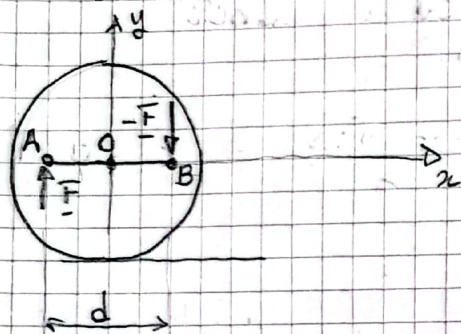


SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL

03/04/2023 - MECCANICA

ESERCIZIO n° 2



a) Momento delle coppie di forze applicate all'asta

- $\underline{F}$ e $-\underline{F}$ sono due forze tra loro opposte quindi la somma vettoriale è nulla e quindi il momento è indipendente dal polo rispetto a cui è calcolato (proprietà dei vettori applicati).

Scelgo A per il calcolo

$$\underline{M}_m = \underline{r}_{AB} \times (-\underline{F}) =$$

$$= d \underline{i} \times (-F) \underline{j} = -Fd \underline{k}$$

Il momento ha

• modulo $M_m = Fd = 2.7 \text{ Nm}$

• direzione perpendicolare al piano del moto

• verso opposto all'asse z

b) Accelerazione del centro di masse e accelerazione angolare del manico

Equazioni di moto

→ Traslazione lungo x del cdm

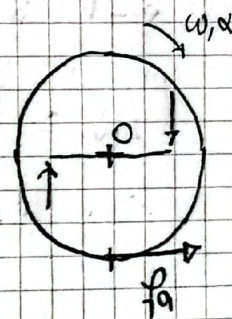
$$\textcircled{*1} M a = f_a$$

↑ forze di adesione con il trecciato

→ Rotazione

$$\textcircled{*2} I \alpha = -M_m - f_a R$$

↑
direzione
tangente
concorda con ω
e α



Moto di puro rotolamento

$$a = \alpha R \textcircled{*3}$$

Elaboro le $\textcircled{*1}$ e le $\textcircled{*2}$ per ricavare α e a

$$M a = f_a$$

$$I \alpha = -M_m - f_a R$$

→ moltiplico per R e sostituisco le $\textcircled{*3}$

$$M a \alpha R^2 = f_a R \textcircled{*4}$$

Somma membro a membro le 3 e le 4

$$(I + M_0 R^2) \alpha = M_m$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{M_m}{I + M_0 R^2} = \frac{2Fd}{3MR^2} = 22.5 \text{ rad/s}^2$$

$$\rightarrow a = \alpha R = \frac{2Fd}{3MR} = 45 \text{ m/s}^2$$

c) Coefficiente di attrito minimo

Calcolo le forze di attrito delle 1

$$f_a = M_0 a$$

le forze di attrito deve essere tali che

$$f_a/N \leq \mu_s$$

con $N = M_0 g$ componente normale al piano delle forze di contatto

$$\frac{f_a}{M_0 g} \leq \mu_s \rightarrow \mu_s \geq a/g = 0.46$$

d) Lavoro fatto dalle coppie di forze per uno spostamento L del cdm del monocolo

Abbiamo calcolato il momento M_m generato dalle coppie di forze.

- Le forze rimangono durante il moto perpendicolari all'asse, il momento M_m è costante

- Possiamo scrivere il lavoro come

$$W = M_m \cdot \odot = M_m \cdot L/R = \frac{FdL}{R}$$

↑
Rotazione complessiva

$$= 135 \text{ J}$$

ESERCIZIO n° 3

a) Il punto A è inizialmente in quiete.
A seguito dell'impulso la sua quantità di moto subirà una variazione pari a

$$\Delta p = \underline{J}$$

Quindi la velocità di A è

$$\underline{v}_A = \frac{1}{M} \underline{J}$$

in modulo $v_A = \frac{J}{M} = 1.5 \text{ m/s}$

la direzione di $\underline{v}_A$ è parallela a $\underline{J}$,
quindi all'asse x (orizzontale)

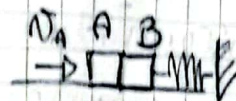
Il piano è liscio, sul punto A non agiscono forze in direzione x , quindi l'accelerazione di A è nulla

Il moto è quindi RETTILINEO UNIFORME
in direzione x con velocità v_A

Nel tempo t_0 la distanza L percorsa
sarà

$$L = v_A t_0 = 7.5 \text{ m}$$

b)



L'urto tra A e B è perfettamente elastico,
quindi si conserva la quantità di moto.

Considerando la componente in direzione x
della quantità di moto

$$M v_A = (M + 2M) v_{AB}$$

$$\rightarrow v_{AB} = \frac{M v_A}{M + 2M} = \frac{v_A}{3} = 0.5 \text{ m/s}$$

c) Costante elastica della molla

Dopo l'urto il sistema si muove di moto
armonico con periodo T .

Per il moto armonico risulta

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

↑ pulsazione (frequenza angolare)

quindi

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Per il sistema massa-molle la pulsazione ω dipende dalle caratteristiche di massa e rigidità, in particolare risulta

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{3M}}$$

Da cui possiamo ricavare

$$k = 3M \omega^2 = 3M \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = 3.79 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

3) Ampiezza dell'oscillazione

- Immediatamente dopo l'urto l'energia meccanica del sistema è

$$E_{m0} = E_{k0} + E_{p0} =$$

$$= \frac{1}{2} (3M) v_{AB}^2 + 0$$

↑
la molla non è
nessa compressa

- Alle massime compressioni

$$E_{m1} = E_{k1} + E_{p1} =$$

$$= 0 + \frac{1}{2} k x_0^2 \leftarrow \text{energia potenziale}$$

↑
la velocità è nulla
alle massime compressioni

Per la conservazione dell'energia meccanica risulta

$$\frac{1}{2} (3M) v_{AB}^2 = \frac{1}{2} k x_0^2$$

Da cui ricaviamo

$$x_0 = \sqrt{\frac{3M}{k}} v_{AB} = 0.000499 \text{ m} = 0.499 \text{ mm}$$

Allo stesso risultato potevo arrivare analizzando il moto armonico

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = x_0 \omega \cos(\omega t + \varphi) =$$

$$= v_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\rightarrow x_0 = \frac{v_0}{\omega}$$

$$\text{ma } \omega = \sqrt{\frac{k}{3M}}, \quad v_0 = v_{AB}$$

$$\rightarrow x_0 = v_{AB} \cdot \sqrt{\frac{3M}{k}} = 0.499 \text{ mm}$$