

Appello scritto di Fisica 1 del 26 gennaio 2022

Esercizio n. 1

Un recipiente cilindrico chiuso contiene 3 kg di acqua in transizione di fase. Il recipiente è composto da una parete laterale e da un coperchio mobile entrambi adiabatici e da un fondo diatermico con coefficiente di conduzione pari a 22 W/mK e raggio di 0.25 [m]. La parete del fondo del recipiente ha uno spessore pari a 10[cm]. Durante un periodo di osservazione in cui il fondo è in contatto termico con un corpo avente temperatura costante pari a 200 [°C] si osserva:

- 1) il fluido contenuto nel recipiente (che si mantiene in condizione di transizione di fase per l'intero periodo di osservazione) varia il suo volume specifico da un valore iniziale $v_1 = 0,2 \text{ m}^3/\text{kg}$ ad un valore finale $v_2 = 0,8 \text{ m}^3/\text{kg}$;
- 2) corrispondentemente si osserva una variazione della posizione del coperchio (considerato privo di peso e con condizioni di accoppiamento con il cilindro ideali in assenza di attrito).

Considerando non trascurabile lo scambio di lavoro che avviene attraverso il coperchio mobile si calcoli:

- a) lo scambio di calore che si è reso necessario durante la trasformazione dallo stato iniziale allo stato finale del fluido sapendo che l'energia interna specifica del fluido ha subito una variazione di 840 kJ/kg
- b) il tempo necessario per la trasformazione

Esercizio n. 2

Una ragazzina gioca in giardino con un pallone di massa m , legato con una fune di lunghezza L alla ringhiera del terrazzo. Facendo oscillare leggermente il pallone, la ragazzina osserva che questo compie n_{tot} oscillazioni complete in un tempo T_{tot} .

Riportato il pallone in quiete, la ragazzina lo calcia, imprimendogli un impulso J con direzione orizzontale, che porta il filo a ruotare di un angolo θ_0 rispetto alla direzione verticale.

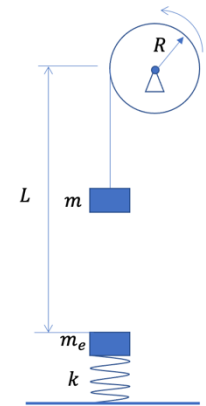
- Qual è la lunghezza L della fune?
- Quanto vale il modulo dell'impulso J del calcio dato al pallone?
- Determinare il valore massimo T_M e minimo T_m della tensione del filo durante l'oscillazione conseguente al calcio e riportare su un grafico l'andamento della tensione in funzione dell'angolo θ nell'intervallo $[0, \theta_0]$.

- Supponendo che la tensione massima del filo a cui è appeso il pallone sia T_{Max} , qual è il massimo impulso con cui la ragazzina può calciare il pallone senza rompere il filo e quale sarà l'altezza massima dal suolo raggiunta dal pallone in questo caso?

[Valori numerici: $m = 0.450 \text{ kg}$, $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $n_{tot} = 3$, $T_{tot} = 10 \text{ s}$, $\theta_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$, $T_{Max} = 15 \text{ N}$]

Esercizio n. 3

Su un corpo cilindrico di massa M e raggio R , vincolato a ruotare rispetto a un asse fisso orizzontale e coincidente con il suo asse di simmetria, è avvolta una fune di lunghezza L e massa trascurabile alla cui estremità libera è appesa una massa m . Nella configurazione iniziale, in cui sia la massa che il disco hanno velocità nulla e la fune è completamente avvolta sul disco, la massa viene lasciata libera e la fune inizia a srotolarsi. Nell'istante in cui la fune è completamente srotolata, la massa atterra su un corpo con massa m_e collegato a sua volta ad una molla di rigidità k e vi rimane attaccato (urto perfettamente anelastico).



- Calcolare l'accelerazione della massa, l'accelerazione angolare del disco e la tensione della fune nella fase del moto in cui essa si srotola dal cilindro.
 - Quanto tempo impiega la fune per srotolarsi completamente?
 - Quanta energia cinetica viene dissipata durante l'urto?
 - Di quanto si comprime la molla?
- [Valori numerici: $M = 2 \text{ kg}$, $R = 0.2 \text{ m}$, $L = 10 \text{ m}$, $m = 5 \text{ kg}$, $m_e = 5 \text{ kg}$, $k = 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$]

COMPITO DI FISICA 1 DEL 26 GENNAIO 22

ESERCIZIO n° 2



SVOLGIMENTO
COMMENTATO DELLA
PARTE DI MECCANICA

① $N_{TOT} = 3$ $T_{TOT} = 10.5$
 → PERIODO DELL'OSCILLAZIONE
 $T = T_{TOT} / N_{TOT}$

Ricordando che in un pendolo semplice la relazione tra lunghezza L e periodo T è data da

$$T = 2\pi \sqrt{L/g}$$

possiamo calcolare L come

② → $L = (T/2\pi)^2 \cdot g = 2.76 \text{ m}$

② Sul ~~pendolo~~ ^{pendolo} masse m agiscono solo forze conservative, possiamo calcolare l'energia meccanica, che rimane costante durante il moto.

→ subito dopo il calcio

$$E_{min} = E_{kin} + E_{pin}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_{in}^2$$

↑ velocità del pallone dopo il calcio, iniziale

$$E_{pin} = 0$$

(prendiamo come riferimento per il calcolo dell'energia potenziale la configurazione di equilibrio)

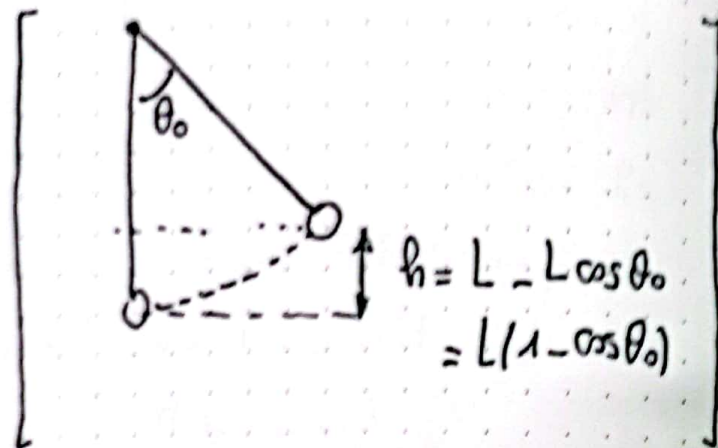
$$\rightarrow E_{min} = \frac{1}{2} m v_{in}^2$$

→ Nel punto in cui il pallone raggiunge l'altezza massima

$$E_{mpin} = E_{kfin} + E_{pfin}$$

$E_{kfin} = 0$ (nel punto in cui l'altezza è massima la velocità è nulla)

$$E_{pfin} = mgL(1 - \cos\theta_0)$$



$$E_{mfin} = mgL(1 - \cos\theta_0)$$

L'energia meccanica si conserva durante l'oscillazione

$$E_{min} = E_{mfin}$$

$$\frac{1}{2} m v_{in}^2 = mgL(1 - \cos\theta_0)$$

$$v_{in} = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)}$$

Durante il colpo, le quantità di moto variano in modulo delle quantità

$$\Delta P = |P_{fin} - P_{in}|$$

(perché il pallino è in quiete)

$$= P_{fin} = m v_{in}$$

$$= m \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)}$$

Per il Teorema dell'impulso risulta

$$\underline{J} = \Delta \underline{P}$$

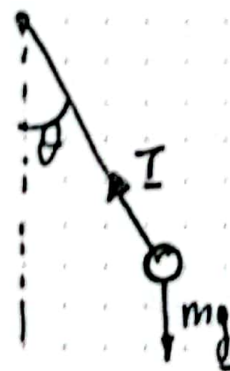
e in modulo

$$J = \Delta P$$

quindi il modulo dell'impulso applicato durante il colpo è

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad J &= m \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)} \\ &= 1.79 \text{ kg m/s} \\ &= 1.79 \text{ N}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

Consideriamo il pendolo in una generica configurazione, identificata dall'angolo θ e analizziamo le forze applicate sulla massa



$T \rightarrow$ tensione del filo
 $mg \rightarrow$ forza peso

Applichiamo la seconda legge di Newton, considerando le componenti dei vettori forza e accelerazioni in direzione radiale.

$$T - mg \cos \theta = m a_n$$

↑
componente radiale
dell'accelerazione

$$\rightarrow T = m a_n + mg \cos \theta$$

$$= m (a_n + g \cos \theta)$$

Nel moto circolare risulta anche

$$a_n = \frac{v^2}{L}$$

Considerando inoltre la conservazione dell'energia meccanica in una generica configurazione, risulta

$$\frac{1}{2} m v^2 + m g L (1 - \cos \theta) = m g L (1 - \cos \theta_0)$$

$$\rightarrow v^2 = 2 g L (\cos \theta - \cos \theta_0)$$

Sostituendo queste relazioni nell'espressione di T

$$T = m \left(\frac{v^2}{L} + g \cos \theta \right) =$$

$$= m \left(\frac{2 g L (\cos \theta - \cos \theta_0)}{L} + g \cos \theta \right)$$

$$= m (3 g \cos \theta - 2 g \cos \theta_0) =$$

$$= m g (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0)$$

Il valore massimo della Tensione si ha quando $\theta = 0$, il minimo quando $\theta = \theta_0$.

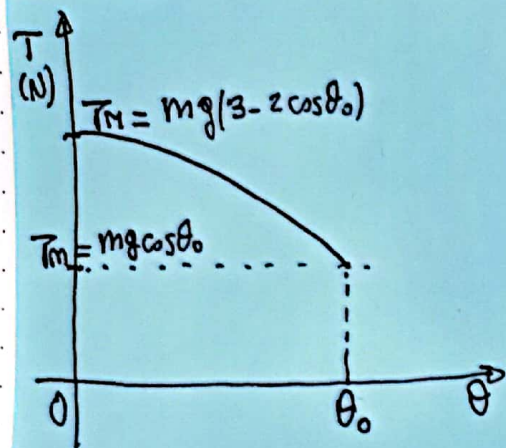
$$T_{\max} = m g (3 - 2 \cos \theta_0)$$

$$= 7.00 \text{ N}$$

$$T_{\min} = m g (3 \cos \theta_0 - 2 \cos \theta_0)$$

$$= m g \cos \theta_0 = 3.12 \text{ N}$$

Il grafico della Tensione T al variare di θ nell'intervallo $[0, \theta_0]$ è quindi:



- ④ Abbiamo visto nel punto precedente che la tensione massima è raggiunta quando $\theta = 0$. Se il valore massimo della Tensione è T_{max} (resistenza del filo), risulta

$$T_{max} = m \left(\frac{v_{max}^2}{L} + g \right)$$

$$\frac{T_{max}}{m} = \frac{v_{max}^2}{L} + g$$

$$v_{max}^2 = \left(\frac{T_{max}}{m} - g \right) L$$

→ $v_{max} = \sqrt{\left(\frac{T_{max}}{m} - g \right) L}$
 Il massimo impulso con cui posso colpire il pallone è:

$$J_{max} = m \sqrt{\left(\frac{T_{max}}{m} - g \right) L}$$

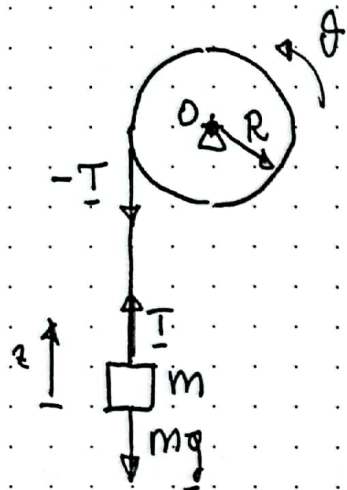
$$= 3.63 \text{ N}\cdot\text{s}$$

Per la conservazione dell'energia meccanica risulta

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = m g h_{max}$$

$$h_{max} = \frac{1}{2} \frac{v_{max}^2}{g} = 3.31 \text{ m}$$

ESERCIZIO n° 3



Momento d'inerzia
del cilindro

$$I = \frac{1}{2} MR^2 = 0.04 \text{ kgm}^2$$

① Equazioni di moto.
- masse m , in direzione z

$$ma = -mg + T \quad (1)$$

- ~~cilindro~~ cilindro, momento in direzione
perpendicolare al piano.

$$I\alpha = T \cdot R \quad (2)$$

Il filo è inestensibile, quindi risulta

$$a = -\alpha R \quad (3)$$

elaborando le equazioni (1), (2) e (3) è
possibile determinare T , a ed α .

$$\begin{cases} ma = -mg + T & (1) \\ I\alpha = T \cdot R & (2) \\ a = -\alpha R & (3) \end{cases}$$

Ricavo T dalle (2)

$$T = I\alpha / R$$

utilizzando le (3) ottengo

$$T = -I \frac{a}{R^2}$$

sostituisco nelle (1)

$$ma = -mg - I \frac{a}{R^2}$$

ricavo a e calcolo α e T

$$a = -\frac{mg}{m + \frac{I}{R^2}} = -8.175 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = -\frac{a}{R} = 40.88 \text{ rad/s}^2$$

$$T = -I \frac{a}{R^2} = 1.21 \text{ N}$$

② Durante la discesa, la massa m ha un moto uniformemente accelerato con accelerazione a .

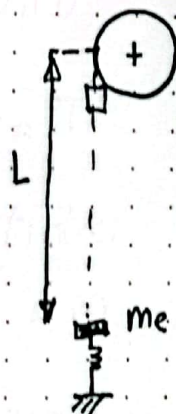
La sua velocità sarà

$$v(t) = at$$

~~anche~~ e lo spostamento

$$z(t) = z_{in} + \frac{1}{2}at^2$$

$$= L + \frac{1}{2}at^2$$



La fune sarà completamente srotolata quando $z=0$ quindi

$$L = -\frac{1}{2}at^2$$

$$\rightarrow T = \sqrt{-\frac{2L}{a}} = 1.215$$

(ricordando che a è negativa)

③ L'urto è completamente anelastico, ma la quantità di moto si conserva, quindi

$$\underbrace{mv_0}_{\text{prima dell'urto}} = \underbrace{(m+m_e)}_{\text{dopo l'urto}} v_1$$

$$v_1 = \frac{m}{m+m_e} v_0$$

~~dal punto precedente~~ Dal punto precedente risulta

$$v_0 = aT = a\sqrt{-\frac{2L}{a}}$$

$$= \sqrt{-2La} = 9.90 \text{ m/s}$$

La variazione di energia cinetica durante l'urto risulta quindi

$$\Delta E_k = E_{k1} - E_{k0} =$$

$$= \frac{1}{2}(m+m_e)v_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= -122.7 \text{ J}$$

(La variazione è negativa, l'energia cinetica finale è inferiore a quella iniziale, durante l'urto si dissipa energia meccanica)

④ Analizziamo il moto del sistema dopo l'urto. Sulle masse $m_{Tot} = m + m_e$ agisce la forza peso e la forza elastica, sono entrambe conservative

→ Energia potenziale forza peso

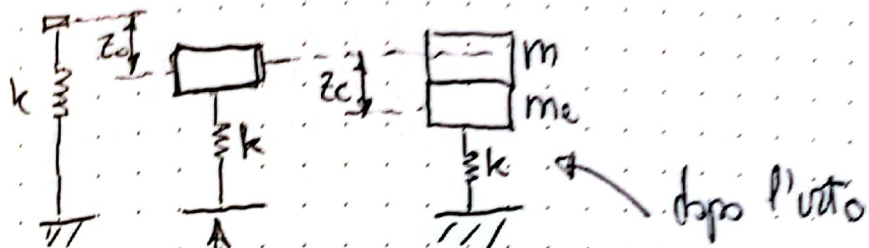
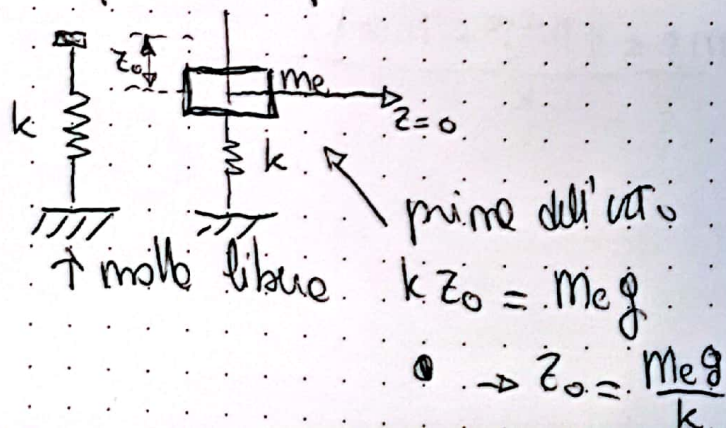
$$E_{pp} = mgz$$

→ Energia potenziale forza elastica

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k \tilde{z}^2$$

↑ compressione della molla

Se scegliamo $z = 0$ quando avviene l'urto, dobbiamo considerare il fatto che in quella configurazione la molla è già compressa della quantità z_0 per effetto del peso della massa m_e .



questa è la configurazione di riferimento $z = 0$

Le compressioni delle molle dopo l'urto
 $\tilde{z} = z - z_0$

(in compressione - come nella figura z è negativo quindi in suo valore assoluto si sommano)

Energia meccanica subito dopo l'urto

$$E_{mp} = E_{kp} + E_{pp} =$$

$$= \frac{1}{2} m_{Tot} v_1^2 + \frac{1}{2} k z_0^2$$

contributo delle compressioni iniziali delle molle

Energie meccanica alla massima compressione

$$E_{m2} = E_{k2} + E_{p2}$$

← energia potenziale
forza peso e elastica

↑ alla massima compressione
la velocità è nulla

$$= \frac{1}{2} k (z_2 - z_0)^2 + m_{TOT} g z_2$$

Per la conservazione dell'energia meccanica risulta

$$\frac{1}{2} m_{TOT} v_1^2 + \frac{1}{2} k z_0^2 = \frac{1}{2} k (z_2 - z_0)^2 + m_{TOT} g z_2$$

Sviluppo i calcoli

$$\frac{1}{2} m_{TOT} v_1^2 + \frac{1}{2} k z_0^2 = \frac{1}{2} k z_2^2 - k z_2 z_0 + \frac{1}{2} k z_0^2 + m_{TOT} g z_2$$

Riordino i termini

$$k z_2^2 + z_2 (m_{TOT} g - k z_0) - m_{TOT} v_1^2 = 0$$

Questa ultima è un'equazione di secondo grado in z_2 che quindi ammette due soluzioni, una positiva e una negativa. Dato che è richiesta la massima compressione della molla, la soluzione che interessa è quella negativa.

$$z_2 = \frac{-(m_{TOT} g - k z_0) \pm \sqrt{(m_{TOT} g - k z_0)^2 - m_{TOT} k v_1^2}}{k}$$

$$= 0.207 \text{ m}$$