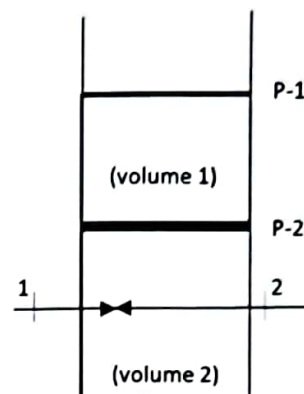


PROVA SCRITTA 21/7/2023

Esercizio n. 1

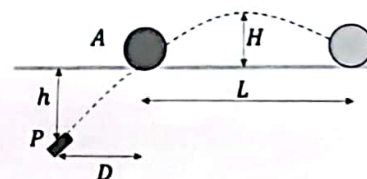
Un sistema è costituito da un recipiente cilindrico che ha due pareti mobili (P-1 di massa pari a 3,5 kg e P-2 di massa pari a 10 kg entrambi aventi area di 0,1 m²) libere di muoversi entro le pareti del cilindro senza attrito e che separano un volume di gas (volume 1) a 20°C di massa trascurabile da un volume (volume 2) contenente 100 kg di acqua avente titolo pari a 0,1. Tutte le pareti del recipiente sono completamente adiabatiche e l'intero sistema è posto in un laboratorio dove un barometro misura una pressione di 100.000 [Pa]. Il volume 2 (contenete acqua) è attraversato da un condotto diatermico entro cui scorre una portata di 10 [kg/s] di liquido saturo (acqua) a 10 [bar] di pressione (punto 1) che subisce una riduzione di pressione sino a 1 [atm], trasformazione a seguito della quale il fluido si trova ad avere (nel punto 2) un titolo pari a 0,05 in condizioni di regime stazionario. Considerando trascurabili le variazioni di energia cinetica e potenziale del fluido che evolve tra 1 e 2 e prendendo in considerazione un tempo di trasformazione pari a 1 [min] si valutano: (i) lo stato finale dell'acqua contenuta nel volume 2 (ii) la misura della entropia specifica che si genera per irreversibilità del sistema nel condotto tra il punto 1 ed il punto 2



P	T	h_{ls}	h_{vs}	v_{ls}	v_{vs}	s_{ls}	s_{vs}	u_{ls}	u_{vs}
(bar)	(°C)	(kJ/kg)	(kJ/kg)	(m ³ /kg)	(m ³ /kg)	(kJ/kgK)	(kJ/kgK)	(kJ/kg)	(kJ/kg)
1,01325	100,00	419,1	2676,0	0,00104	1,6730	1,3069	7,3554	419,0	2506,5
10	179,88	762,6	2776,2	0,00113	2,581,9	2,1382	6,5828	761,5	2581,9

Esercizio n. 2

Un proiettile P di massa m_P viene sparato attraverso un foro contro un corpo A di massa m_A a partire da un punto posto a una quota h più in basso. Nell'istante in cui colpisce A, la velocità del proiettile ha modulo v_0 e la sua direzione forma con il piano orizzontale un angolo θ . L'urto di P con A è perfettamente anelastico. Calcolare:

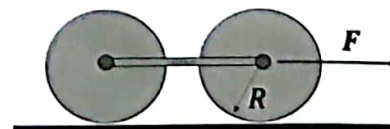


- La velocità iniziale del proiettile;
- La distanza D , presa in direzione orizzontale, da cui è stato sparato il proiettile;
- La velocità dei due corpi dopo l'urto;
- La massima altezza H raggiunta dai corpi A e B dopo l'urto e la distanza L tra la posizione di A prima e dopo l'urto.

[Valori numerici: $v_0 = 14 \text{ m/s}$; $h = 1.5 \text{ m}$; $\theta = 20^\circ$; $m_P = 0.012 \text{ kg}$; $m_A = 0.050 \text{ kg}$; $g = 9.81 \text{ m/s}^2$]

Esercizio n. 3

Un carrello è schematizzabile con due dischi uguali di massa M_d e raggio R , collegati da un'asta di massa trascurabile. Il carrello viaggia lungo una superficie orizzontale, trainato da una forza con modulo F e direzione orizzontale. Il coefficiente di aderenza tra i dischi e la superficie è μ_s . Il carrello parte da fermo all'istante $t = 0 \text{ s}$. Determinare



- Il massimo valore di F per poter mantenere i dischi in moto di puro rotolamento.

Nelle condizioni in cui la forza di trazione assume il valore limite calcolato nel punto precedente, determinare inoltre:

- La tensione nell'asta di collegamento tra i dischi.
- La velocità del carrello dopo che questo ha percorso una distanza L .
- L'accelerazione angolare dei dischi.

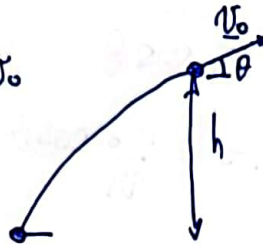
[Valori numerici: $M_d = 2 \text{ kg}$; $R = 0.2 \text{ m}$; $g = 9.81 \text{ m/s}^2$; $L = 10 \text{ m}$, $\mu_s = 0.5$]

ESERCIZIO n° 2

①

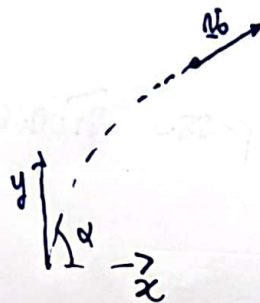
➤ VELOCITÀ INIZIALE PROIETTILE

- MOTO PARABOLICO
conoscendo la velocità finale v_f
e l'altezza h



Posso risolvere

- studiando il moto parabolico con le equazioni di moto



$$v_x(t) = v_0 \cos \theta$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \theta - gt$$

$$x(t) = v_0 \cos \theta t$$

$$y(t) = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} gt^2$$

risolvo imponendo che quando
 $y = h$
 $v_y(t) = v_0 \sin \theta$

oppure (molto più semplice)

$$E_{ki} = \frac{1}{2} m_p v_i^2$$

$$E_{kf} = \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

$$E_{pi} = 0$$

$$E_{pf} = m_p gh$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m_p v_i^2 = \frac{1}{2} m_p v_0^2 + m_p gh$$

$$v_i = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 15.01 \text{ m/s}$$

① Tenendo conto che la componente lungo x delle velocità è costante nel moto parabolico

②

$$v_i \cos \alpha = v_0 \cos \theta$$

$$\rightarrow \cos \alpha = \frac{v_0}{v_i} \cos \theta$$

$$\rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{v_0}{v_i} \cos \theta\right) = 28,1^\circ$$

↑ angolo con cui lancio il proiettile

② Una volta calcolato v_i ed α posso studiare il moto parabolico

$$x(t) = v_i \cos \alpha t$$

$$y(t) = v_i \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

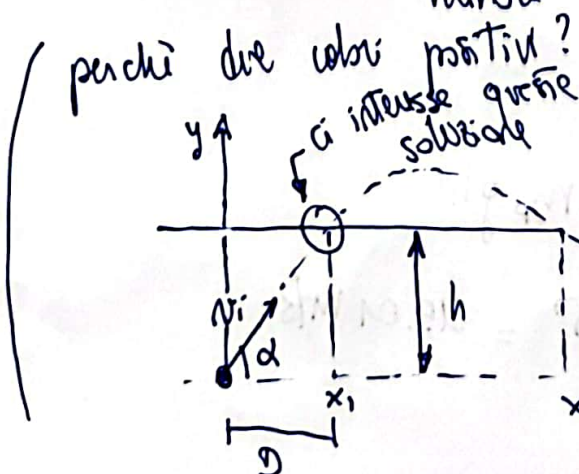
calcolo il tempo che impiega ad arrivare all'altezza h

$$h = v_i \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$g t^2 - 2 v_i \sin \alpha t + 2h = 0$$

$$t = \frac{v_i \pm \sqrt{v_i^2 - 2gh}}{g} = 0,125$$

↑ trova due valori positivi prendo il minore



Una volta calcolato t , sostituisce nell'espressione di $x(t)$

$$x(t) = v_{ix} t - \frac{1}{2} g t^2$$

(3)

$$D = 1.57 \text{ m}$$

③ Analizziamo l'urto (perfettamente anelastico)

- conservazione della qdm

$$m_p \underline{v}_0 = (m_p + m_a) \underline{v}_1$$

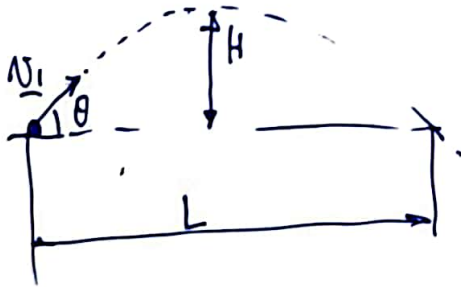
$$\rightarrow \underline{v}_1 = \frac{m_p}{m_p + m_a} \underline{v}_0$$

$$\text{modulo } v_1 = 2.71 \text{ m/s}$$

$$(v_{1x} = v_1 \cos \theta = 2.55 \text{ m/s})$$

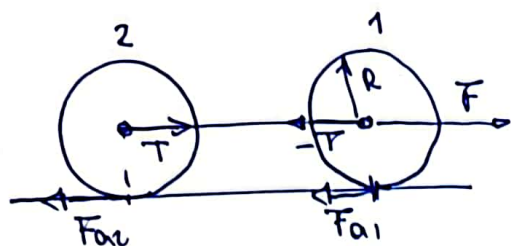
$$v_{1y} = v_1 \sin \theta = 0.93 \text{ m/s}$$

④ Analizziamo il moto parabolico dopo l'urto



$$H = \frac{v_1^2 \sin^2 \theta}{2g} = 4.38 \text{ cm}$$

$$D = \frac{2 v_1^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = 0.481 \text{ m}$$



Momento inerzie dischi

$$I = I_1 = I_2 = \frac{1}{2} M R^2 = 0.04 \text{ kg m}^2$$

Equazioni di moto

Disco anteriore ①

$$M a_1 = F - T - F_{a1}$$

$$I \alpha_1 = F_{a1} R$$

Disco posteriore ②

$$M a_2 = T - F_{a2}$$

$$I \alpha_2 = F_{a2} R$$

Condizioni per il rotolamento

$$a_1 = a_2 = a$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{a}{R}$$

$$F_{a1} \leq \mu_s M g$$

$$F_{a2} \leq \mu_s M g$$

Analizziamo il caso limite

$$F_{a1} = F_{a2} = \mu_s M g$$

$$\rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = \frac{\mu_s M g R}{I} = 24.52 \text{ rad/s}^2 \text{ (punto 2)}$$

$$\rightarrow a = \alpha R = 4.91 \text{ m/s}^2$$

Da cui ricaviamo anche (punto 2)

$$T = m a Q + F_{02}$$

(5)

Per calcolare la velocità del corallo dopo che è stato percorso una distanza L posso procedere in 2 modi
(Modo 1) - conoscendo l'accelerazione, studio il moto con le equazioni cinematiche

$$v(t) = v(0) + at$$

↑
nullo, il corallo parte da fermo

$$x(t) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2}at^2$$

↑
assumo $x=0$ per la posizione iniziale

Il corallo impiega un tempo t_L a percorrere la distanza L , tale che

$$L = \frac{1}{2}at_L^2 \quad \rightarrow \quad t_L = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

Sostituendo nell'espressione della velocità trovo

$$v_L = v(t_L) = a\sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{2La} = 9.90 \text{ m/s}$$

Prob 2 - con considerazioni su lavoro ed energia cinetica

(6)

$$E_{\text{co}} = 0$$

$$E_{\text{kf}} = \frac{1}{2} M_d v_L^2 + \frac{1}{2} M_d v_L^2 + \frac{1}{2} I \omega_L^2 + \frac{1}{2} I \omega_L^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \left(2M_d + 2\frac{I}{R^2} \right) v_L^2 \quad \left(\omega_L = \frac{v_L}{R} \right)$$

$$W = FL$$

$$\rightarrow W = \Delta E_k$$

$$FL = \frac{1}{2} \left(2M_d + 2\frac{I}{R^2} \right) v_L^2$$

$$\rightarrow v_L = \sqrt{\frac{2FL}{2M_d + 2\frac{I}{R^2}}} =$$
$$= \sqrt{\frac{FL}{M_d + \frac{I}{R^2}}} = 9.90 \text{ m/s}$$