

Esercizio n. 1

Una molla con costante elastica k di massa trascurabile è utilizzata per lanciare un corpo di massa m_1 approssimabile come un punto materiale su una superficie orizzontale. La compressione iniziale della molla è x_0 . Dopo il lancio il punto materiale percorre un tratto liscio, al termine del quale urta contro un secondo corpo di massa m_2 . A seguito dell'urto, che è completamente anelastico, la velocità dei due corpi è pari a $\frac{1}{4}$ di quella che aveva il primo corpo prima dell'urto. Dopo l'urto, i due corpi scivolano lungo un piano orizzontale scabro di lunghezza L , arrestandosi a una distanza d dall'inizio del tratto stesso.

Q1: quanto vale la massa m_2 del secondo corpo?

Q2: quali sono le velocità dei corpi prima e dopo l'urto? Qual è la percentuale di energia cinetica dissipata durante l'urto?

Q2: quanto vale il coefficiente di attrito dinamico μ_d tra i corpi e la superficie scabra?

Q3: di quanto devo comprimere la molla affinché i due corpi riescano ad attraversare tutta la superficie scabra senza fermarsi?

[Valori numerici: $x_0 = 1\text{ cm}$, $k = 10000\text{ N/m}$, $m_1 = 0.1\text{ kg}$, $d = 0.16\text{ m}$, $L = 0.3\text{ m}$]

Esercizio n. 2

In un impianto di sollevamento un motore elettrico è utilizzato per sollevare un carico di massa m , tramite una fune collegata ad una carrucola di massa M e raggio R , vincolata a ruotare intorno a un asse orizzontale fisso passante per il suo centro. Il carico parte da fermo dalla quota iniziale ($y'(0) = 0$), con un'accelerazione costante a_0 . Quando viene raggiunta la velocità v_1 , essa viene mantenuta costante per un tempo t_c , dopo di che il motore si guasta e il carico cade alla quota iniziale. (nota: momento di inerzia della carrucola, assimilabile a un disco: $I = \frac{1}{2}MR^2$)

Q1: calcolare la tensione della fune nei due tratti (lato motore e lato carico) nella fase ad accelerazione costante e nella fase a velocità costante.

Q2: di quanto si solleva il carico al termine delle due fasi ad accelerazione e velocità costante?

Q3: tracciare il grafico della potenza erogata dal motore in funzione del tempo nelle due fasi precedenti.

Q4: dall'istante in cui il motore cessa di funzionare, quanto tempo impiega il carico a tornare alla quota iniziale? Con quale velocità raggiunge il suolo?

[Valori numerici $m = 100\text{ kg}$, $M = 10\text{ kg}$, $R = 20\text{ cm}$, $a_0 = 1.0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_1 = 1\text{ m/s}$, $t_c = 10\text{ s}$]

Esercizio n. 3

Un recipiente cilindrico chiuso contiene 2 kg di acqua in transizione di fase avente una temperatura pari a 100 [°C]. Il recipiente è composto da una parete laterale e da un coperchio mobile entrambi adiabatici e da un fondo diatermico con coefficiente di conduzione pari a 22 W/mK e raggio di 0.25 [m]. La parete del fondo del recipiente ha uno spessore pari a 10[cm]. Durante un periodo di osservazione in cui il fondo è in contatto termico con un serbatoio avente temperatura pari a 200 [°C] si osserva:

1) il fluido contenuto nel recipiente passa da uno stato di equilibrio iniziale caratterizzato dal titolo $x_1=0,1$ ad uno stato di equilibrio finale in cui il titolo assume il valore $x_2=0,5$;

2) corrispondentemente si osserva una variazione della posizione del coperchio (considerato privo di peso e con condizioni di accoppiamento con il cilindro ideali in assenza di attrito).

Considerando non trascurabile lo scambio di lavoro che avviene attraverso il coperchio mobile si calcoli:

a) lo scambio di calore che si è reso necessario durante la trasformazione dallo stato iniziale allo stato finale del fluido

b) il tempo necessario per la trasformazione

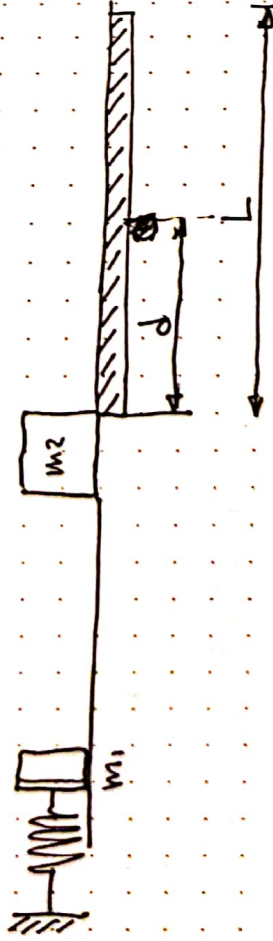
P	T	h_{is}	h_{vs}	u_{is}	u_{vs}	v_{is}	v_{vs}
(bar)	(°C)	(kJ/k g)	(kJ/k g)	(kJ/k g)	(kJ/k g)	(m3/kgK)	(m3/kg)
1,013	100,	419,1	2676,	419,0	2506,	0,00104	1,6730
25	00		0		5	3	
10	179,	762,6	2776,	761,5	2581,	0,00112	0,1943
	88		2		9	74	0
55	269,	1184,	2789,	1177,	2594,	0,00130	0,0356
	94	9	9	7	0	23	24

SVOLGIMENTO DELLA PROVA SCRITTA DEL 17/06/2021 - PARTE DI MECCANICA

ESERCIZIO n° 1

FASI DEL MOTO

- IL PUNTO MATERIALE m_1 È LANCIATO DA UNA MOLLA CON COSTANTE ELASTICA k SU UNA SUPERFICIE ORIZZONTALE LISCIA
- IL PUNTO URTA CON UN SECONDO CORPO, L'URTO È COMPLETAMENTE ANELASTICO
- I DUE CORPI, UNITI, SCIVOLANO SU UNA SUPERFICIE CON ATRITO, PERCORRENDO LA DISTANZA d



Q1 QUANTO VALE LA MASSA DEL SECONDO CORPO?

- L'URTO È COMPLETAMENTE ANELASTICO, DOPO L'URTO I DUE CORPI RIMANGONO UNITI E LA LORO VELOCITÀ È $v_1 = \frac{v_0}{4}$ ESSENDO v_0 LA VELOCITÀ DI m_1 PRIMA DELL'URTO

DURANTE L'URTO SI CONSERVA LA QUANTITÀ DI MOTO DEL SISTEMA, QUINDI

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_1$$

RICORDANDO CHE $v_1 = \frac{v_0}{4}$

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) \frac{v_0}{4}$$

$$4m_1 = m_1 + m_2$$

$$m_2 = 3m_1 = 0.3 \text{ kg}$$

Q2 QUALI SONO LE VELOCITÀ DEI CORPI PRIMA E DOPO L'URTO?

PRIMA DELL'URTO, IL CORPO m_2 È IN QUIETE, MENTRE IL CORPO m_1 SI MUOVE ALLA VELOCITÀ v_0 . PER CALCOLARE v_0 , DATO CHE LA SUPERFICIE SU CUI SCORRE m_1 È LISCIA POSSIAMO UTILIZZARE IL FATTO CHE L'ENERGIA MECCANICA SI CONSERVA

- NELL'ISTANTE IN CUI IL CORPO È LANCIATO DALLA MOLLA

$E_k = 0$ (IL CORPO m_1 È INIZIALMENTE FERMO)

$E_p = \frac{1}{2} k x_0^2$ (LA MOLLA È COMPRESSA LA SUA DEFORMAZIONE INIZIALE È x_0)

DURANTE LO SCIVOLAMENTO SULLA SUPERFICIE LISCIA

$E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$ (IL CORPO SCIVOLA CON VELOCITÀ v_0)

$E_p = 0$ (LA MOLLA NON È PIÙ A CONTATTO, LA SUPERFICIE È ORIZZONTALE)

PER LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA ABBIAMO PERTANTO

$$\frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} x_0 =$$

DOPO L'URTO ABBIAMO CHE LE DUE MASSE ($m_1 + m_2$) SI MUOVONO CON VELOCITÀ

$$v_1 = v_2 =$$

CALCOLIAMO LA PERCENTUALE DI ENERGIA CINETICA DISSIPATA DURANTE L'URTO

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} k x_0^2$$

$$E_{kfin} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 m_1 \left(\frac{v_0}{4} \right)^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{v_0^2}{4}$$

VARIATIONE PERCENTUALE

$$p = \frac{E_{kin} - E_{kfin}}{E_{kin}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_0^2 - \frac{1}{2} m_1 \frac{v_0^2}{4}}{\frac{1}{2} m_1 v_0^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} m_1 v_0^2 \left(1 - \frac{1}{4} \right)}{\frac{1}{2} m_1 v_0^2} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$p\% = p \cdot 100 = 75\%$$

DURANTE L'URTO SI DISSIPA IL 75% DELL'ENERGIA CINETICA

Q3 QUANTO VALE IL COEFFICIENTE DI ATRITO DINAMICO μ_0 TRA I CORPI E LA SUPERFICIE?

ALL'INIZIO DEL TRATTO CON ATRITO L'ENERGIA CINETICA DEL SISTEMA E

$$E_{k0} = E_{kin} = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_0^2$$

DOPO AVER PERCORSO UNA DISTANZA d , I CORPI SI FERMANO, SI ANNULLA QUINDI L'ENERGIA CINETICA

$$E_{kf} = 0$$

LA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA E PAR AL LAVORO DELLA FORZA DI ATRITO

$$W_{ad} = \mu_0 (m_1 + m_2) g d$$

$$(m_1 + m_2 = 4 \text{ m})$$

$$E_{kf} - E_{k0} = W_{ad}$$

$$-\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = - \mu_0 (m_1 + m_2) g d$$

$$\mu_0 = \frac{v_0^2}{2 g d}$$

Q4 DI QUANTO DEVO COMPRIERE LA MOLLA AFFINCH E I CORPI POSSANO ATTRAVERSARE IL TRATTO DI LUNGHEZZA L SENZA FERMARSI?

→ PER ATTRAVERSARE TUTTO IL TRATTO DI LUNGHEZZA L , LA FORZA DI ATRITO COMPIR UN LAVORO

$$W_{ad} = -\mu_0 m_1 g L$$

SUPPONENDO CHE LA VELOCITA FINALE QUANDO E STATO SUPERATO TUTTO IL TRATTO CON ATRITO, SIA NULLA, L'ENERGIA CINETICA CON CUI I DUE CORPI INIZIANO AD ATTRAVERSARE IL TRATTO E

$$E_{k0} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_1^2$$

TALE CHE

$$-\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_1^2 = -\mu_0 m_1 g L$$

$$v_1^2 = 2 \mu_0 g L$$

TORNANDO INDIETRO, AFFINCH E I DUE PUNTI SI MUOVANO, DOPO L'UTTO, CON VELOCITA v_1 , IL PUNTO m_1 PRIMA

DELL'URTO DEVE AVERE UNA VELOCITÀ v_0 TALE CHE

$$m_1 v_0 = L m_1 v_1$$

$$v_0 = L v_1$$

$$v_0^2 = 16 v_1^2 = 32 \mu g L$$

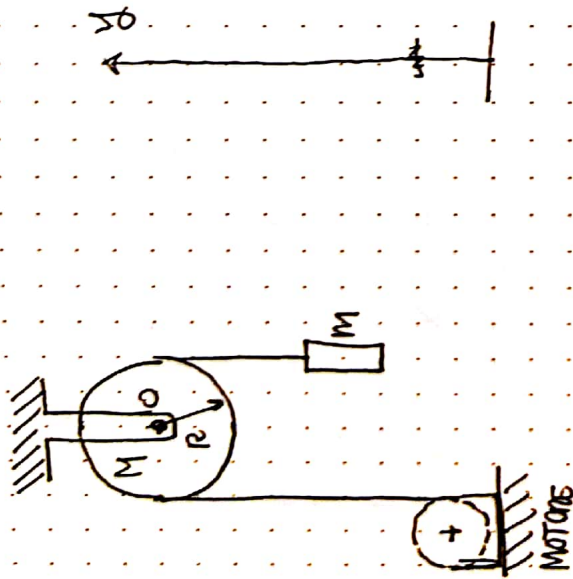
AFFINCHÉ IL PUNTO M₁ ABBA VELOCITÀ v_0 PRIMA DELL'URTO, DEVO ~~ANZICHÉ~~ ~~APPLICARE~~ ~~UNA~~ ~~DEFORMAZIONE~~ x_0 TALE CHE

$$\frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 \quad (\text{CONSERVAZIONE ENERGIA MECCANICA})$$

$$x_0^2 = \frac{m_1}{k} \cdot v_0^2 = \frac{m_1}{k} \cdot 32 \mu g L$$

$$\rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{32 m_1 \mu g L}{k}}$$

ESERCIZIO n° 2



DESCRIZIONE DEL MOTO

- PRIMA PARTE: ACCELERAZIONE COSTANTE VERSO L'ALTO (IL CARICO È SOLLEVATO)
- SECONDA PARTE: ~~VELOCITÀ~~ SAUTA CON VELOCITÀ COSTANTE
- TERZA PARTE: CADUTA

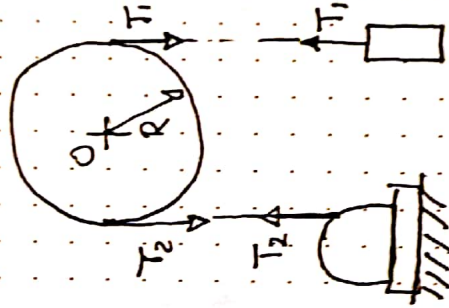
1) FASE DI ACCELERAZIONE Q1

- EQUAZIONE DI MOTO PER IL CARICO, IN DIREZIONE y

$$m a_0 = T_{10} - m g$$

$$\rightarrow T_{10} = m(a_0 + g) = 1081 \text{ N}$$

- EQUAZIONE DI MOTO PER LA CARRUCOLA, ROTAZIONE INTORNO ALL'ASSE PER O



$$I \alpha = T_{20} R - T_{10} R$$

$$\begin{aligned} \rightarrow T_{20} &= T_{10} + \frac{I \alpha}{R} = \\ &= T_{10} + \frac{M R^2}{2 R} \cdot \frac{a_0}{R} = \\ &= T_{10} + \frac{M a_0}{2} = 1086 \text{ N} \end{aligned}$$

2) FASE A VELOCITÀ COSTANTE

$$a = 0$$

$$T_1 = mg = 981 \text{ N}$$

$$T_2 = mg = 981 \text{ N}$$

3) FASE DI CADUTA

$$ma = T_{1c} - mg$$

$$Ia = -T_{1c}R$$

$$I \frac{a}{R} = -T_{1c}R$$

$$\frac{MR^2}{2} \cdot \frac{a}{R} = -T_{1c}R$$

$$T_{1c} = -\frac{MR^2}{2R^2} a$$

$$(\frac{M}{2} + m)a = -mg$$

$$\rightarrow a = -\frac{m}{\frac{M}{2} + m} g = -9.34 \text{ m/s}^2$$

Non è un moto di caduta libera!

Q2

$$t_0 = \frac{v_0}{a_0} \rightarrow \text{tempo ad accelerazione costante}$$

~~Q2~~

$$y_s = \frac{1}{2} a_0 t_0^2 + v_0 t_s =$$

$$= \frac{1}{2} a_0 \frac{v_0^2}{a_0^2} + v_0 t_s =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a_0} + v_0 t_s = 10.5 \text{ m}$$

Q3

Fase accelerazione costante

$$v = a_0 t$$

$$T = T_2$$

$$\rightarrow P = v T_2 = a_0 T_2 t$$

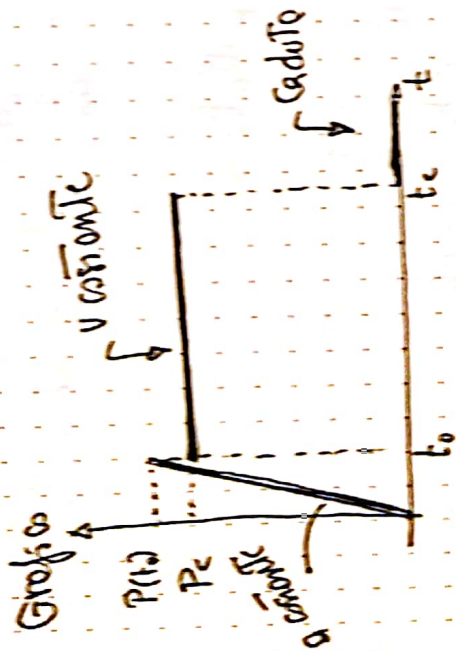
↑
la potenza cresce linearmente nel tempo

$$P(0) = 0$$

$$P(t_0) = 1.086 \text{ kW}$$

Fase a velocità costante

$$P = P_c = v_0 T_2 = 0.981 \text{ kW}$$



Q4

Durante lo caduta, il corpo accelera
con accelerazione

$$a_c = \left(\frac{m}{m+M} \right) g$$

partendo da velocità v_0

$$\rightarrow v_c = v_0 - a_c t$$

$$y_c = y_s + v_0 t - \frac{1}{2} a_c t^2$$

tempo di caduta

$$0 = y_s + v_0 t - \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$t_c = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 a_c y_s}}{a_c} = 1.61 \text{ s}$$

Velocità di caduta

$$v_c = v_0 - a_c t_c = 92.4 \text{ m/s}$$