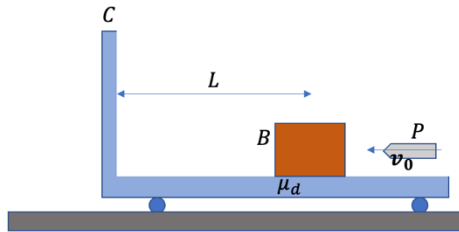


Compito di Fisica 1 AA 2021/2022 – 21 luglio 2022

Nome:

Cognome:

Esercizio 1



Un proiettile P di massa m_P è lanciato alla velocità v_0 con direzione orizzontale e modulo, contro un blocco di legno B di massa m_B . L'urto è perfettamente anelastico. Dopo l'urto il blocco e il proiettile scivolano lungo il piano di un carrello C per un tratto di lunghezza L , fino a urtare il bordo del carrello, anche in questo caso l'urto è perfettamente

anelastico. La massa del carrello è m_C , i momenti di inerzia delle ruote e l'attrito tra il carrello e il pavimento sono trascurabili. Determinare:

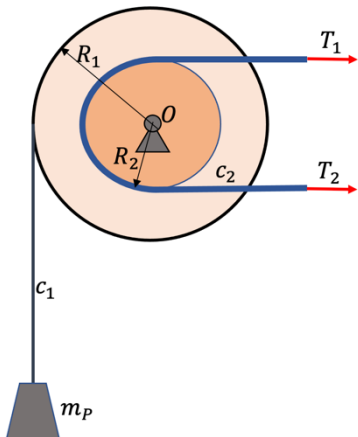
1. La velocità del blocco di legno immediatamente dopo il primo urto.
2. L'accelerazione del blocco e del carrello tra il primo e il secondo urto.
3. La durata dell'intervallo di tempo tra i due urti.
4. La variazione di energia cinetica durante il secondo urto.

[Valori numerici: $m_P = 30 \text{ g}$, $m_B = 3 \text{ kg}$, $m_C = 30 \text{ kg}$, $L = 0.5 \text{ m}$, $\mu_d = 0.2$, $v_0 = 450 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$]

Esercizio 2

Un carico massa m_P è sollevato tramite una fune ideale c_1 , avvolta al diametro esterno di una doppia puleggia, costituita da due dischi omogenei di raggio R_1 ed R_2 e masse m_1 ed m_2 , rispettivamente. La puleggia è vincolata a ruotare intorno a un asse fisso, coincidente con l'asse di simmetria e passante per il punto O . Sul disco di raggio R_2 è avvolta una seconda fune inestensibile c_2 , alle cui estremità sono applicate, tramite un motore non riportato in figura, le tensioni T_1 e T_2 , delle quali è nota la media aritmetica dei moduli T_0 . Calcolare:

1. I valori delle tensioni T_1 e T_2 necessarie per sollevare il carico a velocità costante v_C .
2. La potenza erogata dal motore per sollevare il carico alla velocità v_C .



3. Il modulo, la direzione e il verso della reazione con cui il perno passante per O è sollecitato durante il sollevamento del carico.
4. L'accelerazione del carico qualora il motore venisse spento, vale a dire quando $T_1 = T_2 = T_0$.

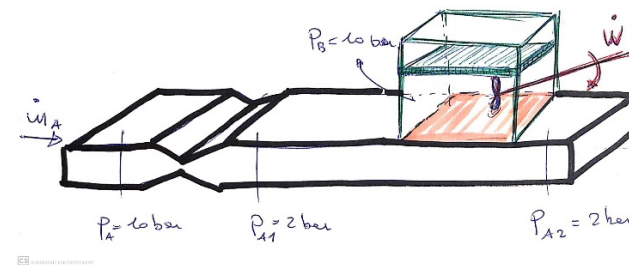
[Valori numerici: $m_P = 5 \text{ kg}$, $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$, $R_1 = 20 \text{ cm}$, $R_2 = 10 \text{ cm}$, $T_0 = 150 \text{ N}$, $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_C = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$]

Esercizio 3

Un flusso di massa di 0.5 kg/s di acqua (A) allo stato di liquido saturo a 10 bar subisce un processo di laminazione sino alla pressione di 2 bar . Successivamente tale flusso subisce una ulteriore trasformazione determinata dal contatto con una superficie diatermica facente parte di un contenitore chiuso che contiene acqua (B). Della superficie diatermica del recipiente (a base quadrata di lato 50 cm) si conosce la conducibilità termica ($\lambda = 386 \text{ W/kgK}$) e lo spessore pari a 2 cm . Si conosce inoltre la massa di acqua (B) contenuta nel contenitore (2 kg). Si consideri un istante iniziale in cui l'acqua contenuta nel recipiente (dotato di pareti tutte adiabatiche, a meno della superficie di contatto con il flusso A, e con parete superiore mobile priva di attrito e di massa non nulla) si trovi alla pressione di 10 bar e titolo pari a 0.8 . Dopo un tempo di 10 secondi si determinino:

1. il titolo finale del fluido di acqua contenuta nel recipiente (B)
2. il titolo del flusso di acqua (A) a seguito delle due trasformazioni subite
3. la entropia generata per irreversibilità nel recipiente

P	T	v_{ls}	v_{vs}	h_{ls}	h_{vs}	u_{ls}	u_{vs}	s_{ls}	s_{vs}
(bar)	(°C)	(m ³ /kg)	(m ³ /kg)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(kJ/kgK)	(kJ/kgK)
2	120,23	0,001	0,885	504,7	2706,3	504,5	2529,2	1,5301	7,1268
10	179,88	0,001	0,194	762,6	2776,2	761,5	2581,9	2,1382	6,5828



BOZZA DI SVOLGIMENTO DEL
COMPITO DEL 21 LUGLIO 2022
- PARTE DI MECCANICA

ESERCIZIO 1

- ① Urto proiettile-blocco perfettamente
anelastico.

$$m_P \underline{v}_P + m_B \underline{v}_{B0} = (m_P + m_B) \underline{v}_1$$

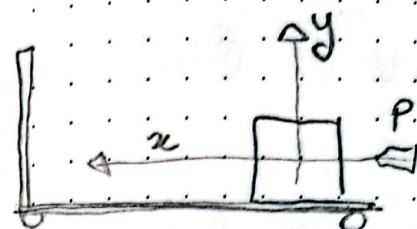
$\uparrow$ blocco inizialmente fermo $\uparrow$ velocità proiettile/blocco dopo l'urto

$$\underline{v}_1 = \frac{m_P}{m_P + m_B} \underline{v}_P$$

scelgo l'asse x con direzione concorde con $\underline{v}_P$
 $\underline{v}_P = v_0 \underline{i}$

$\underline{v}_1$ ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\underline{v}_P$, il modulo è

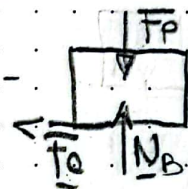
$$v_1 = \frac{m_P}{m_P + m_B} v_0 = 4.46 \text{ m/s}$$



$$\underline{v}_1 = v_1 \underline{i}$$

- ② Dopo l'urto con il blocco iniziano a muoversi. Tra coniglio e blocco è presente attrito, il coefficiente di attrito dinamico è μ_d .

Dinamica del blocco



Seconda legge di Newton

$$(m_P + m_B) a_B = \underline{F}_P + \underline{N}_B + \underline{F}_a$$

Componenti in direzione x e y

$$(y) \quad N_B - (m_P + m_B) g = 0$$

$$N_B = (m_P + m_B) g$$

Il modulo delle forze di attrito
vale:

$$|\vec{F}_a| = \mu_d N = \mu_d (m_p + m_b) g$$

Componente lungo x (ricordiamo
che le forze di attrito si oppongono
al moto)

$$\vec{F}_a = -\mu_d (m_p + m_b) g$$

Componente in direzione x dell'equazione
di moto

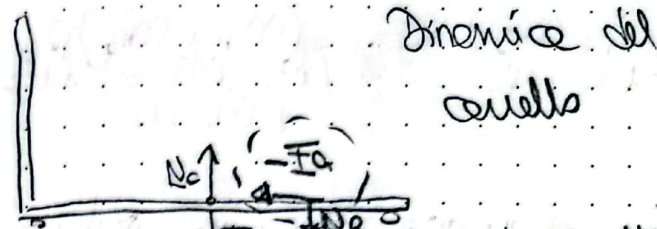
$$(m_p + m_b) a_B = -\mu_d (m_p + m_b) g$$

$$\rightarrow a_B = -\frac{\mu_d (m_p + m_b) g}{(m_p + m_b)}$$

$$\boxed{a_B = -\mu_d g = -1.96 \text{ m/s}^2}$$

$$\underline{a}_B = -\mu_d g \hat{i}$$

↑
accelerazione del blocco + proiettile



forze date dall'interazione
per il terzo principio
della Termodinamica

$$m_c \underline{a}_c = N_c + \vec{F}_{ec} = N_b - \vec{F}_a$$

Proiettando in direzione x

$$m_c a_c = -F_a$$

$$a_c = -\frac{1}{m_c} F_a = \frac{\mu_d (m_p + m_b) g}{m_c}$$

$$\boxed{a_c = -\frac{m_p + m_b}{m_c} a_B = 0.199 \text{ m/s}^2}$$

Verifica (o soluzione alternativa)

Sul sistema blocco + proiettile
non esistono forze esterne con
componenti in direzione x .

La componente in direzione x dell'accelerazio-
ne del centro di massa è tale che

$$(m_P + m_B + m_C) a_{CM} = (m_P + m_B) a_B + m_C a_C$$

ma dato che non agiscono sul sistema forze esterne con componenti lungo x , risulta

$$a_{CM} = 0$$

quindi si trova che

$$(m_P + m_B) a_B = -m_C a_C$$

$$\rightarrow a_C = -\frac{m_B + m_P}{m_C} a_B$$

③ Analizziamo il moto del blocco e del corallo dopo il primo urto

- Blocco: moto uniformemente accelerato con posizione iniziale $x_B = 0$, e velocità iniziale v_1 calcolata nel punto ① e accelerazione a_B calcolata nel punto ②

$$v_B(t) = v_1 - \mu_0 g t$$

$$x_B(t) = v_1 t - \frac{1}{2} \mu_0 g t^2$$

Moto del corallo: moto uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla, posizione iniziale $x_C(0) = L$ e accelerazione a_C calcolata nel punto ②

$$v_C(t) = a_C t$$

$$x_C(t) = L + \frac{1}{2} a_C t^2$$

L'urto avviene quando

$$x_B(t) = x_C(t) \quad \text{quindi}$$

$$v_1 t - \frac{1}{2} \mu_0 g t^2 = L + \frac{1}{2} a_C t^2$$

$$\frac{1}{2} (a_C + \mu_0 g) t^2 - v_1 t + L = 0$$

$$t = \frac{v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - 4 \frac{L}{2} (a_C + \mu_0 g)}}{2 (a_C + \mu_0 g)}$$

diverse equazioni ammettono due soluzioni positive

$$t_1 = \frac{v_1 - \sqrt{v_1^2 - 2(a_c + \mu_d g)}}{a_c + \mu_d g} = 0.0569 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{v_1 + \sqrt{v_1^2 - 2(a_c + \mu_d g)}}{a_c + \mu_d g} = 4.065 \text{ s}$$

questo significa che se non ci fosse l'auto, il blocco del corallo e il blocco si incontrerebbero due volte, per $t = t_1$ e $t = t_2$.

L'auto avviene ovviamente la prima volta che si incontrano, quindi dopo un tempo

$$t_1 = 0.0569 \text{ s}$$

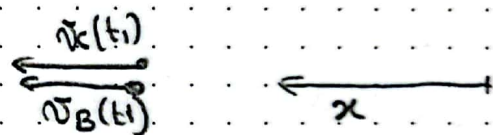
dal primo urto

④ Anche il secondo urto è perfettamente anelastico

$$v_B(t_1) = v_1 - a_B t_1$$

$$v_C(t_1) = a_c t_1$$

entrambe le velocità sono dirette come l'asse x e hanno verso concorde con esso



$$(m_P + m_B) v_B(t_1) + m_C v_C(t_1) = m_{tot} v_2$$

$$\text{con } m_{tot} = (m_P + m_B + m_C)$$

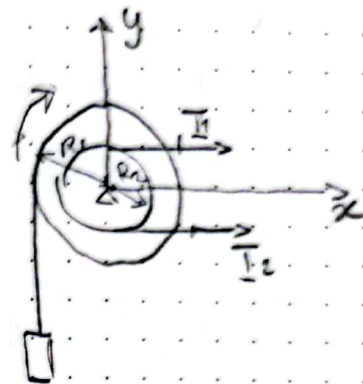
$$v_2 = \frac{1}{m_{tot}} ((m_P + m_B) v_B(t_1) + m_C v_C(t_1))$$

È quindi l'energia cinetica dissipata durante l'urto è

$$\Delta E_k =$$

$$\frac{1}{2} m_{tot} v_z^2 - \left(\frac{1}{2} (m_B + m_p) v_B^2(t_1) + \frac{1}{2} m_b v_b^2(t_1) \right) = -25.8 \text{ J}$$

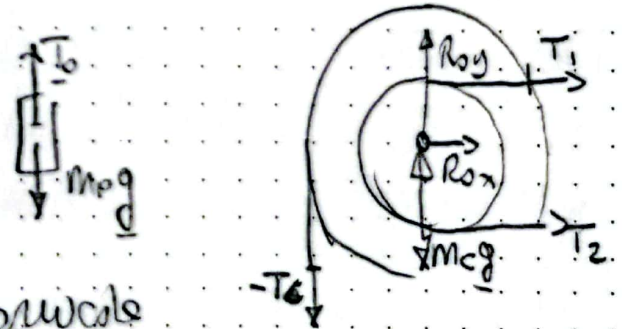
ESERCIZIO n° 2



Analizziamo il moto del sistema

- masse sospese (componente in direzione y)

$$m_p a_p = -m_p g + T_c \quad (1)$$



- pulegge / cerchio

$$0_x = R_{0x} + T_1 + T_2 \quad (2)$$

direzione x
↑
componente lungo x
della reazione del pino.

direzione y

$$0 = R_0 y - m_c g - T_c \quad (2)$$

$m_c = m_1 + m_2$ masse corde

notazione

$$(3) \quad I_c \alpha = T_1 R_1 - T_2 R_2 - T_c R_1 = \\ = (T_1 - T_2) R_1 - T_c R_1$$

Relazioni cinematiche

$$a_p = \frac{a}{R}$$

Nel punto 1 chiede di determinare T_1 e T_2 affinché la velocità di sollevamento sia costante

Se v_c è costante, $a_p = 0$
e quindi $\alpha = 0$

Riprendiamo l'equazione (3) per $\alpha = 0$

$$(T_1 - T_2) R_1 - T_c R_1 = 0$$

Riprendiamo l'equazione (1) per $a_p = 0$

$$-m_p g + T_c = 0$$

Dai dati del problema sappiamo il valore medio delle tensioni T_0

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Risolviamo

$$T_c = m_p g$$

$$T_1 - T_2 = m_p g \frac{R_1}{R_2}$$

$$T_1 + T_2 = 2T_0$$

$$2T_1 = 2T_0 + m_p g \frac{R_1}{R_2}$$

$$T_1 = T_0 + \frac{1}{2} m_p g \frac{R_1}{R_2} = 109.1 \text{ N}$$

$$T_2 = T_0 - \frac{1}{2} m_p g \frac{R_1}{R_2} = 101.0 \text{ N}$$

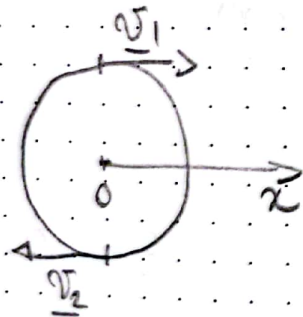
② Il carico è sollevato con velocità v_c
 Quindi la ruota ruota con velocità
 angolare

$$\omega_c = \frac{v_c}{R_1}$$

I centri delle pulegge si muovono
 con velocità le cui componenti lungo x

$$\text{sono: } v_1 = \omega_c R_2$$

$$v_2 = -\omega_c R_2$$



Potenza

$$P = T_1 v_1 + T_2 v_2 =$$

$$= \left(T_0 + \frac{1}{2} m_p g \frac{R_1}{R_2} \right) \omega_c R_2 +$$

$$- \left(T_0 + \frac{1}{2} m_p g \frac{R_1}{R_2} \right) R_2 \omega_c =$$

$$= m_p g \omega_c R_1 = m_p g v_1 = 49,05 \text{ W}$$

→ la potenza erogata dal motore
 in valore assoluto uguale alla
 potenza associata alla forza
 peso del carico durante il
 sollevamento, che è negativa
 dato che $m_p g$ e v_c hanno
 verso opposto

Perché??

③ Riprendiamo le equazioni di moto
 delle pulegge

$$0 = R_{0x} + T_1 + T_2$$

$$\rightarrow R_{0x} = -(T_1 + T_2) = -300 \text{ N}$$

$$0 = R_{0y} - m_c g - m_p g$$

$$\rightarrow R_{0y} = -(m_c + m_p)g = 78,48 \text{ N}$$

$$\underline{R}_0 = R_{0x} \underline{i} + R_{0y} \underline{j}$$

for me con la
parte negativa di α
in angolo $\alpha = 14.6^\circ$

④ Se il motore è spento,
 $T_1 = T_2 = T_0$

Dalle (3) otteniamo

$$I_c \alpha = (T_1 - T_2) R_2 - T_c R_1$$

$$I_c \alpha = -T_c R_1$$

Dalla (1) otteniamo

$$m_p a_p = T_c - m_p g$$

ricordiamo che

$$\alpha = \frac{a_p}{R}$$

sostituendo i calcoli

$$I_c \frac{a_p}{R} = -T_c$$

$$m_p a_p = T_c - m_p g$$

$$\left(m_p + \frac{I_c}{R^2}\right) a_p = -m_p g$$

$$a_p = - \frac{m_p}{m_p + \frac{I_c}{R^2}} g = -8.01 \text{ m/s}^2$$