

# SVOLGIMENTO COMPITO DEL 10/11/23

## PARTI DI MECCANICA

### ESERCIZIO 2 - IMPORTAZIONE DELLO SVOLGIMENTO

① Calcolo accelerazione durante la discesa  
Masse yo-yo

$$m_T = 2M + M/4 = \frac{9}{4}M$$

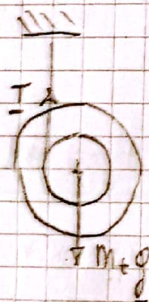
Momento d'inerzia rispetto all'asse di simmetria

$$I = \frac{1}{2}Mr^2 + \frac{1}{2}Mr^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{M}{4}\right)\left(\frac{r}{2}\right)^2 =$$

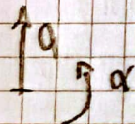
$$= Mr^2 + \frac{Mr^2}{32} = \frac{33}{32}Mr^2$$

Equazioni di moto

$$\begin{cases} -m_T g + T = m_T a \\ I \alpha = -T r/2 \end{cases}$$



SEGNI



$$a = \alpha \frac{r}{2}$$

$$-m_T g + T = m_T a$$

$$\frac{I a}{r} = -T \frac{r}{2} \rightarrow T = -\frac{6I a}{r^2} =$$

$$-m_T g - \frac{6I a}{r^2} = m_T a$$

$$-m_T g = \left(m_T + \frac{6I}{r^2}\right) a$$

$$a = -\frac{m_T g}{m_T + \frac{6I}{r^2}}$$

② Tensione filo

$$T = -\frac{6I a}{r^2} = \frac{6I}{r^2} \frac{m_T g}{m_T + \frac{6I}{r^2}}$$

③ Lo yo-yo scende con moto uniformemente accelerato. Indichiamo con  $s(t)$  la lunghezza del filo srotolato al tempo  $t$  e con  $v(t)$  la sua velocità

$$v(t) = at + v_0$$

↑ parte di velocità nulla

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2$$

Il filo sarà totalmente srotolato quando

$$L = \frac{1}{2}at^2$$

$$t_r = \sqrt{\frac{2L}{|a|}}$$

1) Energia cinetica finale dello  $y_0 - y_0$

- Con la conservazione dell'energia meccanica

$$E_{kf} = E_{pi}$$

$$E_{kf} = m_t g L$$

- dalla velocità

$$E_{kf} = \frac{1}{2} m_t v_f^2 + \frac{1}{2} I \omega_f^2$$

$$\text{con } v_f = |a| t_f = \sqrt{2 L |a|}$$

$$\omega_f = \frac{v_f}{r} = \frac{2 \sqrt{2 L |a|}}{r} = \frac{2}{r} \sqrt{2 L |a|}$$

Sostituendo

$$E_{kf} = \frac{1}{2} m_t \cdot 2 L |a| + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2 L |a| I =$$

$$= m_t L |a| + \frac{4 I}{9} L |a| =$$

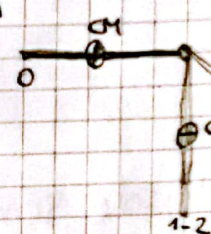
$$= \left( m_t + \frac{4 I}{9} \right) L \cdot |a| =$$

$$= \left( m_t + \frac{4 I}{9} \right) \cdot L \cdot \frac{m_t g}{m_t + \frac{4 I}{9}} = m_t g L$$

## ESERCIZIO n° 3 - IMPOSTAZIONE DELLO SVOLGIMENTO

2) Velocità angolare prima e dopo l'urto

- prima dell'urto



Indice  
0 → conf. iniziale

1 → immed. prima urto

2 → immed. dopo urto

3 → max. ampiezza dopo urto

$$E_{p0} = M g \frac{L}{2}$$

$$E_{k0} = 0$$

$$E_{p1} = 0$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2} I \omega_1^2$$

$$I = \frac{1}{12} M L^2 + M \left( \frac{L}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} M L^2$$

Per la conservazione dell'energia meccanica tra le conf. 0 e 1 risulta

$$M g \frac{L}{2} = \frac{1}{2} I \omega_1^2$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{M g L}{I}}$$

- Dopo l'urto

$$E_{p2} = 0$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} I \omega_2^2$$

$$E_{p3} = M g (1 - \cos \theta) \frac{L}{2}$$

$$E_{k3} = 0$$

Per la conservazione dell'energia meccanica tra 2 e 3 risulta

$$\frac{1}{2} I \omega_2^2 = Mg \frac{L}{\lambda} (1 - \cos \theta)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{L} (1 - \cos \theta)}$$

2) Dopo l'urto il punto materiale scorre sulla superficie piana ed è soggetto alle forze di attrito.

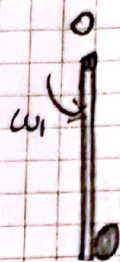
Proiettando i vettori forze e accelerazione in direzione  $x$

$$ma = -\mu_0 mg$$

$$\rightarrow a = -\mu_0 g$$

3) Per calcolare il tempo necessario all'arresto dobbiamo conoscere la velocità  $v_2$  immediatamente dopo l'urto.

Durante l'urto si conserva il momento angolare rispetto a  $O$



Componente del momento angolare rispetto all'asse  $z$  (uscire dal foglio)

$$L_1 = I \omega_1$$

$$L_2 = I \omega_2 + m v_2 L$$

$$L_1 = L_2$$

$$I \omega_1 = I \omega_2 + m v_2 L$$

$$\rightarrow v_2 = \frac{I (\omega_1 - \omega_2)}{mL}$$

Dopo l'urto il punto materiale si muove con moto unif. accelerato e la sua velocità varia nel tempo secondo la legge

$$v(t) = v_2 - \mu_0 g t$$

Il punto si arresta dopo un tempo  $t_a$  tale che

$$0 = v_2 - \mu_0 g t_a$$

$$t_a = \frac{v_2}{\mu_0 g}$$

Distanza

$$x(t) = v_2 t - \frac{1}{2} \mu_0 g t^2$$

$$d = v_2 t_a - \frac{1}{2} \mu_0 g t_a^2$$

④ lavoro dissipato nell'atto

$$W_{nc} = \Delta E_k =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} m \omega_2^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2}_{\text{energia cinetica dopo l'atto}} - \underbrace{\frac{1}{2} I \omega_1^2}_{\text{prima dell'atto}}$$

lavoro dissipato per attrito

$$W_a = - \mu_0 m g d$$