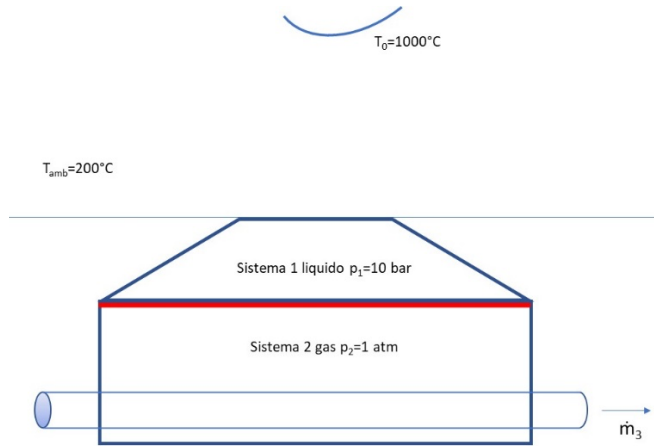


Esercizio n. 1

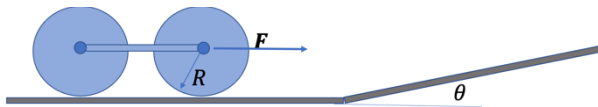
Si consideri un sistema (1) chiuso contenente acqua allo stato liquido a 10 bar di pressione, avente una superficie $S_1 = 0,25 \text{ m}^2$ attraverso la quale scambia calore per irraggiamento con un corpo radiante a temperatura T_0 pari a 1000°C e per conduzione con aria ambiente a temperatura costante $T_{\text{amb}} = 200^\circ\text{C}$. Della superficie $S_1 = 0,25 \text{ m}^2$ si conoscono il coefficiente di conducibilità $k = 55 \text{ [W/mK]}$, lo spessore $s = 0,1 \text{ [m]}$ e che è assimilabile ad un corpo grigio con $\epsilon = 0,2$. Tale sistema si trova in contatto termico con un sistema chiuso (2) contenente gas a 1 atm di pressione attraverso una superficie S_2 . Il sistema 2 è a sua volta attraversato da un condotto diatermico che trasporta acqua in transizione di fase a 1 atm con portata ignota $\dot{m}_3$. La superficie S_2 corrisponde è costituita da due pareti accoppiate aventi pari spessore di $0,1 \text{ [m]}$ e coefficienti di conducibilità di 55 [W/mK] e 17 [W/mK] . Ipotizzando che il sistema (1) si mantenga costantemente a titolo $x=0$ e che il gas del sistema 2 si mantenga sempre a pressione e temperatura ($T_2 = 120^\circ\text{C}$) costanti si chiede di ricavare (i) la superficie S_2 e (ii) la portata $\dot{m}_3$ noto che il titolo del fluido (3) passa da $X_{\text{in}}=0$ a $X_{\text{out}}=0,5$.



$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ [Wm}^{-2}\text{T}^{-4}]$$

P	T	h_{ls}	h_{vs}	u_{ls}	u_{vs}	v_{ls}	v_{vs}
(bar)	(°C)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(m³/kg)	(m³/kg)
1,01325	100	419,1	2676,0	417,4	2506,0	0,001	1,673

Esercizio n. 2



Un carrello è costituito da due dischi omogenei identici di massa M e raggio R collegati tra loro da un'asta di massa trascurabile. Il carrello si trova inizialmente fermo su un tracciato orizzontale. A partire da questa configurazione, all'asse del disco anteriore è applicata una forza orizzontale

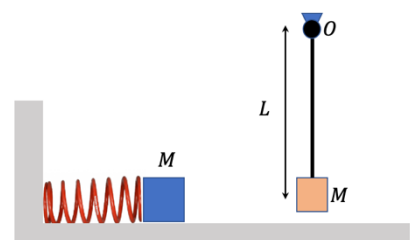
con modulo per un tempo t_f dopo di che la forza viene eliminata e il carrello continua a scorrere sul piano per una distanza ulteriore L , fino ad incontrare un tratto in salita con inclinazione θ . I dischi rotolano senza strisciare sul piano orizzontale e su quello inclinato. Determinare

1. L'accelerazione del carrello nella fase in cui è applicata la forza F .
2. L'accelerazione del carrello durante il moto lungo il piano inclinato.
3. La distanza complessiva percorsa dal carrello prima di fermarsi e tornare indietro.
4. Il coefficiente di attrito minimo nel tratto orizzontale e nel tratto inclinato affinché il moto dei dischi sia di puro rotolamento.

[Valori numerici $M = 2 \text{ kg}$, $R = 0.1 \text{ m}$, $F = 10 \text{ N}$, $t_f = 5 \text{ s}$, $\theta = 15^\circ$, $L = 4 \text{ m}$]

Esercizio n. 3

Una molla con costante elastica k di massa trascurabile è utilizzata per lanciare un corpo di massa M approssimabile come un punto materiale su una superficie orizzontale. La compressione iniziale della molla è x_0 . Dopo il lancio il punto materiale percorre un tratto liscio orizzontale, al termine del quale urta contro un secondo corpo, anch'esso di massa M , collegato da una fune inestensibile di massa trascurabile di lunghezza L collegata al soffitto in un punto O . A seguito dell'urto, perfettamente anelastico, i due corpi iniziano a oscillare, appesi alla corda, intorno al punto O . Determinare:



Le velocità dei corpi prima e dopo l'urto e la percentuale di energia cinetica dissipata durante l'urto.

1. Il valore massimo dell'angolo θ formato tra la corda e la direzione verticale dopo l'urto.
2. La tensione della corda nell'istante in cui il pendolo ripassa dalla configurazione verticale.
3. Di quanto devo comprimere la molla prima del lancio affinché dopo l'urto il pendolo riesca a compiere un giro completo intorno al punto O

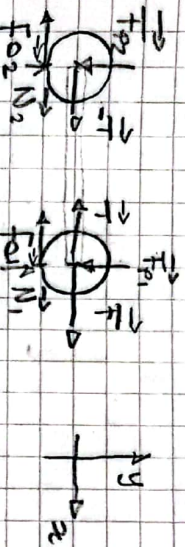
[Valori numerici: $x_0 = 1 \text{ cm}$, $k = 10000 \text{ N/m}$, $M = 0.1 \text{ kg}$, $L = 0.6 \text{ m}$]

BOZZA DI SVOLGIMENTO DELLA PRIMA SCRITA DEL 3/2/23

-PARTE DI MECCANICA-

ESERCIZIO N° 2

1) CALCOLO DELL'ACCELERAZIONE DEL CARRELLINO



Eq. Newton projection in direction z

$$(1) M a_1 = F - f_{01} - T \text{ (note out)}$$

nota $a_1 = a_2 = a$

$$(2) M a_2 = T - f_{02} \text{ (note pos)}$$

Rotazione

$$(3) I \alpha_1 = f_{01} R \text{ note out. note } I = \frac{1}{2} M R^2$$

$$(4) I \alpha_2 = f_{02} R \text{ note pos. } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = \frac{a}{R}$$

$$\rightarrow f_{01} = \frac{1}{2} \frac{M R^2}{R^2} a = \frac{1}{2} M a \text{ (dalla 3)}$$

$$\rightarrow f_{02} = \frac{1}{2} M a \text{ (dalla 4)}$$

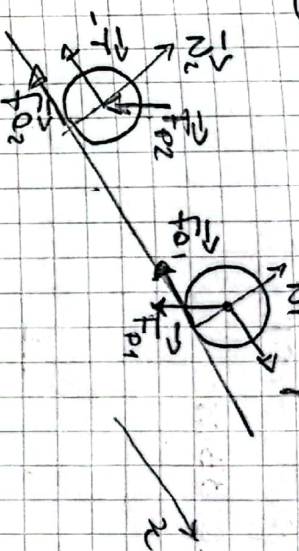
$$\rightarrow T = M a + \frac{1}{2} M a = \frac{3}{2} M a \text{ (sostituisco nella 2)}$$

$$\rightarrow M a = F - \frac{1}{2} M a - \frac{3}{2} M a \text{ (sostituisco nella 1)}$$

$$\rightarrow 3 M a = F$$

$$\rightarrow a = \frac{F}{3M} = 1.67 \text{ m/s}^2$$

2) Durante lo scivolo



Eq. di Newton, componente in direzione z

$$M a_3 = T - f_{01} - M g \sin \theta \text{ (note out/inside)}$$

$$M a_3 = -T - f_{02} - M g \sin \theta \text{ (note positive)}$$

Eq. rotazione

$$I \frac{a_3}{R} = f_{01} R \text{ (note out/inside)}$$

$$I \frac{a_3}{R} = f_{02} R \text{ (note positive)}$$

$$f_{01} = f_{02} = \frac{I}{R^2} a_3 = \frac{1}{2} \frac{M R^2}{R^2} a_3 = \frac{1}{2} M a_3$$

sommo membro e membro

$$2 M a_3 = -f_{01} - f_{02} - 2 M g \sin \theta$$

$$2 M a_3 = -M a_3 - 2 M g \sin \theta$$

$$3 a_3 = -2 g \sin \theta$$

$$\rightarrow a_3 = -\frac{2}{3} g \sin \theta = -1.69 \text{ m/s}^2$$

③ Dinamica: percorsi

- Tratto iniziale uniformemente accelerato con vel. iniziale nulla

$$L_1 = \frac{1}{2} a t_f^2 = 20.83 \text{ m}$$

$$v_f = a t_f$$

- Tratto intermedio di lunghezza L a velocità t_f

- Tratto in salita: tratto uniformemente accelerato con accelerazione a_s

$$0 = v_f + a_s t_s$$

$$t_s = -\frac{v_f}{a_s}$$

$$L_3 = v_f t_s + \frac{1}{2} a_s t_s^2 = 20.51 \text{ m}$$

$$L_{\text{TOT}} = L_1 + L + L_3 = 44.9 \text{ m}$$

Altro metodo per calcolare L_3 , considerando la conservazione dell'energia meccanica

- Durante il moto abbiamo un'interazione

$$E_{K1} = \frac{1}{2} (2M) \cdot v_f^2 + \frac{1}{2} (2I) \omega_f^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2M \cdot v_f^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{v_f^2}{R^2} =$$

$$= \frac{3}{2} M v_f^2$$

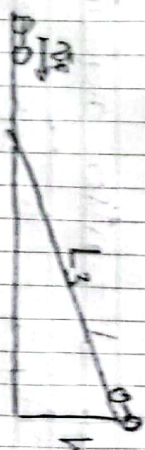
$$E_A = 0$$

Nel punto in cui il coulo, raggiungendo l'obiettore massimo, si ferma

$$E_{K2} = 0$$

$$E_{P2} = 2M g h =$$

$$= 2M g L_3 \sin \theta$$



Dato che non sono presenti forze dissipative e non conservative nel tratto considerato

$$E_{K1} + E_{P1} = E_{K2} + E_{P2}$$

$$\frac{3}{2} M v_f^2 = 2M g L_3 \sin \theta$$

Da cui ricaviamo L_3 :

$$L_3 = \frac{\frac{3}{2} M v_f^2}{2M g \sin \theta} = 20.51 \text{ m}$$

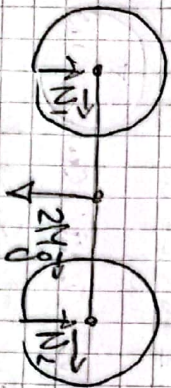
ottengo lo stesso risultato trovato in precedenza ✓

④ Coefficiente di attrito minimo per consentire moto di rotolamento durante le fasi di accelerazione sul piano e lungo le salite
 → sul tratto orizzontale

Abbiamo trovato nel punto 1 che

$$f_{a1} = f_{a2} = \frac{1}{2} Mg = \frac{1}{2} M \cdot \frac{F}{3M} = \frac{F}{6} = 1.67N$$

Affinché ne garantito il rotolamento deve risultare



$$f_{a1} \leq \mu_s N_1$$

$$f_{a2} \leq \mu_s N_2$$

In direzione verticale risulta

$$N_1 = N_2 = \frac{2Mg}{2} = Mg$$

Quindi

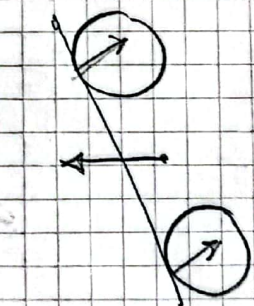
(prendo in considerazione una delle due)

$$f_{a1} \leq \mu_s Mg \rightarrow \mu_s \geq \frac{f_{a1}}{Mg}$$

$$\mu_s \geq \frac{F}{6Mg} = 0.085 \text{ nel tratto orizzontale}$$

In salite, nel punto ② abbiamo calcolato

$$f_{a1} = f_{a2} = \frac{1}{2} M g_s = \frac{1}{2} M \cdot \frac{2}{3} g \sin \theta = \frac{Mg \sin \theta}{3}$$



In questo caso risulta

$$N_1 = N_2 = \frac{2Mg \cos \theta}{2} = Mg \cos \theta$$

Affinché sussistano condizioni di rotolamento è necessario che

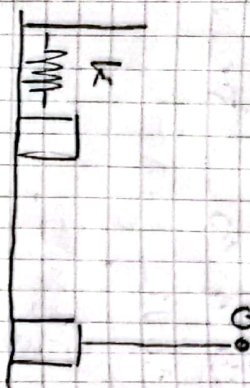
$$\frac{f_{a1}}{N_1} \leq \mu_s$$

quindi

$$\mu_s \geq \frac{\frac{2}{3} g \sin \theta}{g \cos \theta} \geq \frac{2}{3} \tan \theta = 0.18 \text{ nel tratto in salita}$$

ESERCIZIO n°3

1) Velocità dei corpi prima e dopo l'urto



→ inizialmente la molla è compressa con deformazione x_0

$$E_{p0} = \frac{1}{2} k x_0^2$$

$$E_{k0} = 0 \quad (\text{il corpo è inizialmente fermo})$$

→ Prima dell'urto

$$E_{p1} = 0$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2} M v_1^2$$

Poiché la conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} M v_1^2$$

$$\rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{k}{M}} x_0 = 3.16 \text{ m/s}$$

Il corpo appeso al filo ha velocità iniziale nulla

Dopo l'urto i due corpi hanno la stessa velocità (urto perfettamente elastico). Lungo la direzione orizzontale non agiscono forze impulsive, la q.d.m. si conserva.

$$M v_1 = 2M v_2$$

$$\rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} = 1.58 \text{ m/s}$$

La variazione di energia cinetica durante l'urto

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot 2M \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} M v_1^2 =$$

$$= M \frac{v_1^2}{4} - M \frac{v_1^2}{2} = -\frac{1}{4} M v_1^2$$

In percentuale

$$P\% = \frac{\Delta E_k}{E_{k1}} = -\frac{\frac{1}{4} M v_1^2}{\frac{1}{2} M v_1^2} \cdot 100 = -50\%$$

② Massima ampiezza oscillazione pendolo

Applico la conservazione dell'energia meccanica al moto del pendolo

$$E_{k2} = \frac{1}{2} M v^2 \quad \text{subito dopo l'urto}$$

$$E_{p2} = 0$$

Alle massime estensione dell'oscillazione

$$E_{k3} = 0$$

$$E_{p3} = 2Mg(1 - \cos\theta_m)$$

Risultato quindi

$$\frac{1}{2} M v^2 = 2Mg(1 - \cos\theta_m)$$

Da cui ricaviamo θ

$$\frac{1}{8} \frac{v^2}{g} = 1 - \cos\theta$$

$$\Rightarrow \theta_m = \arccos\left(1 - \frac{1}{8} \frac{v^2}{g}\right) = 36^\circ$$

③ Tensione Fune

Applicando la seconda legge di Newton al moto del pendolo, in direzione radiale risulta

$$(2M)a_n = T - (2M)g\cos\theta$$

in cui l'accelerazione normale vale

$$a_n = \frac{v^2}{L}$$

Quindi risulta, in una generica configurazione θ ,

$$T = 2Mg\cos\theta + 2M \frac{v^2}{L}$$

Nella configurazione verticale in particolare

$$\theta = 0, \cos\theta = 1$$

$$v = v_2 \text{ calcolato in precedenza}$$

Sostituendo si ottiene

$$T = 2Mg + 2M \frac{v_2^2}{L} = 2.46 \text{ N}$$

④ Riprendiamo l'espressione della tensione visto in precedenza

$$T = 2Mg\cos\theta + 2M \frac{v^2}{L}$$

in posizione verticale $\theta = \pi, \cos\theta = -1$

$$T = -2Mg + 2M \frac{v^2}{L}$$

affinché il filo sia teso, $T > 0$

quindi

$$-2Mg + 2M \frac{v^2}{L} > 0$$

$$\rightarrow \frac{v^2}{L} > g \rightarrow v^2 > gL$$

e quindi

$$E_{k3} > \frac{1}{2} \cdot 2MgL$$

Nella posizione verticale, per poter avere il filo teso, ovvero quindi,

$$E_{k3} = MgL$$

$$E_{p3} = 2Mg \cdot 2L$$

L'energia cinetica di partenza deve quindi essere tale che

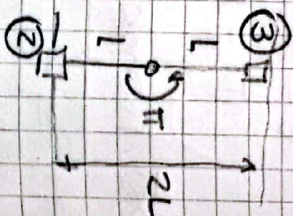
$$E_{p2} + E_{k2} = E_{k3} + E_{p3}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2M \cdot v_2^{*2} = 5MgL$$

$$\rightarrow v_2^{*2} = 5gL$$

Tornando a ritroso, la velocità del punto materiale prima dell'urto deve essere

$$v_1^{*} = 2v_2^{*} = 2\sqrt{5gL}$$



E quindi la compressione delle molle necessarie per ottenere la corrispondente energia cinetica sono

$$\frac{1}{2} k x_0^{*2} = \frac{1}{2} M v_1^{*2}$$

$$x_0^{*2} = \frac{M}{k} v_1^{*2}$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{M}{k}} v_1^{*} = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot 2\sqrt{5gL} = 0.0343M$$