo l'espressione della velocità in una generica configurazione

$$v = \pm \sqrt{2gL(\cos \theta - \cos \theta_0)}$$

Possiamo determinare anche la tensione del filo. Dall'analisi della dinamica del pendolo con la seconda legge di Newton abbiamo infatti trovato che

$$T_f = m \left(\frac{v^2}{L} + g \cos \theta \right)$$

Sostituendo i risultati trovati in precedenza si ottiene

$$\begin{aligned} T_f &= m \left(\frac{2gL(\cos \theta - \cos \theta_0)}{L} + g \cos \theta \right) \\ &= m(2g(\cos \theta - \cos \theta_0) + g \cos \theta) \\ &= m(3g \cos \theta - 2g \cos \theta_0) \end{aligned}$$

$$T_f = m(3g \cos \theta - 2g \cos \theta_0)$$

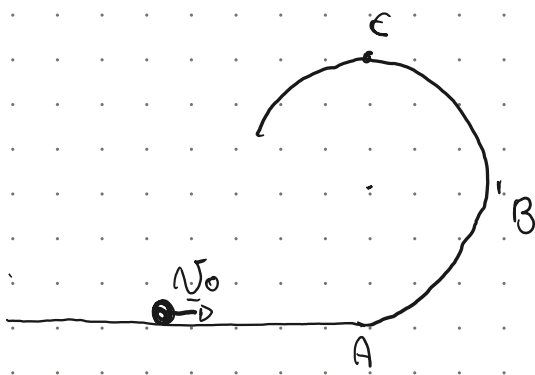
Anche per questo risultato non abbiamo fatto ipotesi sull'ampiezza dell'oscillazione, vale quindi per qualsiasi valore di θ_0

Esempio #5

(Giro della morte) Un punto materiale di massa m si muove con velocità iniziale di modulo v_0 lungo una guida orizzontale liscia. Dalla posizione A inizia a percorrere una guida circolare di raggio R sul piano verticale.

Calcoliamo la velocità del punto materiale nelle posizioni A , B e C

Calcoliamo la reazione della guida nei punti A , B e C
Qual è il minimo valore della velocità v_0 affinché il punto materiale possa completare il giro rimanendo aderente alla guida?



Esempio #5

Indichiamo con θ l'angolo che il raggio passante per il punto materiale in una generica configurazione forma con la direzione verticale, in modo simile a come lo abbiamo definito per il pendolo.

Risulta chiaramente

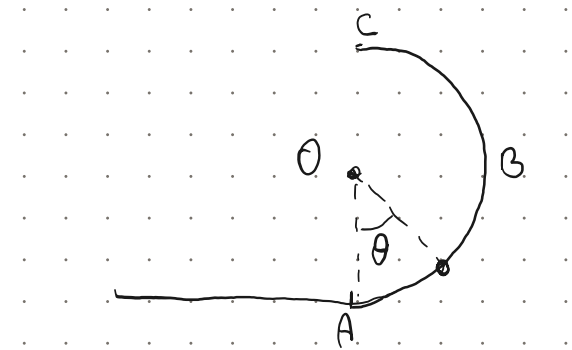
$$\begin{aligned}\theta_A &= 0 \\ \theta_B &= \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ \theta_C &= \pi \text{ rad}\end{aligned}$$

Prendendo come quota di riferimento quella della posizione A , come abbiamo fatto per il pendolo, possiamo scrivere in una generica configurazione l'energia potenziale della forza peso come:

$$E_p = mgR(1 - \cos \theta)$$

E quindi verifichiamo facilmente che

$$\begin{aligned}E_{p0} &= 0 \\ E_{pA} &= mgR(1 - \cos 0) = 0 \\ E_{pB} &= mgR\left(1 - \cos \frac{\pi}{2}\right) = mgR \\ E_{pC} &= mgR(1 - \cos \pi) = 2mgR\end{aligned}$$



Per quanto riguarda l'energia cinetica, in una generica configurazione possiamo esprimerla come

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Quindi, nella posizione iniziale 0 e nelle posizioni A , B e C abbiamo

$$\begin{aligned}E_{k0} &= \frac{1}{2} m v_0^2 \\ E_{kA} &= \frac{1}{2} m v_A^2 \\ E_{kB} &= \frac{1}{2} m v_B^2 \\ E_{kC} &= \frac{1}{2} m v_C^2\end{aligned}$$

Esempio #5

Dato che la guida è liscia, la reazione $\mathbf{N}$ (forza di contatto con la guida) sarà istante per istante normale alla guida stessa quindi il lavoro durante il percorso sarà nullo

$$\mathbf{N} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

L'unica altra forza agente sul punto materiale è la forza peso, che è conservativa. Durante il moto quindi l'energia meccanica si conserva.

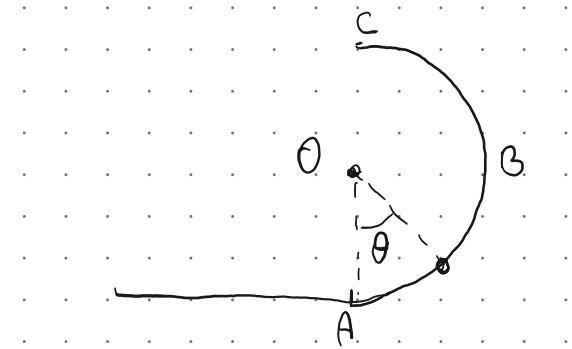
L'energia meccanica, nella posizione iniziale O e nelle posizioni A , B e C risulta

$$E_{m0} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$E_{pA} = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$E_{pB} = mgR + \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_{pC} = 2mgR + \frac{1}{2} m v_C^2$$



Dato che

$$E_{m0} = E_{mA}$$

Risulta immediatamente che

$$v_A = v_0$$

Calcoliamo quindi la velocità nella posizione B , ponendo

$$E_{m0} = E_{mB}$$
$$mgR + \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$v_B^2 = v_0^2 - 2gR$$

$$v_B = \sqrt{v_0^2 - 2gR}$$

Esempio #5

Osserviamo che l'espressione

$$v_B = \sqrt{v_0^2 - 2gR}$$

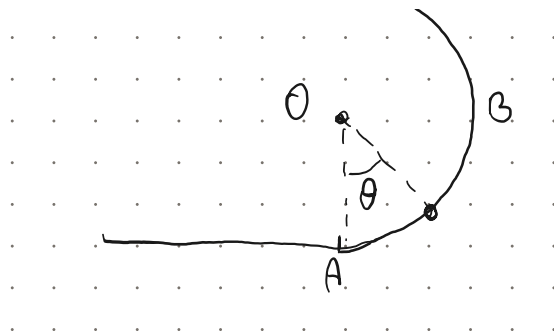
Ha senso solo se

$$v_0^2 > 2gR$$

Dal punto di vista fisico, questo significa che per poter arrivare alla posizione B la velocità iniziale deve essere:

$$v_0 > \sqrt{2gR}$$

Altrimenti il punto materiale si ferma e torna indietro prima di arrivare a B .



Calcoliamo quindi la velocità nella posizione C , ponendo

$$E_{m0} = E_{mc}$$
$$2mgR + \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_C^2 = v_0^2 - 4gR$$

$$v_C = \sqrt{v_0^2 - 4gR}$$

Anche in questo caso, l'espressione di v_C ha senso se

$$v_0^2 > 4gR$$

Dal punto di vista fisico, questo significa che per poter arrivare alla posizione C la velocità iniziale deve essere:

$$v_0 > \sqrt{4gR}$$

Altrimenti il punto materiale si ferma e torna indietro prima di arrivare a C .

Esempio #5

Analizziamo quindi la reazione della guida, N . Abbiamo visto che la sua direzione è in ogni configurazione perpendicolare alla guida (quindi radiale, dato che la guida è una circonferenza). Per la seconda legge di Newton risulta

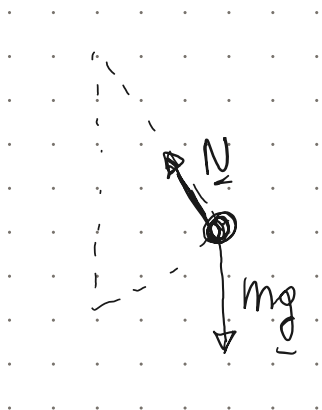
$$m\mathbf{a} = \mathbf{N} + m\mathbf{g}$$

Se consideriamo solo la componente normale dei vettori, otteniamo

$$ma_n = N - mg \cos \theta$$

Ma ricordiamo che la componente normale dell'accelerazione è pari a

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$



Si ottiene quindi

$$N = m \left(\frac{v^2}{R} + g \cos \theta \right)$$

Analizziamo i valori di N nelle varie configurazioni.

Nella posizione A abbiamo:

$$N_A = m \left(\frac{v_0^2}{R} + g \cos \theta_A \right) = m \left(\frac{v_0^2}{R} + g \right)$$

Nella posizione B abbiamo:

$$\begin{aligned} N_B &= m \left(\frac{v_B^2}{R} + g \cos \theta_B \right) = m \left(\frac{v_0^2 - 2gR}{R} \right) \\ &= m \left(\frac{v_0^2}{R} - 2g \right) \end{aligned}$$

Nella posizione C abbiamo:

$$\begin{aligned} N_C &= m \left(\frac{v_C^2}{R} + g \cos \theta_C \right) = m \left(\frac{v_0^2 - 4gR}{R} - g \right) \\ &= m \left(\frac{v_0^2}{R} - 5g \right) \end{aligned}$$

Se la guida è costituita da un semplice supporto, deve risultare $N > 0$ in tutte le configurazioni, altrimenti il punto si stacca.

Esempio #5

Se la guida è costituita da un semplice supporto, deve risultare $N > 0$ in tutte le configurazioni, altrimenti il punto si stacca.

Per la posizione A abbiamo che, per qualsiasi valore di v_0

$$N_A = m \left(\frac{v_0^2}{R} + g \right) > 0$$

Nella posizione B abbiamo:

$$N_B = m \left(\frac{v_0^2}{R} - 2g \right)$$

Risulta $N_B > 0$ se $v_0 > \sqrt{2gR}$, che era la stessa condizione che abbiamo trovato dalla conservazione dell'energia meccanica.

Nella posizione C abbiamo:

$$N_C = m \left(\frac{v_0^2}{R} - 5g \right)$$

Risulta $N_C > 0$ se $v_0 > \sqrt{5gR}$, condizione più stringente rispetto a quella trovata dalla conservazione dell'energia meccanica, che era $v_0 > \sqrt{4gR}$.

In pratica,

Se

$$v_0 > \sqrt{5gR}$$

Il punto riesce ad arrivare alla posizione C mantenendo il contatto con la guida.

Se invece:

$$\sqrt{4gR} < v_0 < \sqrt{5gR}$$

il punto potrebbe arrivare alla posizione C , ma con un valore di N_C negativo, la guida dovrebbe essere quindi in grado di »trattenere« il punto materiale, altrimenti si stacca e cade.

Se infine :

$$v_0 < \sqrt{4gR}$$

Il punto materiale torna indietro prima di arrivare in C