

Compto di Fisica 1 del 20/07/2021

Esercizio n. 1

Un recipiente chiuso avente uno spessore uniforme di 1 cm contiene 1 kg di acqua in transizione di fase alle condizioni di pressione di 1 atm. Il recipiente è costituito da pareti adiabatiche al netto di due finestre in materiale diatermico di seguito descritte: (i) una finestra in acciaio ($\lambda=50\text{W/mK}$) di $0,25\text{ m}^2$ di superficie in contatto termico con un serbatoio termico a 300°C (ii) una finestra in alluminio ($\lambda=200\text{W/mK}$) di $0,10\text{ m}^2$ di superficie in contatto termico con un serbatoio termico a 80°C . Il recipiente è dotato inoltre di una superficie mobile ideale (assenza di attriti) adiabatica che garantisce il mantenimento in condizioni costanti della pressione del fluido. Tenendo conto che all'inizio della trasformazione l'acqua si trovi allo stato di liquido saturo, si calcoli l'entropia del fluido dopo un tempo di 1 ora.

P	T	h_{fs}	h_{vs}	u_{fs}	u_{vs}
(atm)	(°C)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(kJ/kg)
1	100,00	419,1	2676,0	419,0	2506,5
P	T	v_{fs}	v_{vs}	s_{fs}	s_{vs}
(atm)	(°C)	(m ³ /kg)	(m ³ /kg)	(kJ/kgK)	(kJ/kgK)
1	100,00	0,001043	1,6730	1,3027	7,3598

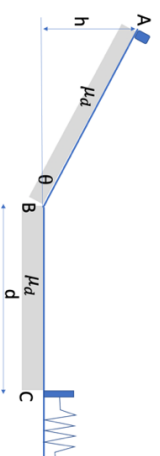
Esercizio n. 2

Un punto materiale viene lasciato scivolare, con velocità iniziale nulla, a partire da un'altezza h (posizione A) lungo un piano inclinato scabro con angolo di inclinazione θ e coefficiente di attrito dinamico μ_d . Alla fine del piano inclinato (posizione B), il punto percorre un tratto orizzontale scabro di lunghezza d , con lo stesso coefficiente di attrito dinamico μ_d . Giunto alla fine di tale tratto (posizione C) il punto entra a contatto con una molla di costante elastica k , che si comprime fino alla posizione D.

Trascurando l'attrito dinamico nel tratto in cui agisce la forza della molla, calcolare:

- 1) la velocità al termine del piano inclinato (posizione B);
- 2) l'accelerazione nel tratto AB;
- 3) la variazione dell'energia cinetica nel tratto BC;
- 4) il massimo valore della compressione della molla.

[Valori numerici: $m = 3\text{ kg}$; $h = 1\text{ m}$; $\theta = 45^\circ$; $\mu_d = 0,2$; $d = 1\text{ m}$; $k = 2000\text{ N/m}$; $g = 9,81\text{ m/s}^2$].

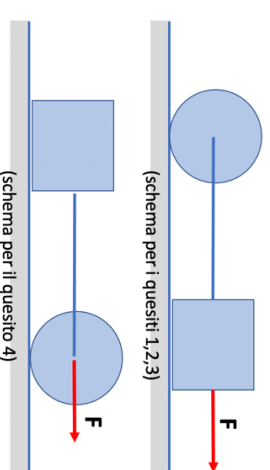


Esercizio n. 3

Un disco omogeneo di massa m_1 e raggio R è collegato nel suo centro ad un blocco di massa m_2 tramite un filo inestensibile di massa trascurabile. Il blocco e il disco si trovano in un istante iniziale in quiete su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito statico μ_s e dinamico μ_d . Al blocco è applicata una forza di modulo F , con direzione orizzontale.

- 1) Determinare la massima accelerazione angolare e la massima accelerazione del centro di massa del disco affinché questo possa rotolare senza slittare sul piano;
- 2) In questa condizione limite, quanto valgono il modulo della tensione del filo e quello della forza F ?
- 3) Calcolare la velocità del blocco e la velocità angolare del disco quando il centro di quest'ultimo ha percorso una distanza d rispetto alla configurazione iniziale.
- 4) Come cambierebbero i risultati del punto 2) se il disco e il blocco fossero scambiati e la forza F fosse applicata al disco?

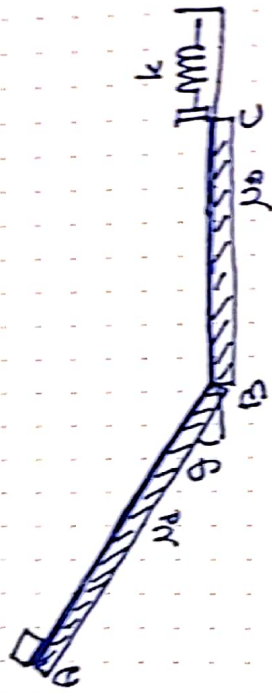
[Valori numerici: $m_1 = 1\text{ kg}$; $m_2 = 2\text{ kg}$; $R = 5\text{ cm}$; $\mu_s = 0,3$; $\mu_d = 0,2$; $g = 9,81\text{ m/s}^2$; $d = 5\text{ m}$; momento di inerzia di un disco omogeneo $I = \frac{1}{2} m_1 R^2$]



SVOLGIMENTO DEL COMPITO DEL 20/01/2021

PARTE DI MECCANICA

ESERCIZIO n° 2



2) CALCOLIAMO LA VELOCITÀ AL TERMINE DEL PIANO INCLINATO (PUNTO B)

→ la variazione di energia meccanica

lungo il tratto AB sarà pari

al lavoro delle forze non conservative

$$E_{MB} - E_{MA} = W_{aAB}$$

VARIAZIONE EN. MECCANICA

↑ LAVORO F. NON CONSERV.

(ATTRITO)

Analizziamo i vari termini

$$E_{MB} = \frac{1}{2} m v_B^2$$

(en. potenziale nulla)

$$E_{MA} = mgh$$

(energia cinetica nulla, il punto parte da fermo)

$$W_{aAB} = - \frac{mg \cos \theta \mu_a \overline{AB}}{F_a}$$

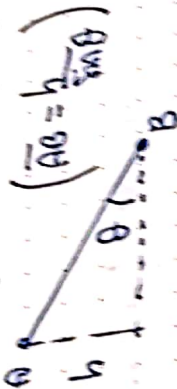
(F_a = 1) μ_a

N = mg cos θ

spostamento

~~spostamento~~

$$W_{aAB} = - mg \cos \theta \mu_a \frac{h}{\sin \theta}$$



Riscriviamo l'equazione della variazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - mgh = - mg \cos \theta \mu_a \frac{h}{\sin \theta}$$

Semplifichiamo e calcoliamo v_B

$$v_B^2 = 2gh - 2g \mu_a \cos \theta \frac{h}{\sin \theta}$$

$$v_B = \sqrt{2gh \left(1 - \frac{\mu_a}{\tan \theta} \right)} = 3.96 \text{ m/s}$$

Nota sul punto 4

Allo stesso risultato si sarebbe arrivati applicando la seconda legge di Newton

$$ma = mg \sin \theta - mg \cos \theta$$

$$\frac{m \cancel{a}}{\cancel{m}} = \frac{\cancel{m} g \sin \theta}{\cancel{m}} - \frac{\cancel{m} g \cos \theta}{\cancel{m}} \quad \left(\text{Considera la componente lungo il piano inclinato} \right)$$

$$a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

Il punto scivola lungo il piano con accelerazione $a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$ (moto uniformemente accelerato)

$$v = v(0) + at$$

↑ Componente della velocità lungo la direzione del piano inclinato

$$s = v(0)t + \frac{at^2}{2}$$

↑ distanza percorsa in funzione del tempo

Quanto tempo impiega il punto per passare a meno del raddoppio? → sostituisce il valore di $at^2 = \frac{2}{g \sin \theta}$ nell'espressione precedente

$$\frac{2}{g \sin \theta} = a \frac{t_{AB}^2}{2}$$

$$t_{AB} = \sqrt{\frac{2h}{g \sin \theta}}$$

La velocità del punto quando raggiunge la posizione B sarà quindi

$$v_B = at_B = g \sqrt{\frac{2h}{g \sin \theta}}$$

$$= \sqrt{2 \frac{ah}{\sin \theta}} = \sqrt{\frac{2g(\sin \theta - \mu \cos \theta)h}{\sin \theta}} = \sqrt{2gh(1 - \mu/\tan \theta)}$$

Abbiamo trovato (ovviamente!) lo stesso risultato

② ACCELERAZIONE LUNGO IL TRATTO AB

Applichiamo la seconda legge di Newton

$$m\vec{a} = \vec{R}_2$$

$\vec{R}_2$ Risultante delle forze applicate al punto materiale

$$\vec{R}_2 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_a$$

forza peso
forza attrito, direzione parallela al piano, modulo $\mu_d N$

Componente normale delle reazioni vincolari del piano

Proiettiamo in direzione parallela al piano e perpendicolare al piano

in direzione perpendicolare

$$-mg \cos \theta + N = 0$$

il punto scivola sul piano quindi la componente di accelerazione in direzione perpendicolare è nulla

$$\Rightarrow N = mg \cos \theta$$

in direzione parallela al piano

$$ma = mg \sin \theta - F_a$$

Ricordiamo che

$$F_a = \mu_d N = \mu_d mg \cos \theta$$

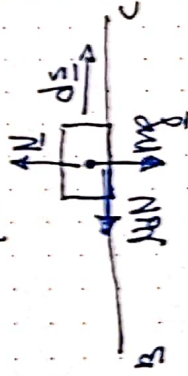
$$\Rightarrow ma = mg \sin \theta - mg \cos \theta \mu_d$$

$$\Rightarrow a = g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta) = 5.55 \text{ m/s}^2$$

③ VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA LUNGO IL TRATTO BC

Il tratto BC è orizzontale solo la forza di attrito compie lavoro

$$\Delta E_{kBC} = W_{BC}$$



$$W_{BC} = -\mu_d mgd$$

$$\Delta E_{KBC} = -14 \text{ mgd} = -5.89 \text{ J}$$

④ COMPRESSIONE DELLA MOLLA NEL TRATTO FINALE

Nel punto precedente abbiamo calcolato la variazione di energia cinetica nel tratto BC, l'energia cinetica nelle posizioni C sarà quindi

$$E_{Kc} = E_{Kb} + \Delta E_{KBC} =$$

$$= \frac{1}{2} m v_B^2 - 14 \text{ mgd}$$

Nel tratto finale non è presente attrito quindi l'energia meccanica si conserva (ossiano soltanto forze conservative o forze che non compiono lavoro)

$$E_{mc} = E_{mo}$$

↑ punto di massima compressione della molla

$$E_{mc} = E_{kc}$$

$$E_{mo} = \frac{1}{2} k x_0^2$$

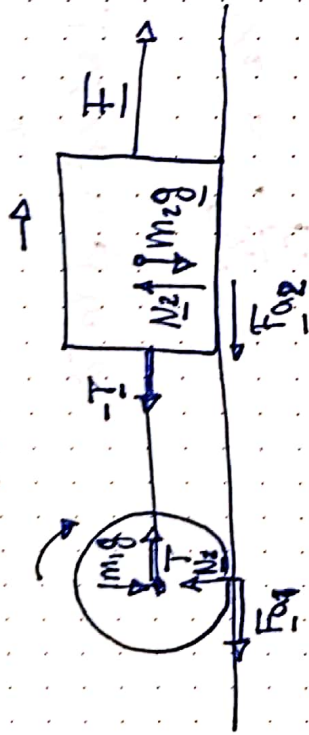
$$\frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} m v_c^2$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{m}{k}} v_c$$

abbiamo calcolato E_{kc} ma non v_c

$$x_0 = \sqrt{\frac{2 E_{kc}}{k}} = 0.133 \text{ m}$$

ESERCIZIO n° 3



In direzione perpendicolare al piano abbiamo semplicemente:

$$-m_1g + N_1 = 0 \quad N_1 = m_1g$$

$$-m_2g + N_2 = 0 \quad N_2 = m_2g$$

Analizziamo il moto in direzione orizzontale.

- Disco

$$m_1 a_{cm} = T - F_{01}$$

F_{02} incognite

$$I \alpha = -F_{01} R$$

$$\alpha = -\frac{F_{01} R}{I}$$

Calcoliamo la max accelerazione per avere

Moto di rotolamento
Condizione limite

$$F_{01} = \mu_s N_1 = \mu_s m_1 g$$

(dato che, affinché il moto sia di rotolamento)

$$F_{01} \leq \mu_s N$$

→ la massima accelerazione angolare (in modulo) vale

$$|\alpha_{max}| = \frac{\mu_s m_1 g R}{I}$$

$$= \mu_s m_1 g R \frac{1}{\frac{1}{2} m_1 R^2} =$$

$$= 2 \frac{\mu_s g}{R}$$

$$|\alpha_{max}| = 117.7 \text{ rad/s}^2$$

la massima accelerazione del cm del disco in condizioni di rotolamento vale quindi

$$|\alpha_{max}| = |\alpha_{max}| R = 5.89 \text{ m/s}^2$$

(In condizioni di rotolamento)
 $a_{cm} = \alpha R$

② CALCOLO IN QUESTE CONDIZIONI LIMITE
LA TENSIONE DEL FILO E LA FORZA DI

TRAZIONE T

Applichiamo l'equazione di moto del
cuneo di massa del disco

$$m_1 a_{cm} = T - F_{01}$$

obteniamo calcolato nel punto

precedente

$$a_{cm} = R\alpha = 2\mu_s g$$

$$F_{01} = \mu_s m_1 g$$

$$Ques. T = m_1 a_{cm} + F_{01} =$$

$$= m_1 (2\mu_s g + \mu_s g) =$$

$$= 3\mu_s m_1 g$$

$$\boxed{T = 8.83 \text{ N}}$$

Analizziamo quindi il moto del blocco
in direzione $\nearrow$ orizzontale

Dato che il filo è inestensibile

$$a_2 = a_{cm} = 2\mu_s g$$

$$m_2 a_{cm} = F - T - \mu_s m_2 g$$

$$\rightarrow F = m_2 a_{cm} + T + \mu_s m_2 g =$$

$$= 2(m_2 \mu_s g + 3\mu_s m_1 g + \mu_s m_2 g)$$

$$= g(2\mu_s m_2 + 3\mu_s m_1 + \mu_s m_2) =$$

Sostituendo i valori numerici otteniamo

$$\boxed{F = 24.5 \text{ N}}$$

③ CALCOLO LA VELOCITÀ DI TRASLAZIONE E

LA VELOCITÀ ANGOLARE DEL DISCO QUANDO

IL CERCHIO HA PERCORSO UNA DISTANZA d .

Disco e blocco procedono con accelerazione
 a (calcolate in precedente)

Per trovare la distanza d impiegheranno un tempo t_a tale che (moto uniformemente accelerato)

$$d = \frac{1}{2} a t_a^2$$

Quindi il tempo t_a sarà

$$t_a = \sqrt{\frac{2d}{a_m}} = \sqrt{\frac{2d}{2\mu_s g}} = \sqrt{\frac{d}{\mu_s g}}$$

e di conseguenza la velocità del cm del disco sarà

$$v = a_m t_a = 2\mu_s g \sqrt{\frac{d}{\mu_s g}} = 2\sqrt{\mu_s g d}$$

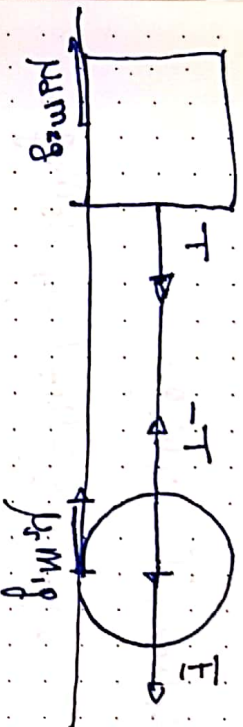
Sostituendo i valori numerici otteniamo

$$v = 7.67 \text{ m/s}$$

E la velocità angolare del disco è

$$\omega = \frac{v}{R} = 153.4 \text{ rad/s}$$

④ Come cambierebbero T ed F se scambiasse la posizione del disco e del blocchetto?



α_{max} e a_{cm} sono le stesse di prima (la condizione di attrito è la stessa, l'equazione di moto per la rotazione del disco è la stessa)

$$m_1 a_{cm} = F - T - \mu_s m_1 g \quad \text{trasloz. disco}$$

$$m_2 a_{cm} = T - \mu_s m_2 g \quad \text{eq. per blocco di moto blocco}$$

da queste otteniamo

$$\begin{aligned} T &= m_2 a_{cm} + \mu_s m_2 g \\ &= m_2 (2\mu_s g + \mu_s g) = \\ &= m_2 g (2\mu_s + \mu_s) \end{aligned}$$

$$T = 15.7 \text{ N}$$

E quindi

$$F = M_1 a_{cm} + T + \mu_s M_1 g =$$

$$= m_1 (2\mu_s g) + m_2 g (2\mu_s + \mu_d) + \mu_s m_1 g =$$

$$= g (2\mu_s m_2 + 3\mu_s m_1 + \mu_d m_2)$$

$$F = 24.5 \text{ N}$$

↑
Quintamente non cambia rispetto
al caso precedente