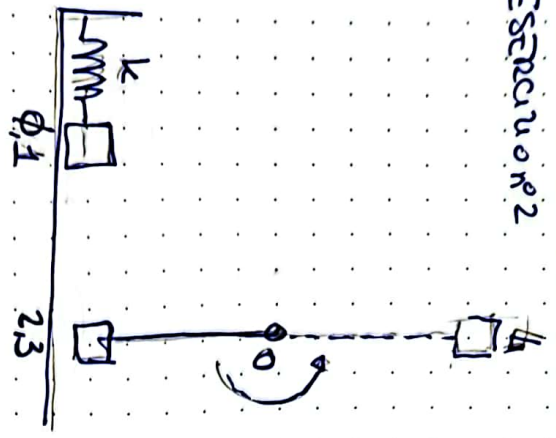


**Svolgimento della Parte II Meccanica
del compito svolto il 20/09/2023**

Esercizio 2



Fase del moto

1. iniziale, la molla è compressa, m_1 ferma
2. immediatamente dopo il lancio con la molla
3. immediatamente prima dell'UTO
4. quando le masse arrivano sulle verticali

Trova ϕ ed λ l'energia meccanica si conserva

$$\frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad (a)$$

Trova 1 e 2 in ordine di distanza l'energia cinetica si conserva

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_2^2 \rightarrow v_1 = v_2 \quad (b)$$

(il corpo m_1 si muove a velocità costante tra 1 e 2)

L'UTO è perfettamente anelastica, lo quantità di moto in direzione perpendicolare al filo si conserva

$$m_1 v_{1z} = (m_1 + m_2) v_3 \quad (c)$$

→ da ora in poi i corpi sono collegati, indica con $m_{TOT} = m_1 + m_2$ le masse totale

Trova 3 e 4 l'energia meccanica si conserva

$$\frac{1}{2} m_{TOT} v_3^2 = \frac{1}{2} m_{TOT} v_4^2 + 2 m_{TOT} g l \quad (d)$$

Il filo si muove verso destra durante

la tensione in una generica configurazione
 in θ del filo è tale che

$$M_{TOT} \sin \theta = T - M_{TOT} g \cos \theta \quad (e)$$

Nella configurazione L , $\theta = \pi$ e

$$\cos \theta = -1, \sin \theta = \frac{V_L^2}{L}$$

$$M_{TOT} \frac{V_L^2}{L} = T + M_{TOT} g$$

$$T = M_{TOT} \frac{V_L^2}{L} - M_{TOT} g$$

Il filo è teso & $T > 0$

$$M_{TOT} \frac{V_L^2}{L} - M_{TOT} g > 0$$

$$V_L^2 > gL$$

Il valore limite di V_L per mantenere
 il filo teso è tale che

$$V_L^2 = gL$$

Sostituendo in (d) calcolo V_3^2

$$V_3^2 = 5gL \quad V_3 = \sqrt{5gL}$$

Sostituendo in (c) calcolo V_2

$$V_2 = \frac{M_{TOT}}{m_1} \sqrt{5gL}$$

Sostituendo infine in (a) posso calcolare
 x_0

$$x_0 = \sqrt{\frac{m_1}{k}} \cdot \frac{M_{TOT}}{m_1} \sqrt{5gL} =$$

$$= \sqrt{\frac{5gL}{k m_1}} \cdot M_{TOT} = 2.19 \text{ cm}$$

5) la tensione della valangina (e) vale

$$T = M_{TOT} \frac{V^2}{L} + M_{TOT} g \cos \theta$$

sarà massima per $\theta = 0$ in cui

abbiamo velocità massima e $\cos \theta = 1$

$$T_{max} = M_{TOT} \frac{V_3^2}{L} + M_{TOT} g =$$

$$= 6 M_{TOT} g = 17.1 \text{ N}$$

③

Se nel punto 1 e 2 è presente attrito, le velocità v_1 e v_2 sono diverse da 0. Secondo le relazioni

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_2^2 - m_1 g \cdot \mu_s D$$

$$\rightarrow v_2' = \sqrt{v_1^2 - 2 g \mu_s D} = 13.4 \text{ m/s}$$

Calcolo le velocità dopo l'urto

$$v_3' = v_2' \cdot \frac{m_1}{m_{\text{tot}}} = 5.8 \text{ m/s}$$

Per calcolare il valore massimo di θ ragioniamo in questo caso utilizzando la conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2} m_{\text{tot}} v_3'^2 = m_{\text{tot}} g L (1 - \cos \theta_0)$$

$$\cos \theta_0 = 1 - \frac{v_3'^2}{2g} = -0.91$$

dato che $|\cos \theta| \leq 1$, questo significa

per cui anche in presenza di attrito le due masse riescono a compiere il giro completo intorno ad O, anche se in questo caso il filo non si mantiene teso per tutto il giro

④

energia meccanica dissipata nel tratto con attrito

$$E_{\text{ma}} = \mu_s m_1 g D = 0.26 \text{ J}$$

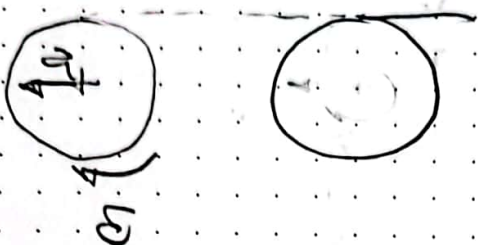
energia meccanica dissipata nell'urto

$$E_{\text{mu}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_{\text{tot}} v_3'^2 = 10.12 \text{ J}$$

Momento di inerzia del disco

$$I = \frac{1}{2} m_d R^2$$

3) Calcolo della velocità angolare del disco dopo che il filo si è sottoposto di una lunghezza L



Dunque, il moto, il disco ruota con velocità angolare ω e il suo centro scende con velocità v .

Dato che il filo è inestensibile, e scivola su una lunghezza x , il disco ruoterà di un angolo $\theta = \frac{x}{R}$

Se deriviamo questa relazione rispetto al tempo otteniamo

$$\omega = \frac{v}{R}$$

Fino al secondo iniziale è quello finale, in cui il filo si è sottoposto di L , l'energia meccanica si conserva

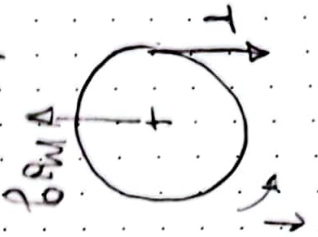
$$m_d g L = \frac{1}{2} m_d v^2 + \frac{1}{2} I_d \omega^2$$

$$\rightarrow m_d g L = \frac{1}{2} \left(m_d + \frac{I_d}{R^2} \right) \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 g L m_d}{m_d R^2 + \frac{1}{2} m_d R^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{3} g L} = 9.31 \text{ rad/s}$$

②, ③



Equazioni di moto

$$\begin{cases} m g a = \bar{I} - m g g \\ I \alpha = -T R \end{cases}$$

$\alpha = \frac{a}{R}$ ← relazione cinematica
Risolvo per trovare T ed α

$$m g a = T - m g g$$

$$T = -\frac{I \alpha}{R^2}$$

$$m g a = -\frac{I \alpha}{R^2} - m g g$$

$$(m a + \frac{I}{R^2}) \alpha = -m g g$$

$$\alpha = -\frac{m g g}{m a + \frac{I}{R^2}} = -6.54 \text{ m/s}^2$$

$$T = -\frac{I \alpha}{R^2} = 4.91 \text{ N}$$

④ Il centro del disco scende con moto uniformemente accelerato con accelerazione a e vel. iniziale nulla

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2} a t^2$$

$$-L = -\frac{1}{2} a t^2$$

$$\rightarrow t_L = \sqrt{\frac{2L}{|a|}} = 0.72 \text{ s}$$

(verifichiamo il punto 1.)

→ velocità del disco al tempo t_L

$$v = a t_L = -4.71 \text{ m/s}$$

velocità angolare

$$\omega = \frac{v}{R} = 94.31 \text{ rad/s}$$

✓