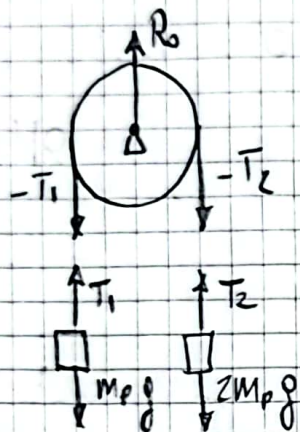
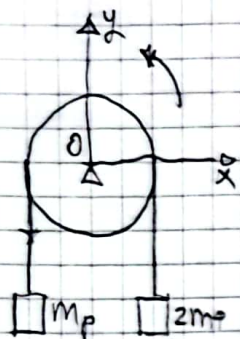


PROVA SCRITTA 26/1/23

Esercizio (1)



EQUAZIONI DI MOTO

1. $m_p a_1 = T_1 - m_p g$ → CORPO A
2. $2m_p a_2 = T_2 - 2m_p g$ → CORPO B
3. $I \alpha = T_1 R - T_2 R$ → DISCO ($I = \frac{1}{2} M R^2$)

CONDIZIONI CINEMATICHE, prendendo un asse y verticale ascendente

$$a_1 = -a_2 = a$$

$$a_1 = a$$

$$a_2 = -a$$

$$\alpha = -\frac{a}{R} \quad (\text{prendendo come positivo il verso antiorario})$$

1) CALCOLO... assumendo $I = 0$

$$I \alpha = T_1 R - T_2 R$$

$$0 = T_1 R - T_2 R$$

$$T_1 = T_2 = T$$

sostituisco nelle 1. e nelle 2.

$$m_p a = T - m_p g$$

$$-2m_p a = T - 2m_p g$$

svolgiamo i calcoli per calcolare a e T

$$2m_p a = 2T - 2m_p g$$

$$-2m_p a = T - 2m_p g$$

sommiamo membro e membro

$$0 = 3T - 4m_p g$$

$$\rightarrow T = \frac{4}{3} m_p g$$

calcoliamo anche a

$$m_p a = T - m_p g$$

$$m_p a = \frac{4}{3} m_p g - m_p g$$

$$a = \frac{g}{3}$$

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

② CALCOLO delle tensioni considerando $I \neq 0$

$$\begin{aligned} m_p a &= T_1 - m_p g \\ -2m_p a &= T_2 - 2m_p g \\ -\frac{I a}{R} &= (T_1 - T_2) R \end{aligned}$$

Risolvo per calcolare a , T_1 e T_2

$$\begin{aligned} 3m_p a &= T_1 - T_2 + m_p g \\ T_1 - T_2 &= 3m_p a - m_p g \\ -\frac{I a}{R} &= (3m_p a - m_p g) R \end{aligned}$$

$$I a = (m_p g - 3m_p a) R^2$$

$$(I + 3m_p R^2) a = m_p g R^2$$

$$a = \frac{m_p g}{\frac{I}{R^2} + 3m_p}$$

$$T_1 = m_p a + m_p g$$

$$T_2 = 2m_p g - 2m_p a$$

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

③ TEMPO NECESSARIO ALLA CARROCCIA PER COMPIERE UN GIRO COMPLETO

Nei casi ① e ② abbiamo calcolato il valore di α

$$\alpha_1 = \frac{g}{3R} \quad \text{nel caso 1}$$

$$\alpha_2 = \frac{m_p g}{(3m_p + \frac{I}{R^2}) R} \quad \text{nel caso 2}$$

La carrucola parte da ferma per $t = 0$
 $\rightarrow$ rotazione iniziale $\theta(0) = 0$
 velocità angolare iniziale $\omega(0) = 0$

Integriamo due volte rispetto al tempo

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \alpha t + \omega(0) \\ &= \alpha t \end{aligned}$$

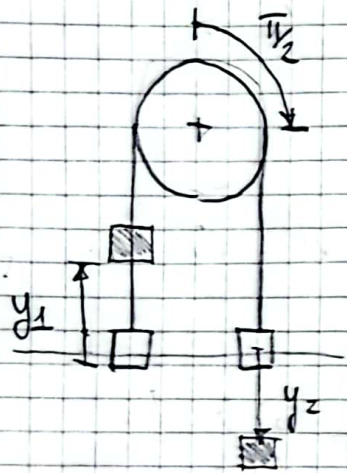
$$\theta(t) = \frac{\alpha t^2}{2} + \theta(0)$$

La carrucola ha fatto un giro quando

$$\begin{aligned} \theta &= 2\pi \\ 2\pi &= \alpha \frac{t^2}{2} \\ t^c &= \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} \end{aligned}$$

a questo punto posso sostituire i valori di α trovati nei punti precedenti

- ④ VELOCITÀ DEI DUE CORPI DOPO CHE LA CARRUCOLA HA COMPIUTO UNA ROTAZIONE DI 90° RISPETTO ALLA POSIZIONE INIZIALE



Dopo la rotazione le due masse si sono spostate di y_1 e y_2 rispettivamente

$$y_1 = -y_2 = R \frac{\pi}{2}$$

la variazione di energia potenziale del sistema è quindi

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= m_p g y_1 + 2m_p g y_2 = \\ &= -m_p g R \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Dato che nel sistema non agiscono forze non conservative

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

$$\textcircled{*} \Delta E_k = -\Delta E_p = m_p g R \frac{\pi}{2} \quad \left[\begin{array}{l} \text{Variazione energia} \\ \text{cinetica del} \\ \text{sistema} \end{array} \right]$$

Ma quanto vale l'energia cinetica?

$$E_k = \frac{1}{2} m_p v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m_p v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

dato che il filo è inestensibile e aderisce alle corone

$$v_1 = -v_2 = v$$

$$\omega = -\frac{v}{R}$$

Sostituendo nell'espressione dell'energia cinetica ottengo

$$E_k = \frac{1}{2} \left(m_p + 2m_p + \frac{I}{R^2} \right) v^2$$

il sistema parte da fermo, quindi

$$E_{k0} = 0$$

La variazione di energia cinetica quindi vale

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \left(3m_p + \frac{I}{R^2} \right) v^2$$

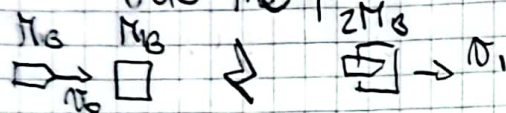
Sostituendo nelle equazioni

$$m_p g R \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \left(3m_p + \frac{I}{R^2} \right) v^2$$

da cui posso ricavare v con semplici passaggi

ESERCIZIO n° 3

① Otto tre proiettile e masse M_B



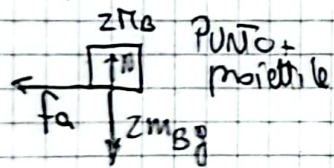
L'urto è perfettamente anelastico

Per la conservazione della qdm risulta

$$M_B v_0 = 2M_B v_1$$

$$v_1 = \frac{v_0}{2}$$

② Dopo l'urto - Eq. Newton direzione orizzontale punto



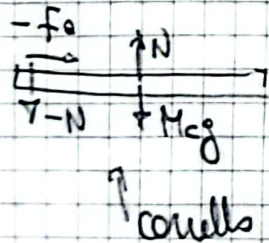
$$2M_B a_p = -2M_B g \mu_d$$

$$a_p = -g \mu_d$$

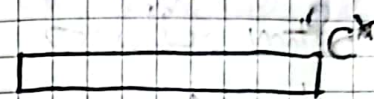
Eq. Newton direzione orizzontale
carrullo

$$M_c a_c = 2M_B g \mu_d$$

$$a_c = \frac{2M_B}{M_c} g \mu_d$$



③ punto materiale: moto unif. accelerato
con accel. a_p e vel. iniziale v_1
 $x_p(t) = v_1 t - g \mu_d \frac{t^2}{2}$



moto del punto C del carrullo:

moto unif. accelerato con pos. iniziale

$x_c(0) = L$, vel. iniziale nulla

$$x_c(t) = L + \frac{1}{2} a_c t^2$$

Per calcolare il tempo necessario al punto
per raggiungere C imponiamo

$$x_p(t) = x_c(t) \text{ e calcoliamo } t$$

$$v_1 t - g \mu_d \frac{t^2}{2} = L + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$\frac{1}{2} (a_c + g \mu_d) t^2 - v_1 t + L = 0$$

Risolviamo l'equazione dei valori di
 t positivi, prendiamo quello minore

⑥ Energie cinetica dissipate durante l'urto

$$\Delta E_{ku} = \frac{1}{2} M_0 V_0^2 - \frac{1}{2} (2M_0) V_1^2$$

Energie cinetica dissipate durante lo scioglimento

$$E_{kin} = \frac{1}{2} (2M_0) V_1^2$$

$$E_{kfin} = \frac{1}{2} (2M_0) V_{pfin}^2 + \frac{1}{2} M_c V_{cfin}^2$$

Dac

$$V_{pfin} = V_1 - g \mu_0 t_s$$

$$V_{cfin} = a_c t_s$$

essendo t_s il tempo calcolato al punto 3

Anzi anche potuto calcolarlo considerando il lavoro fatto dalle forze di attrito (attenzione allo spostamento!)