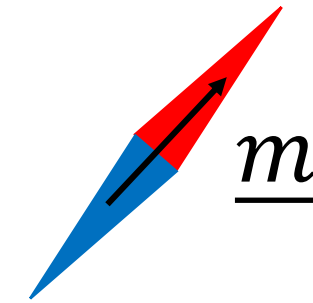


Dipolo magnetico e spira di corrente

- ✓ Dipolo magnetostatico.



- ✓ Momento di dipolo $\underline{m} = q_m \underline{\delta}$

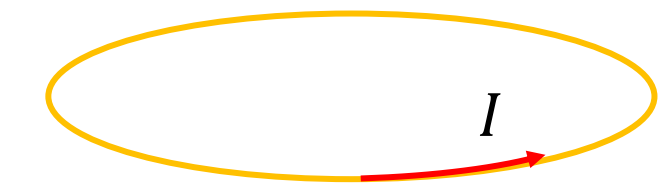
- ✓ Momento meccanico $\underline{M} = \underline{m} \times \underline{B}(\underline{r}) \quad N \cdot m$

- ✓ Forza agente su un dipolo magnetico

$$\underline{F} = (\underline{m} \cdot \nabla) \underline{B}(\underline{r}) \quad N$$

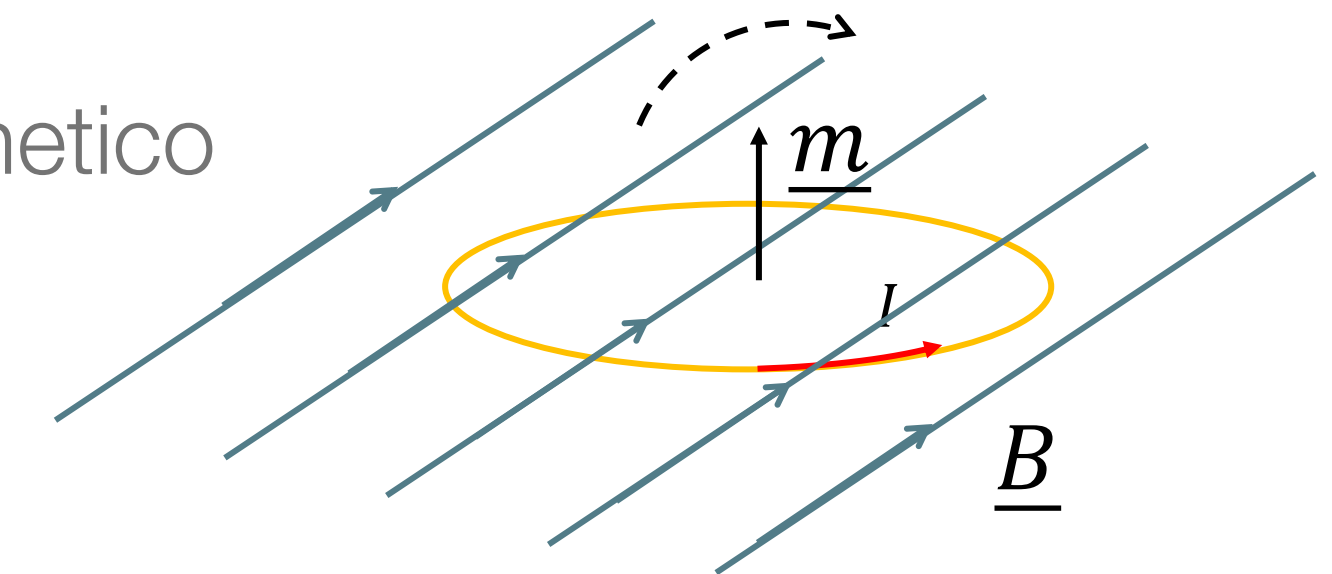
- ✓ Una piccola spira percorsa da corrente, di momento magnetico $\underline{m} = IS\hat{n}$, è del tutto *equivalente*, per quanto riguarda i fenomeni magnetici, ad un piccolo ago di materiale magnetizzato, di uguale momento magnetico.

- ✓ Spira di corrente elettrica



- ✓ Momento magnetico

$$\underline{m} = IS\hat{n}$$



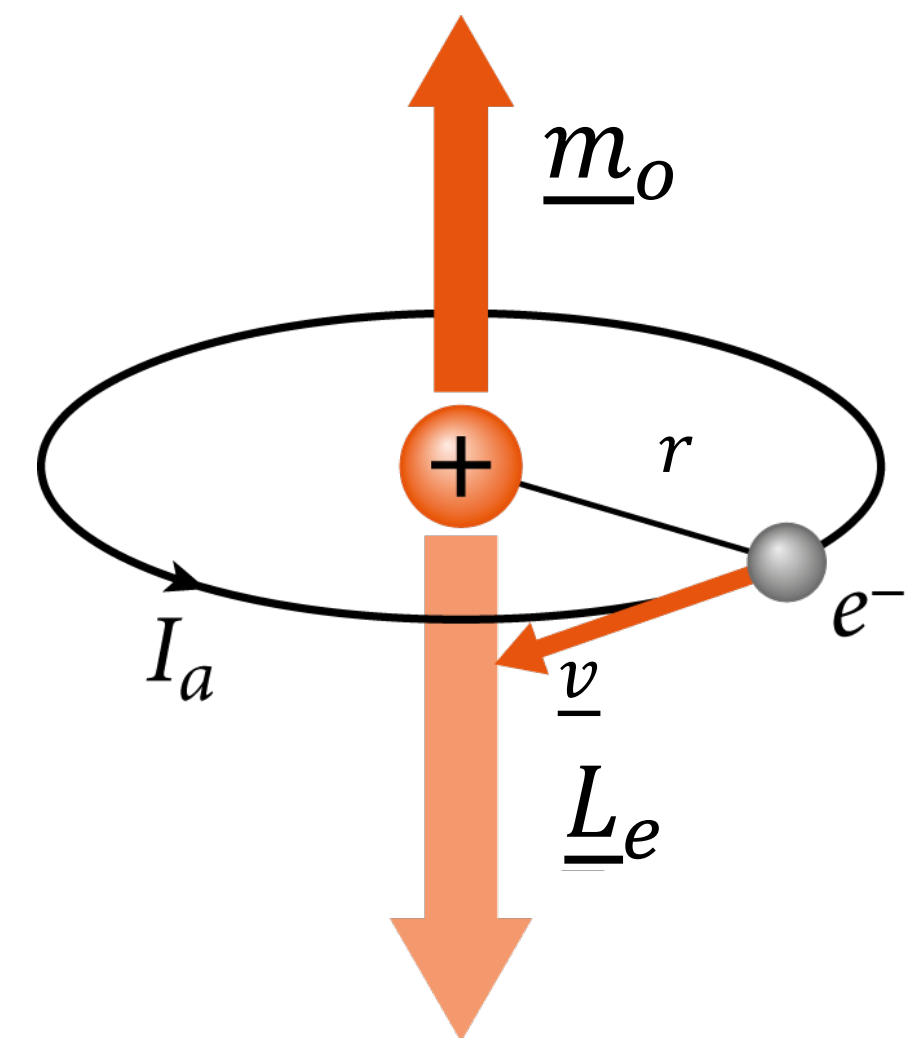
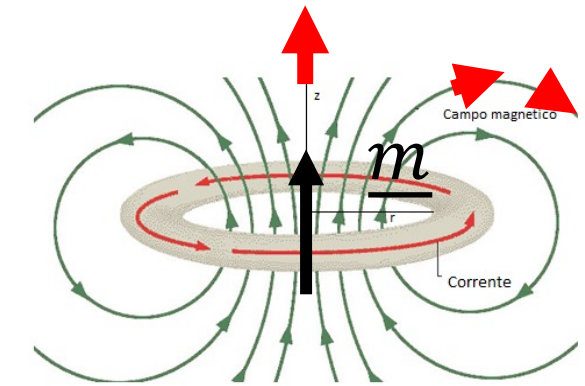
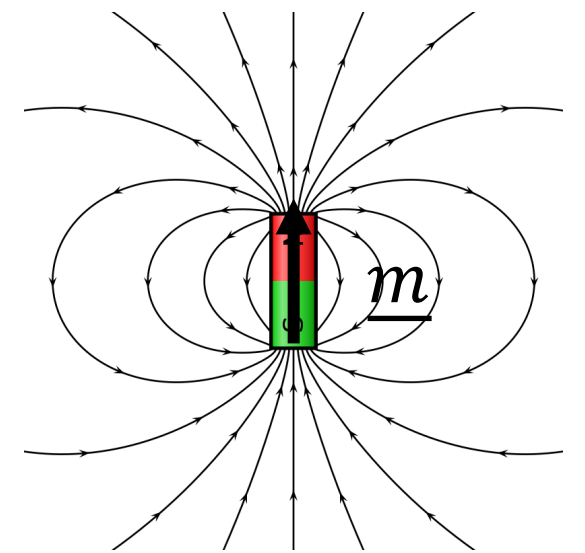
- ✓ Momento meccanico $\underline{M} = \underline{m} \times \underline{B}(\underline{r}) \quad N \cdot m$

- ✓ Forza agente su una spira

$$\underline{F} = \nabla (\underline{m} \cdot \underline{B}(\underline{r})) \quad N$$

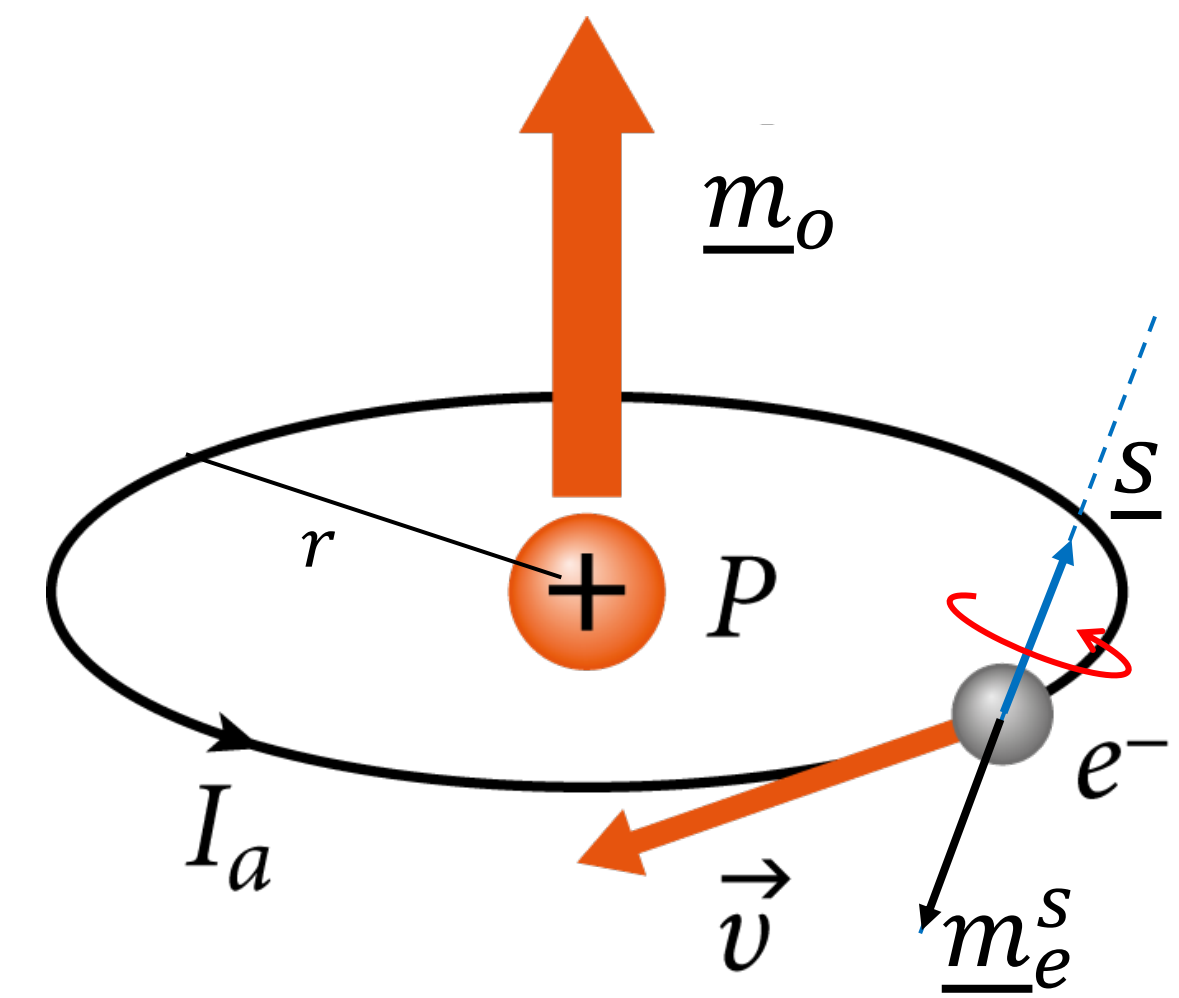
Modello atomico e momento magnetico *orbitale*

- ✓ Modello classico dell'atomo
 - Possiede elettroni che percorrono orbite intorno al nucleo in modo simile ad un sistema planetario.
 - Equivale ad un insieme di correnti chiuse elementari a ciascuna delle quali corrisponde un *momento magnetico orbitale* $\underline{m}_o$.
- ✓ Pur con molti difetti, questo modello porta a previsioni in discreto accordo con la teoria corretta che si basa sulla meccanica quantistica.
- ✓ Un elettrone di carica $-e$ in moto con velocità costante $|\underline{v}| = v$ attorno al nucleo equivale ad una spira di corrente $I_a = \frac{-e}{T} = \frac{-ev}{2\pi r}$ (es. per un atomo di idrogeno $I_a \cong 1 \text{ mA}$).
- ✓ A questa spira di corrente è associato un *momento magnetico orbitale* $\underline{m}_o$ di modulo $m_o = I_a \pi r^2 = -\frac{1}{2} evr$ (es. per un atomo di idrogeno $m_o \cong 9.35 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$).
- ✓ L'elettrone ha una massa m_e per cui al moto è associabile anche un *momento meccanico angolare* di ampiezza $L_e = m_e v r$ (quantizzato in meccanica quantistica) orientato in senso inverso a $\underline{m}_o$.
- ✓ Momento magnetico e momento meccanico sono legati dalla relazione $\underline{m}_o = -\left(\frac{e}{2m_e}\right) \underline{L}_e$



Modello atomico e momento magnetico *intrinseco* (di spin)

- ✓ Secondo il modello classico, l'elettrone può essere immaginato come una *sferetta carica* che ruota anche attorno al suo asse baricentrale mentre sta orbitando intorno al nucleo.
- ✓ In aggiunta al suo momento magnetico orbitale, ciascun elettrone (così come il protone, il neutrone e altre particelle) possiede anche una *momento magnetico intrinseco* $\underline{m}_e^s$ *associato allo spin* (trottola) dell'elettrone (ma anche un momento angolare di spin $\underline{s}$).
- ✓ L'elettrone *non gira fisicamente su se stesso*. Ha un momento angolare intrinseco $\underline{s}$ come se stesse girando su se stesso, ma la definizione di rotazione riferita ad un punto materiale è priva di significato perché si applica solo ad un corpo rigido, che occupa un certo volume finito nello spazio. *Il momento angolare di spin è in realtà un fenomeno relativistico.*
- ✓ In meccanica quantistica il modulo del momento magnetico di spin dell'elettrone vale $m_e^s = -\frac{e\hbar}{2m_e}$ ed è pari al magnetone di Bohr.



Atomi a molti elettroni (I)

- ✓ Sia al moto *orbitale* che al moto di *spin* degli elettroni sono associati momenti magnetici (proporzionali ai momenti angolari).
- ✓ Il *momento magnetico atomico* di un atomo è la *somma vettoriale dei momenti magnetici orbitali e di spin*.
- ✓ Nella sovrapposizione vanno rispettate precise regole stabilite dalla meccanica quantistica, quali il *Principio di esclusione di Pauli* e la *Quantizzazione della proiezione del momento angolare*.
- ✓ Nella maggior parte degli atomi a molti elettroni (dotati di distribuzione spaziale simmetrica), la somma di tutti i momenti magnetici, orbitali e di spin, *è nulla e non esiste un momento di dipolo magnetico atomico*.
- ✓ In alcuni atomi (ma anche in alcune molecole) non si ha la compensazione dei momenti magnetici per cui ciascuno di questi possiede un *momento di dipolo magnetico atomico $\underline{m}$ diverso da zero*.

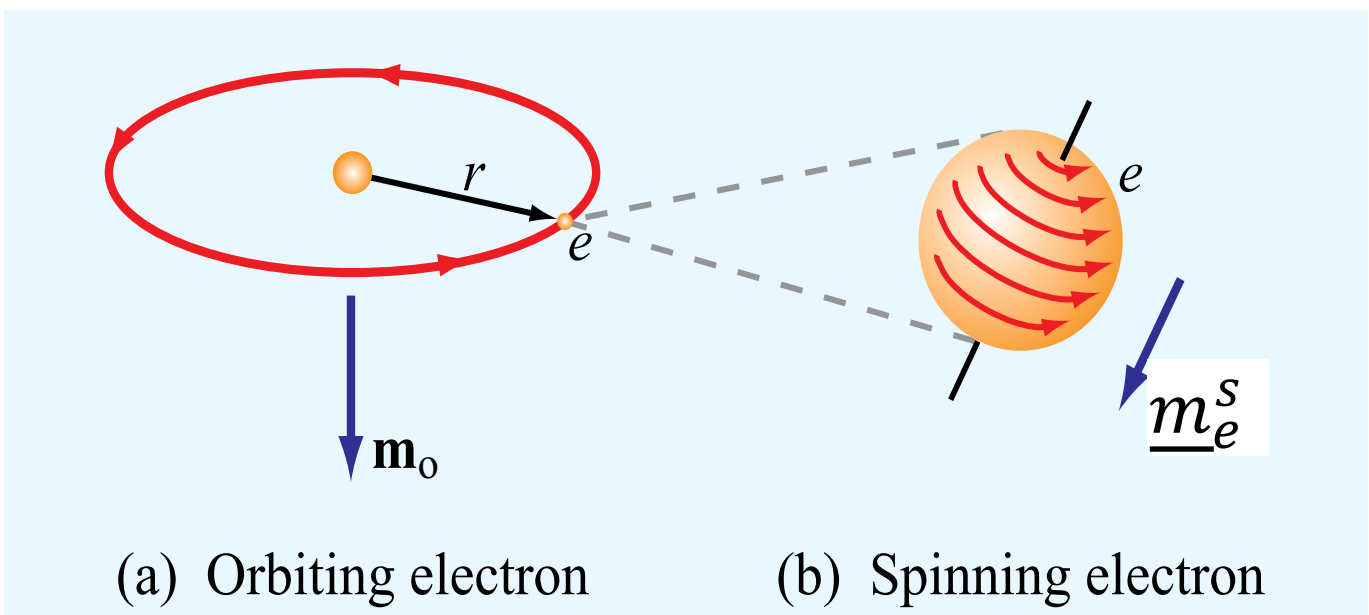
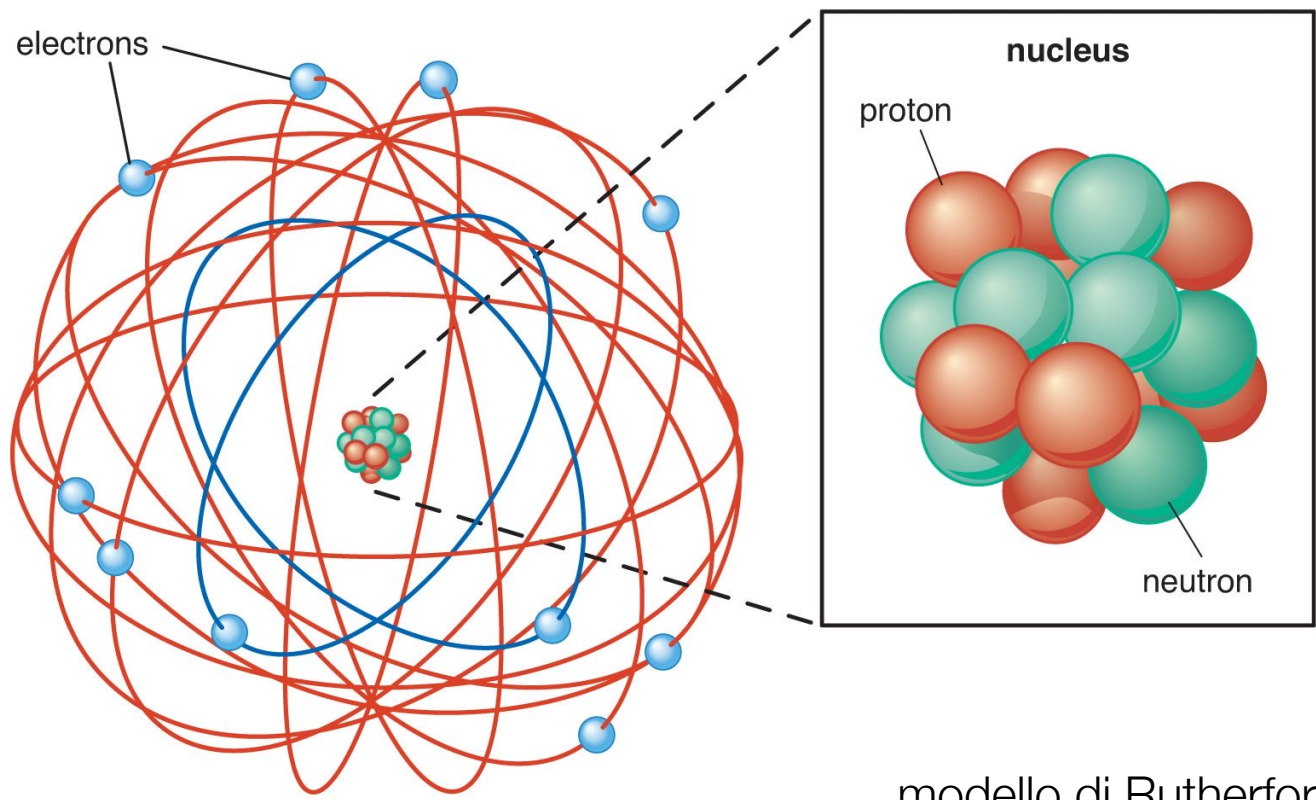


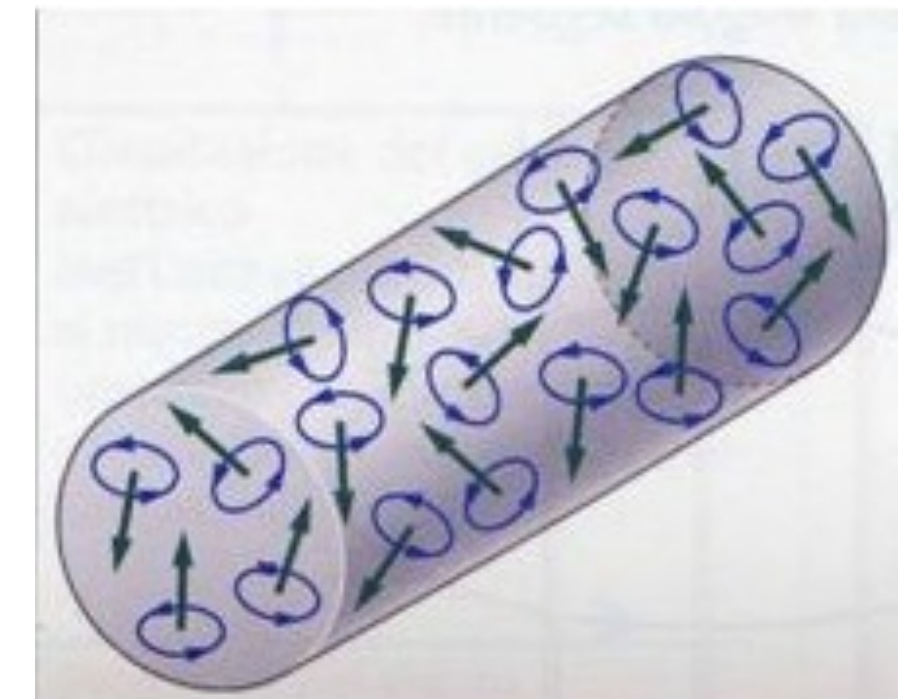
Figure 5-20 An electron generates (a) an orbital magnetic moment $\underline{m}_o$ as it rotates around the nucleus and (b) a spin magnetic moment $\underline{m}_s$, as it spins about its own axis.



Atomo o Ione	Momento magnetico ($10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$)
Idrogeno (H)	9.27
Elio (He)	0
Neon (Ne)	0
Ione Cerio (Ce^{3+})	19.8
Ione Itterbio (Yb^{3+})	37.1

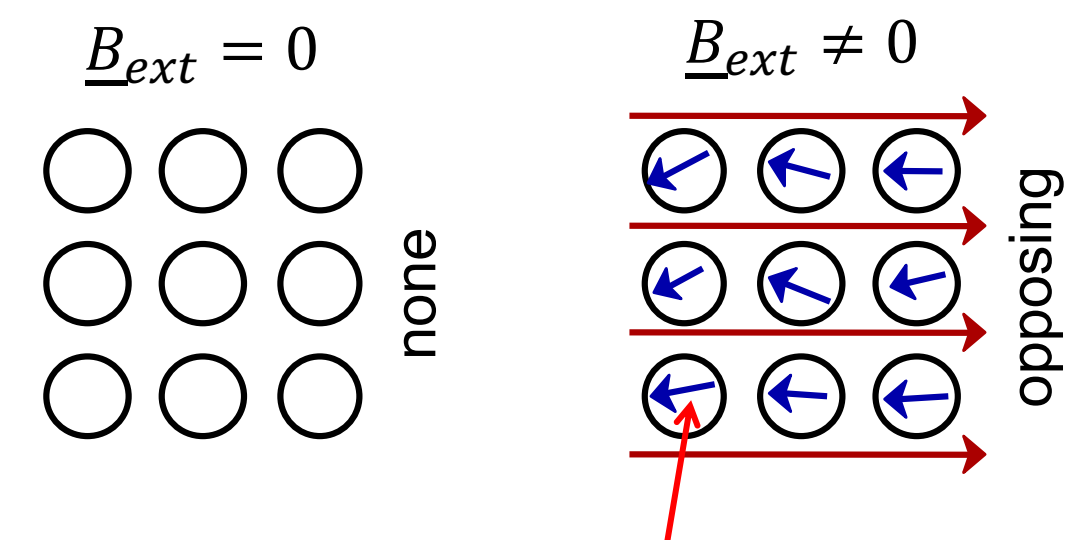
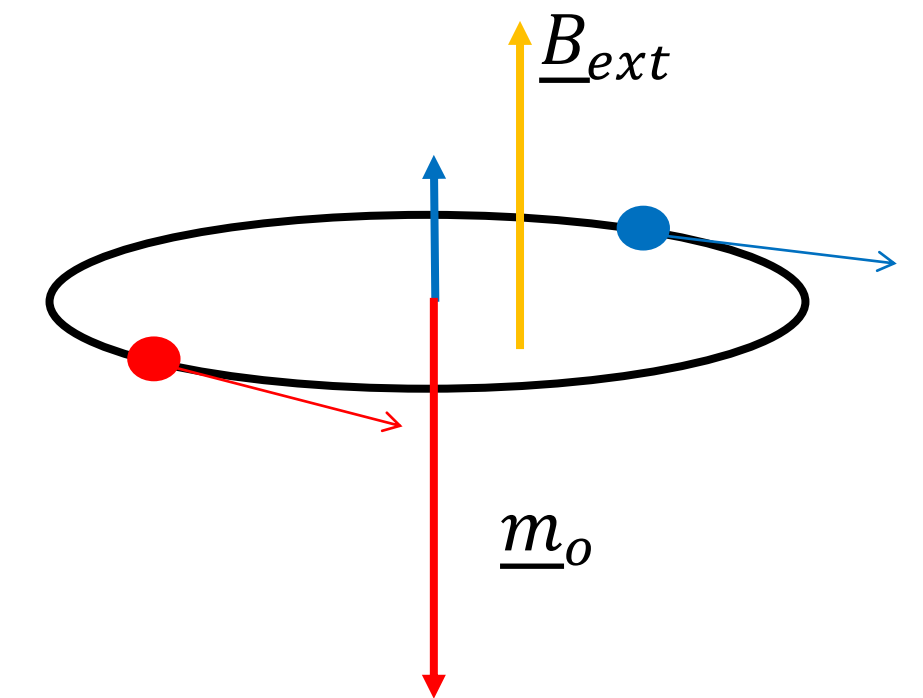
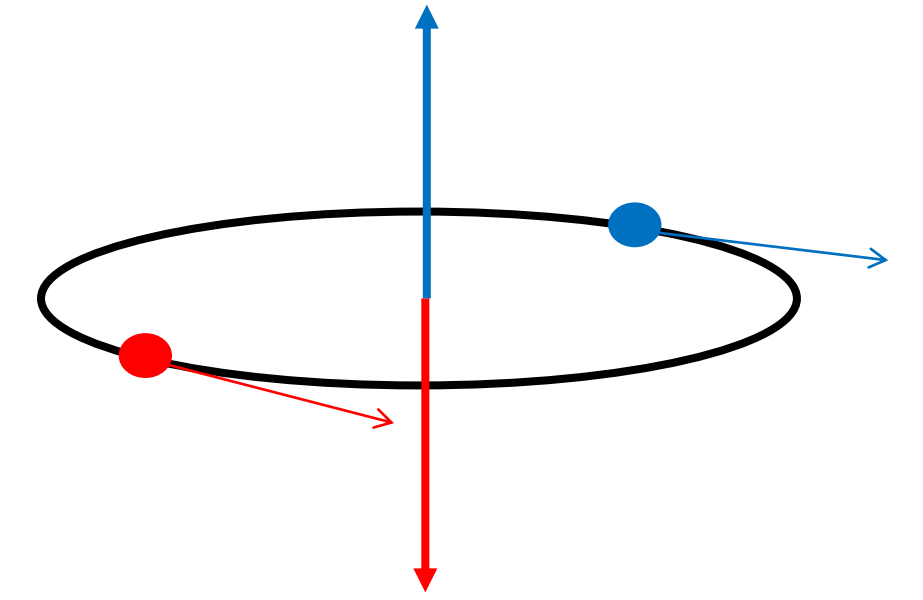
Atomi a molti elettroni (II)

- ✓ Poiché ogni momento magnetico è equivalente ad una piccola spira di corrente, nei materiali composti da atomi ciascuno con momento magnetico atomico non nullo, ogni atomo del materiale è equivalente ad una piccola spira di corrente circolante che viene indicata come *corrente atomica*.
- ✓ A grande distanza *dalle dimensioni atomiche* ogni momento magnetico (spira di corrente) genera un campo di induzione magnetica tipico di un dipolo magnetico.
- ✓ In assenza di campo di induzione magnetica esterno:
 - se il materiale è formato da atomi non dotati di momento di dipolo magnetico totale intrinseco *non si ha nessun effetto magnetico*.
 - se il materiale presenta atomi con momento magnetico diverso da zero, *l'orientamento del momento dei vari atomi è del tutto casuale*, cosicché il materiale, oppure ogni sua porzione macroscopica, ha momento magnetico risultante nullo. *Di conseguenza sono nulli gli effetti magnetici*.



Magnetizzazione (Diamagnetismo)

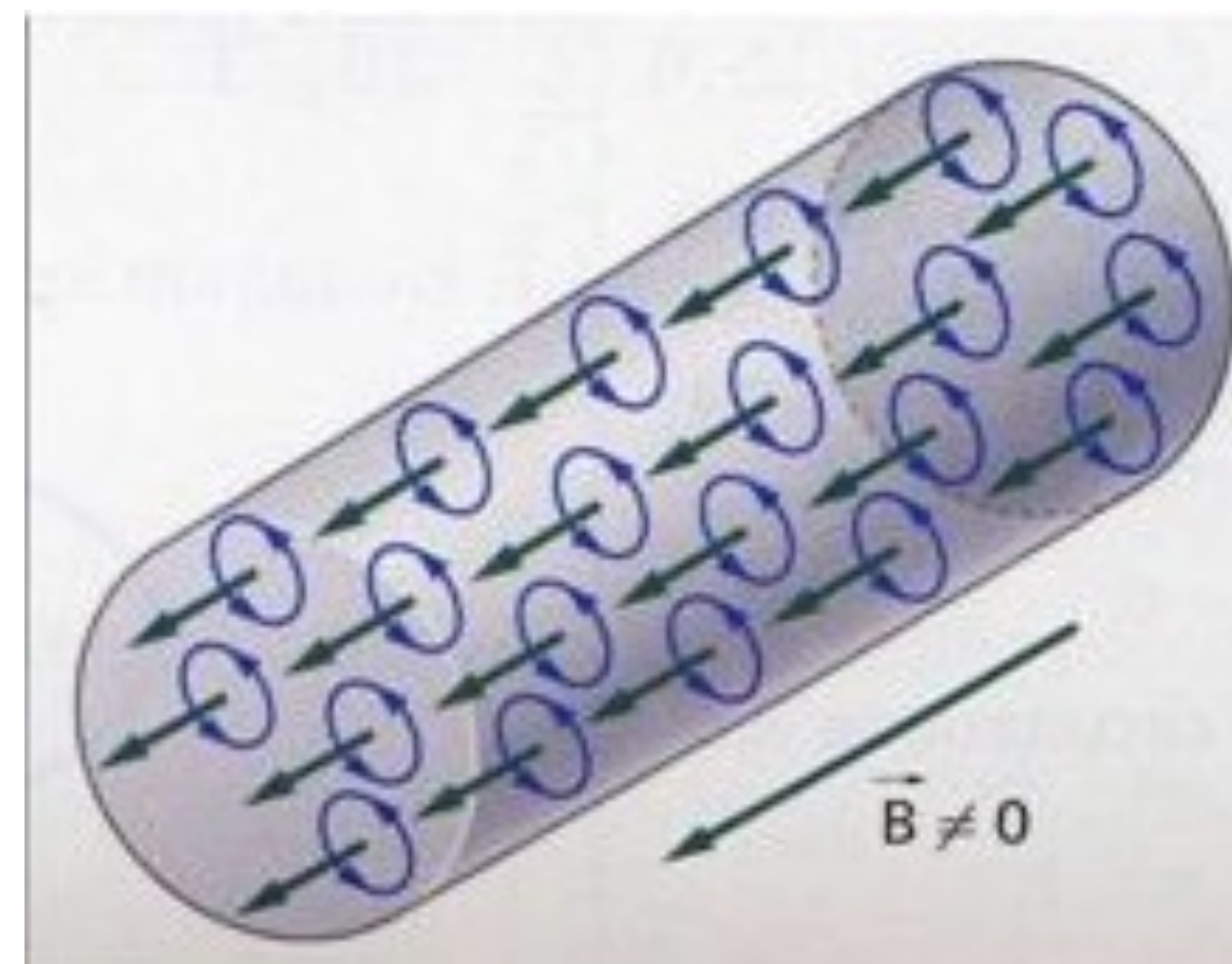
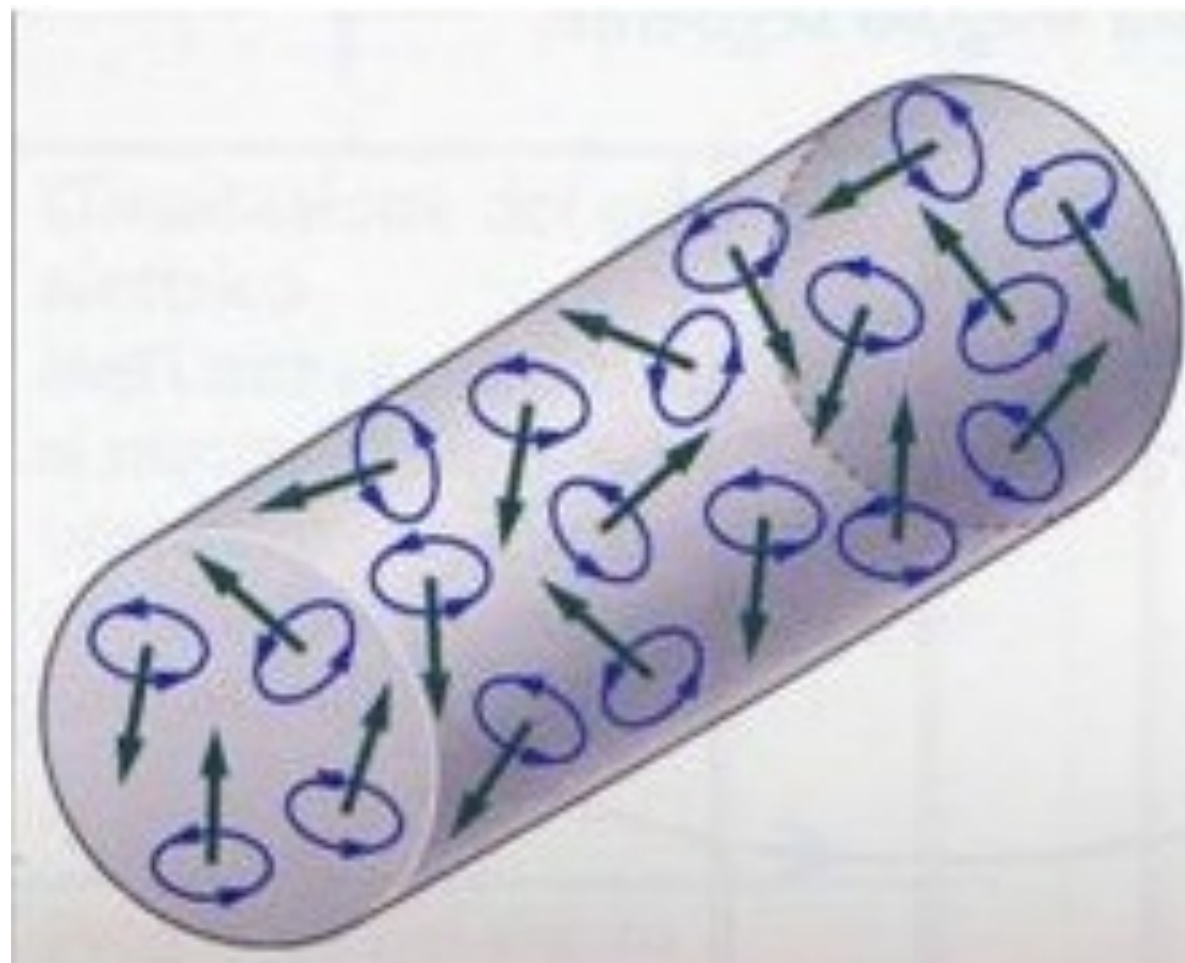
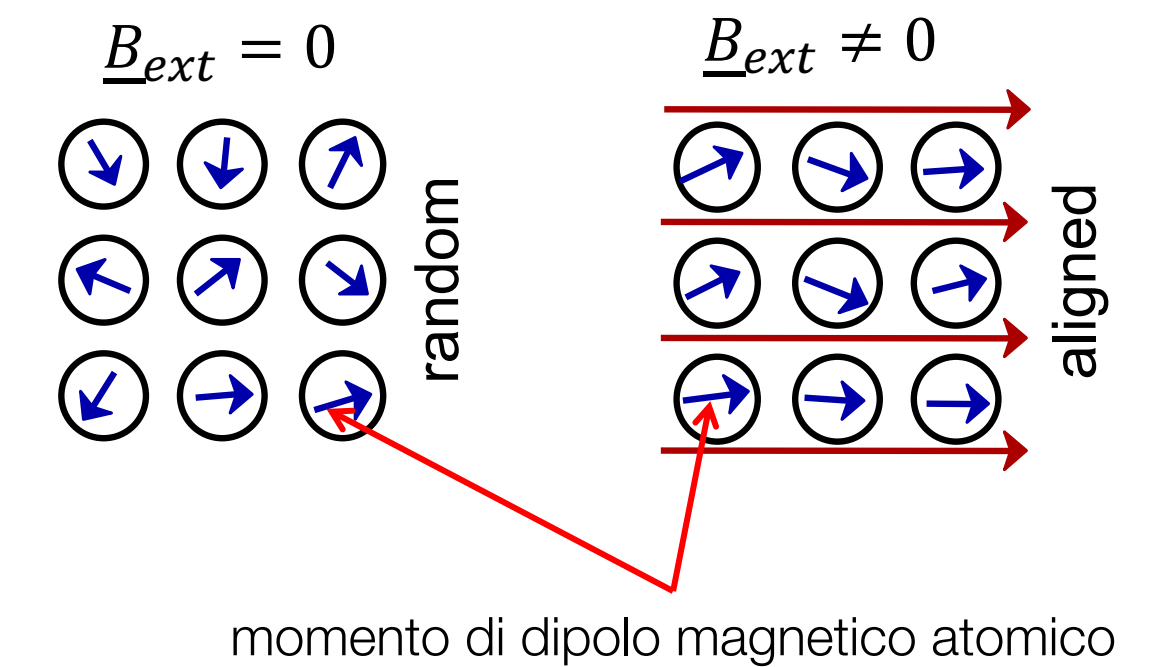
- ✓ Materiali con atomi *non dotati* di momento di dipolo magnetico atomico.
- ✓ Quando agisce un campo di induzione magnetica esterno il moto degli elettroni è perturbato e *si origina un momento magnetico che tende ad opporsi al campo esterno*.
- ✓ Se consideriamo due elettroni in un atomo che ruotano intorno al nucleo in versi opposti, ma con la stessa velocità, i due momenti magnetici orbitali sono uguali in modulo ed opposti in verso e si compensano.
- ✓ Quando si applica un campo di induzione magnetica esterno, gli elettroni sono sottoposti anche alla forza magnetica $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}_{ext}$.
- ✓ Questa forza si aggiunge alle forze elettrostatiche ed aumenta la velocità orbitale dell'elettrone che ha momento magnetico antiparallelo al campo, mentre riduce la velocità dell'elettrone che ha momento magnetico parallelo al campo.
- ✓ I momenti magnetici dei due elettroni non si compensano più, per cui la sostanza acquista un momento magnetico *opposto* a quello del campo applicato.
- ✓ Questo è il meccanismo classico del *diamagnetismo* ed è sempre presente.
- ✓ Anche con campi magnetici molto intensi, il momento magnetico atomico indotto è piccolissimo.
- ✓ Per molte sostanze è l'unico meccanismo che da origine a proprietà magnetiche



momento di dipolo magnetico atomico

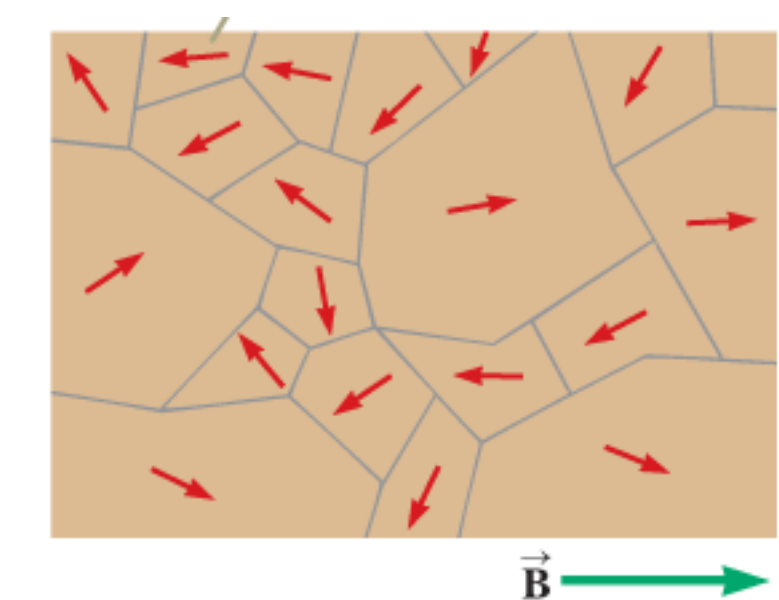
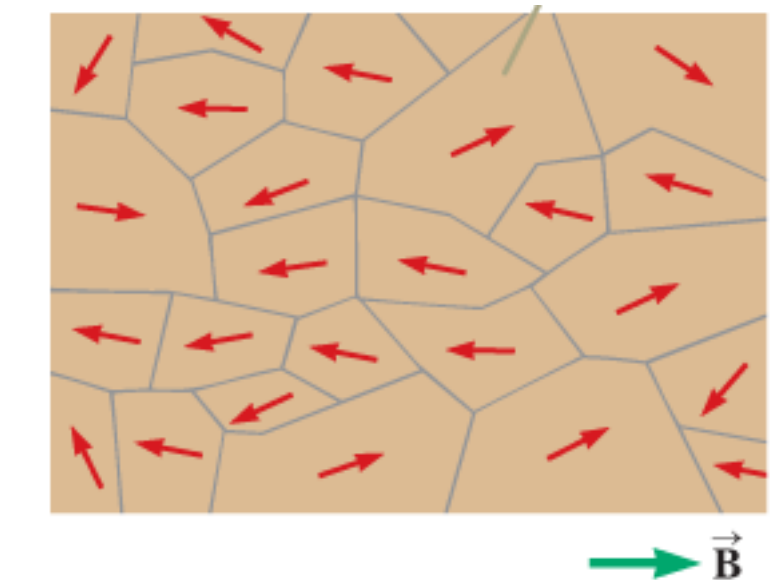
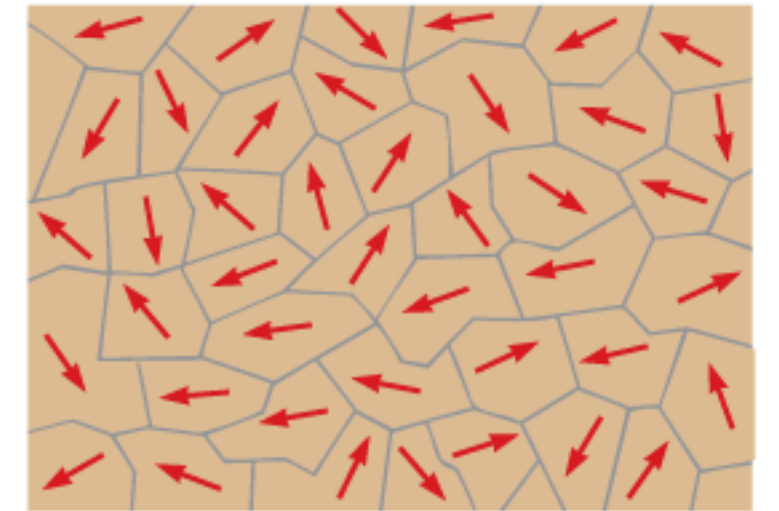
Magnetizzazione (Paramagnetismo)

- ✓ Materiali con atomi *dotati* di momento di dipolo magnetico atomico.
- ✓ Il campo di induzione magnetica applicato dall'esterno, tramite una coppia di forze, tende a disporre le spire elementari percorse da correnti atomiche in un piano perpendicolare alla sua direzione (tende ad orientare i dipoli magnetici paralleli a se stesso) e ha origine un ***momento magnetico parallelo e concorde*** al campo di induzione esterno, che supera l'effetto diamagnetico.
- ✓ Questo è il meccanismo classico del ***paramagnetismo***.
- ✓ Questo processo di allineamento è però in competizione con l'agitazione termica, fenomeno che tende a rendere casuale l'orientazione dei momenti di dipolo.



Magnetizzazione (Ferromagnetismo)

- Un piccolo numero di sostanze cristalline (es. ferro, il cobalto, il nichel,..) mostra fenomeni magnetici molto marcati; questo fenomeno è chiamato *ferromagnetismo*.
- Tutti i materiali ferromagnetici contengono regioni microscopiche, dette *domini di Weiss* ($10^{-18} \div 10^{-12} \text{ m}^3$), all'interno delle quali c'è una magnetizzazione spontanea dovuta all'interazione *quantistica* degli spin.
- Le superfici di separazione fra domini che hanno orientazioni diverse sono dette pareti del dominio.
- In un materiale non magnetizzato, i momenti magnetici dei domini sono orientati in modo casuale ed il momento magnetico risultante è in media nullo.
- Se il materiale viene posto in un campo di induzione magnetica esterno (anche di piccola intensità), le dimensioni dei domini aventi i momenti magnetici allineati con il campo applicato crescono e la sostanza si magnetizza.
- Quando il campo esterno diventa molto intenso, i domini nei quali i momenti magnetici non sono allineati con il campo diventano molto piccoli.
- A temperature ordinarie l'agitazione termica non è sufficiente a distruggere questa orientazione preferenziale dei momenti magnetici.

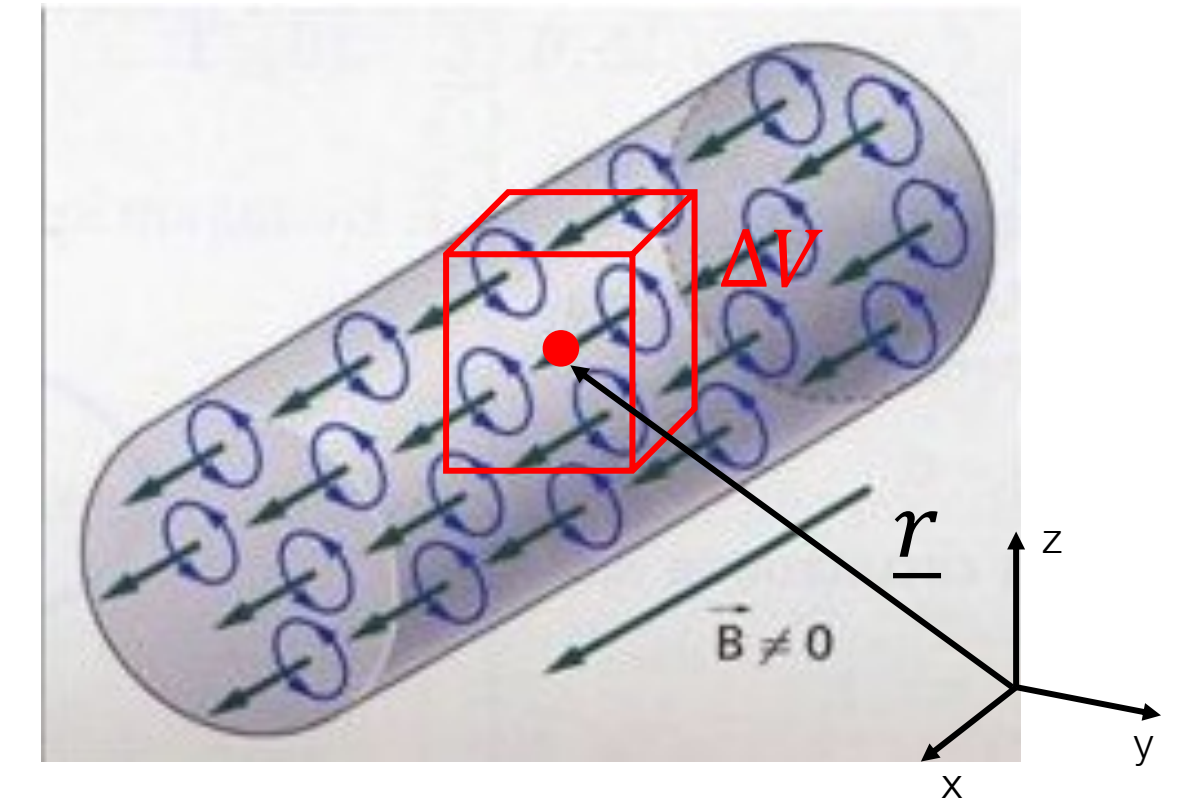


Vettore magnetizzazione

- ✓ Dalle considerazioni fenomenologiche che sono state effettuate, un materiale magnetizzato può essere considerata come un insieme di atomi o molecole (o domini) dotati di momento magnetico complessivo non nullo.
- ✓ Descrizione macroscopica: considero un punto (x, y, z) del materiale e un piccolo volumetto ΔV attorno ad esso che contiene un numero statisticamente significativo ΔN di dipoli magnetici $\underline{m}_i$.
- ✓ Definisco un **vettore di magnetizzazione** $\underline{M}(x, y, z)$ mediando i singoli momenti di dipolo magnetico nel volume e dividendo per il volume stesso

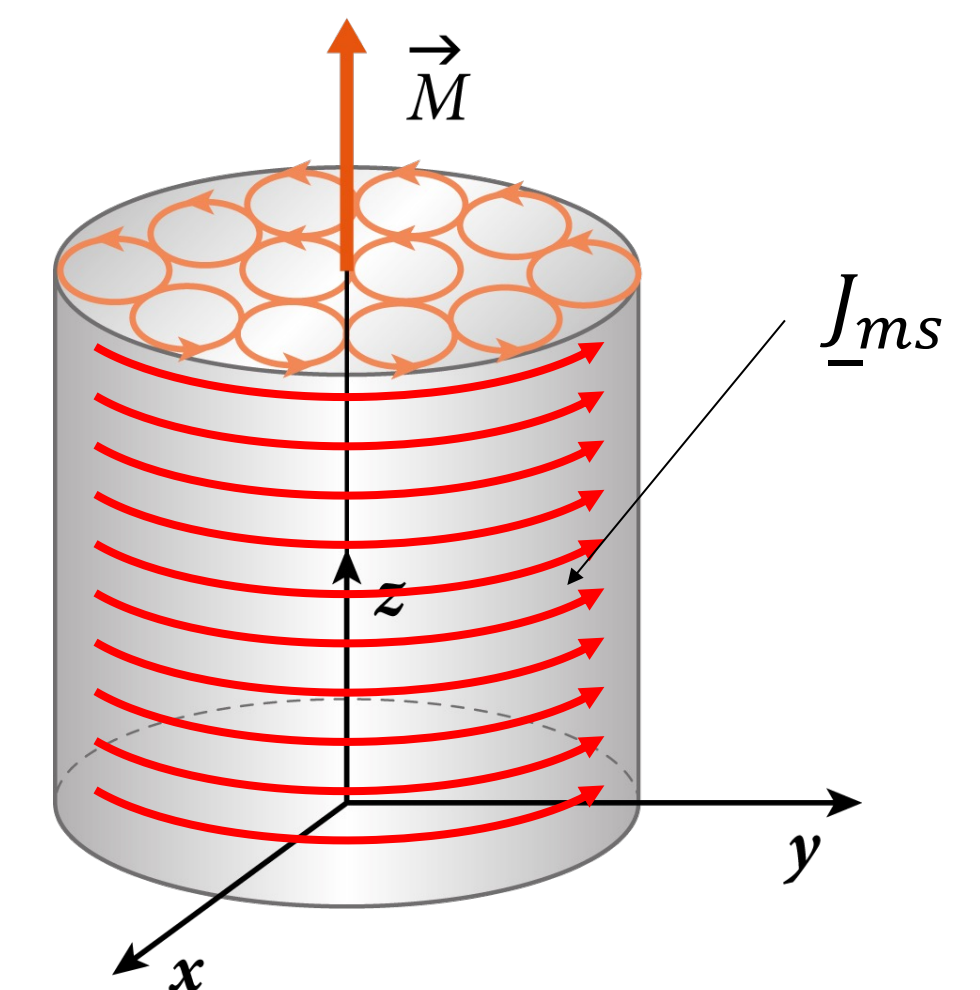
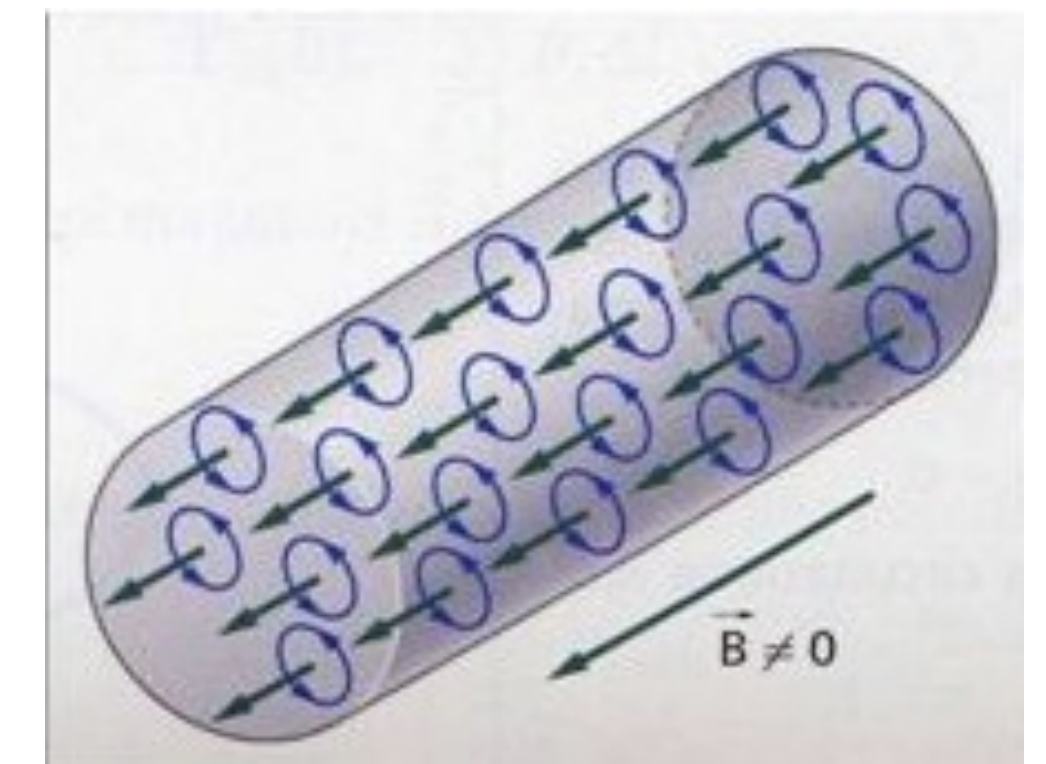
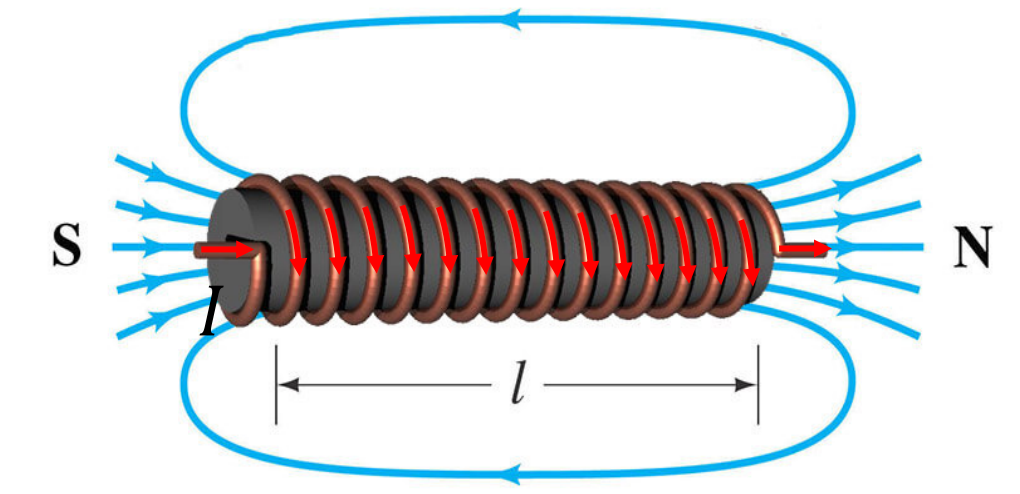
$$\underline{M}(x, y, z) = \frac{\sum_{i=1}^{\Delta N} \underline{m}_i}{\Delta V} \quad \frac{A}{m}$$

- ✓ Il vettore $\underline{M}(x, y, z)$ è una grandezza **macroscopica** che rappresenta in ogni punto un **momento di dipolo magnetico per unità di volume**.
- ✓ ΔV deve essere sufficientemente piccolo in modo da ridursi su scala macroscopica ad un punto e tale che $\underline{M}$ possa essere considerato uniforme all'interno di ΔV ma al tempo stesso sufficientemente grande su scala microscopica da assicurare la regolarità $\underline{M}(x, y, z)$ al variare del punto di osservazione.
- ✓ Il momento magnetico per unità di volume $\underline{M}(x, y, z)$ nasce per effetto dell'azione del campo di induzione magnetica applicato esterno che tende a creare o disporre ogni spira elementare percorsa da corrente atomica (corrente amperiana) in un piano perpendicolare alla sua direzione.



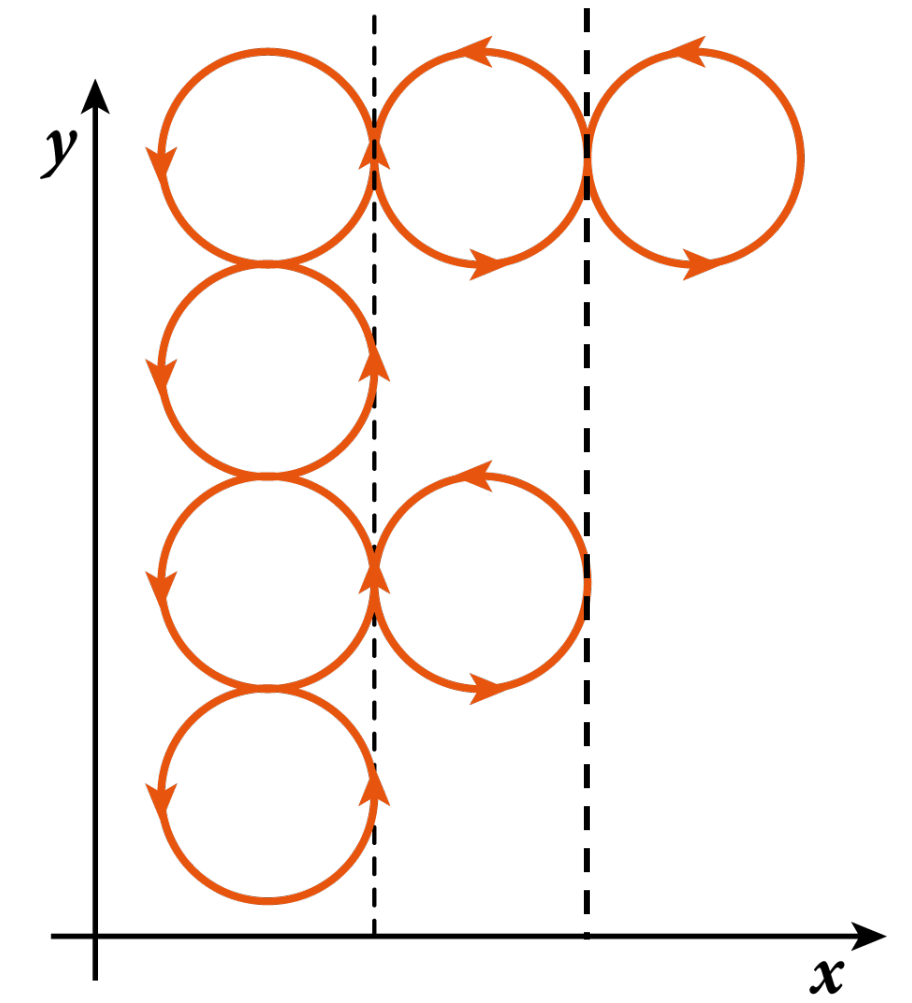
Vettore magnetizzazione e correnti di magnetizzazione

- ✓ Materiale di forma cilindrica, magnetizzato lungo l'asse del cilindro stesso ($\underline{M}$ parallelo all'asse del cilindro).
- ✓ Tutte le spire elementari sono perpendicolari alla direzione individuata da $\underline{M}$ e tutte sono percorse dalle correnti atomiche nello stesso verso.
- ✓ Se l'intensità di magnetizzazione è **uniforme** in tutto il materiale, il numero di spire per unità di volume è costante per cui **all'interno del cilindro** le correnti atomiche si annullano l'una con l'altra.
- ✓ Sulla **superficie del materiale**, la magnetizzazione $\underline{M}$ subisce una discontinuità passando bruscamente dal valore che essa ha internamente al materiale al valore zero che essa ha esternamente.
- ✓ Sulla superficie laterale non c'è compensazione delle correnti atomiche e queste danno origine ad una **densità superficiale di corrente** $\underline{J}_{ms}$ (A/m).
- ✓ Questa corrente superficiale è in grado a sua volta produrre un campo di induzione magnetica $\underline{B}_M$ che si somma vettorialmente a quello esterno applicato $\underline{B}_0$, sia dentro che fuori il materiale.



Vettore magnetizzazione e correnti di magnetizzazione

- ✓ Se l'intensità di magnetizzazione non è uniforme, il numero di spire per unità di volume non è costante per cui all'interno del cilindro le correnti atomiche non si annullano l'una con l'altra.
- ✓ Esiste anche una densità di corrente volumetrica $\underline{J_m}$ (A/m²) che fluisce all'interno del materiale.
- ✓ In figura, sulle linee tratteggiate, la quantità di carica che va dal basso verso l'alto è maggiore di quella che dall'alto va verso il basso, per cui anche senza trasporto c'è una corrente diretta verso l'alto.
- ✓ Questa densità di corrente volumetrica somma il suo contributo alla densità di corrente superficiale.
- ✓ Le densità di correnti superficiali e volumetriche legate alla magnetizzazione dei materiali si chiamano *correnti di magnetizzazione*.

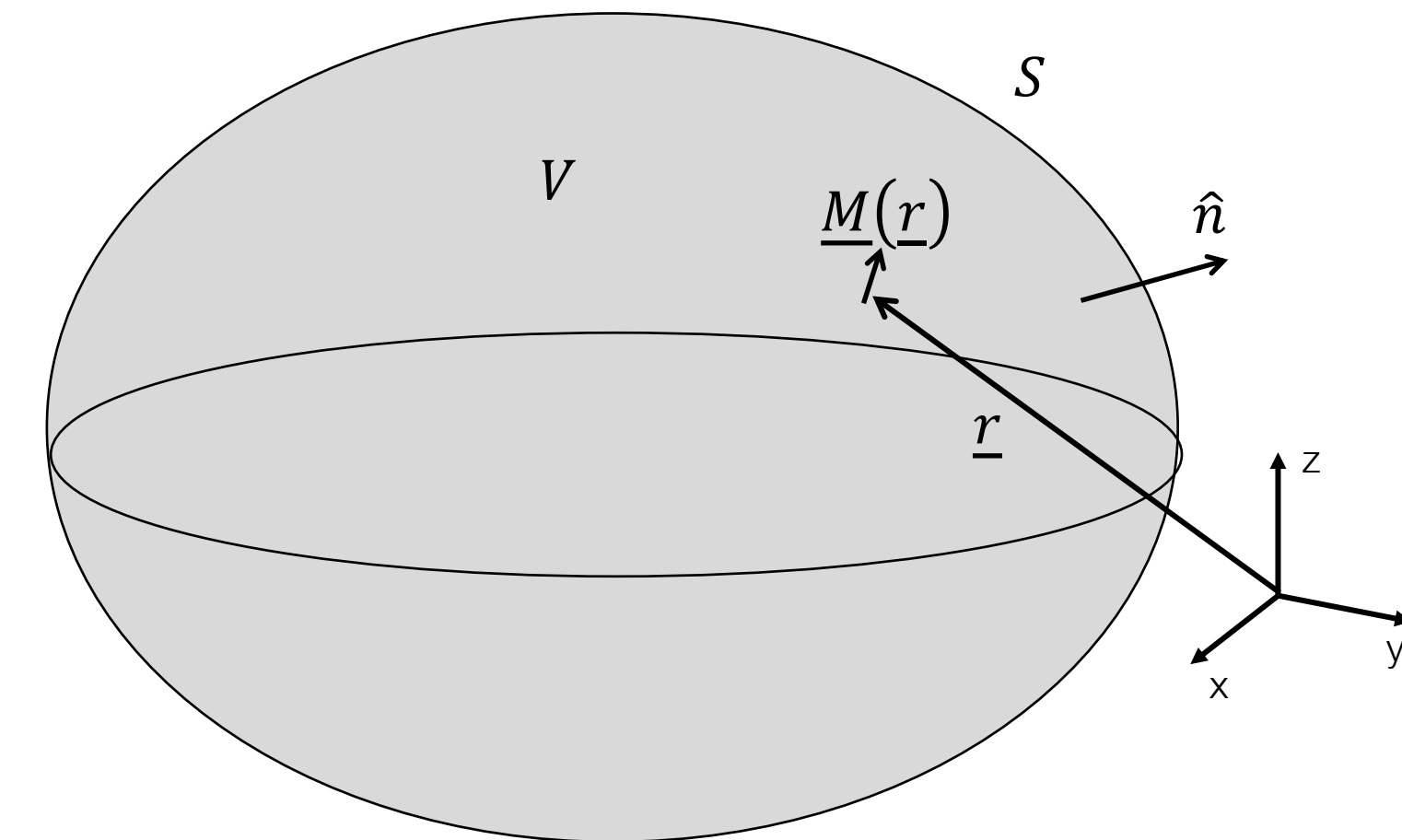


Vettore magnetizzazione e correnti di magnetizzazione

- ✓ Si può dimostrare che esiste un legame matematico preciso tra vettore di magnetizzazione e correnti di magnetizzazione.
- ✓ Per un punto generico del materiale magnetizzato, individuato dal vettore posizione $\underline{r}$ si ha: dato da:

$$\underline{J}_m(\underline{r}) = \nabla \times \underline{M}(\underline{r}) \quad \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

$$\underline{J}_{ms}(\underline{r}) = \underline{M}(\underline{r}) \times \hat{n} \quad \left[\frac{A}{m} \right]$$



- ✓ Se $\underline{M}(\underline{r})$ è *uniforme*, cioè non dipende dal punto di osservazione, $\underline{M}(\underline{r}) = \underline{M}$ si ha:

$$\underline{J}_m(\underline{r}) = \nabla \times \underline{M} = 0$$

Legge della circuitazione di Ampere in presenza di materiali magnetizzati

- ✓ La forma differenziale della legge della circuitazione di Ampere nel vuoto, in presenza di correnti di conduzione $\underline{J}$ è:

$$\nabla \times \underline{B}(\underline{r}) = \mu_0 \underline{J}(\underline{r})$$

- ✓ Nel caso in cui il campo di induzione magnetica $\underline{B}(\underline{r})$ sia generato oltre che da correnti (es. che fluiscono su fili conduttori), anche dalle correnti di magnetizzazione presenti nei materiali magnetizzati, l'equazione precedente diventa:

$$\nabla \times \underline{B}(\underline{r}) = \mu_0 [\underline{J}(\underline{r}) + \underline{J}_m(\underline{r})]$$

- ✓ Dato che è un vettore $\underline{J}_m(\underline{r}) = \nabla \times \underline{M}(\underline{r})$ si può scrivere

$$\nabla \times \left[\frac{\underline{B}(\underline{r})}{\mu_0} - \underline{M}(\underline{r}) \right] = \underline{J}(\underline{r})$$

- ✓ Si definisce *vettore campo magnetico* il vettore

$$\underline{H}(\underline{r}) = \frac{\underline{B}(\underline{r})}{\mu_0} - \underline{M}(\underline{r}) \quad \frac{A}{m}$$

Legge della circuitazione di Ampere in presenza di materiali magnetizzati

- ✓ La forma differenziale della legge della circuitazione di Ampere in presenza di correnti di conduzione $\underline{J}(\underline{r})$ e materiali magnetizzati diventa quindi:

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}) = \underline{J}(\underline{r})$$

- ✓ Nel vuoto, dove il vettore di magnetizzazione è nullo $\underline{M} = 0$, si ha

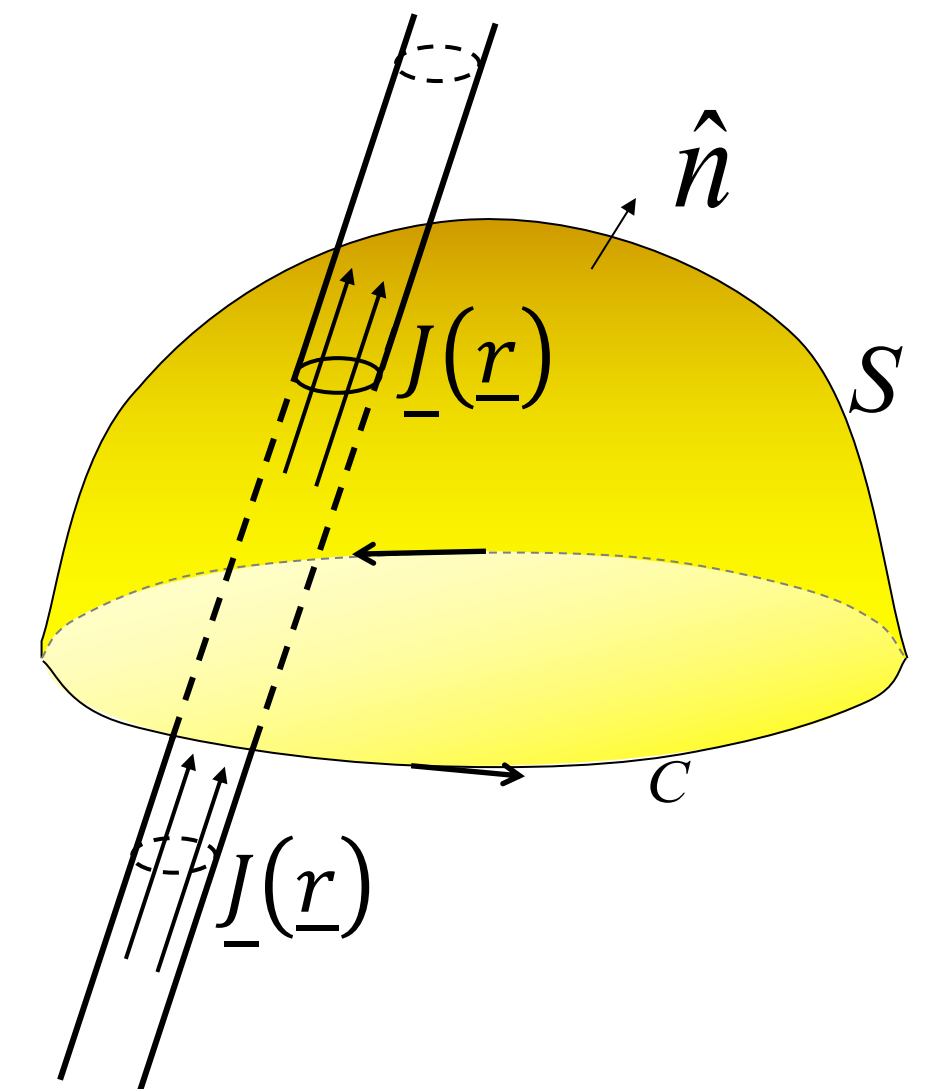
$$\underline{B}(\underline{r}) = \mu_0 \underline{H}(\underline{r})$$

- ✓ Data la semplice relazione di proporzionalità, tutte le leggi ricavate nel vuoto per $\underline{B}$, valgono anche per il vettore $\underline{H}$.
- ✓ Flusso del rotore attraverso una superficie aperta S di contorno orientato C

$$\iint_S \nabla \times \underline{H}(\underline{r}) \cdot \hat{n} \, ds = \iint_S \underline{J}(\underline{r}) \cdot \hat{n} \, ds$$

- ✓ Applicando il teorema di Stokes all'integrale di sinistra

$$\oint_C \underline{H}(\underline{r}) \cdot d\underline{l} = I$$

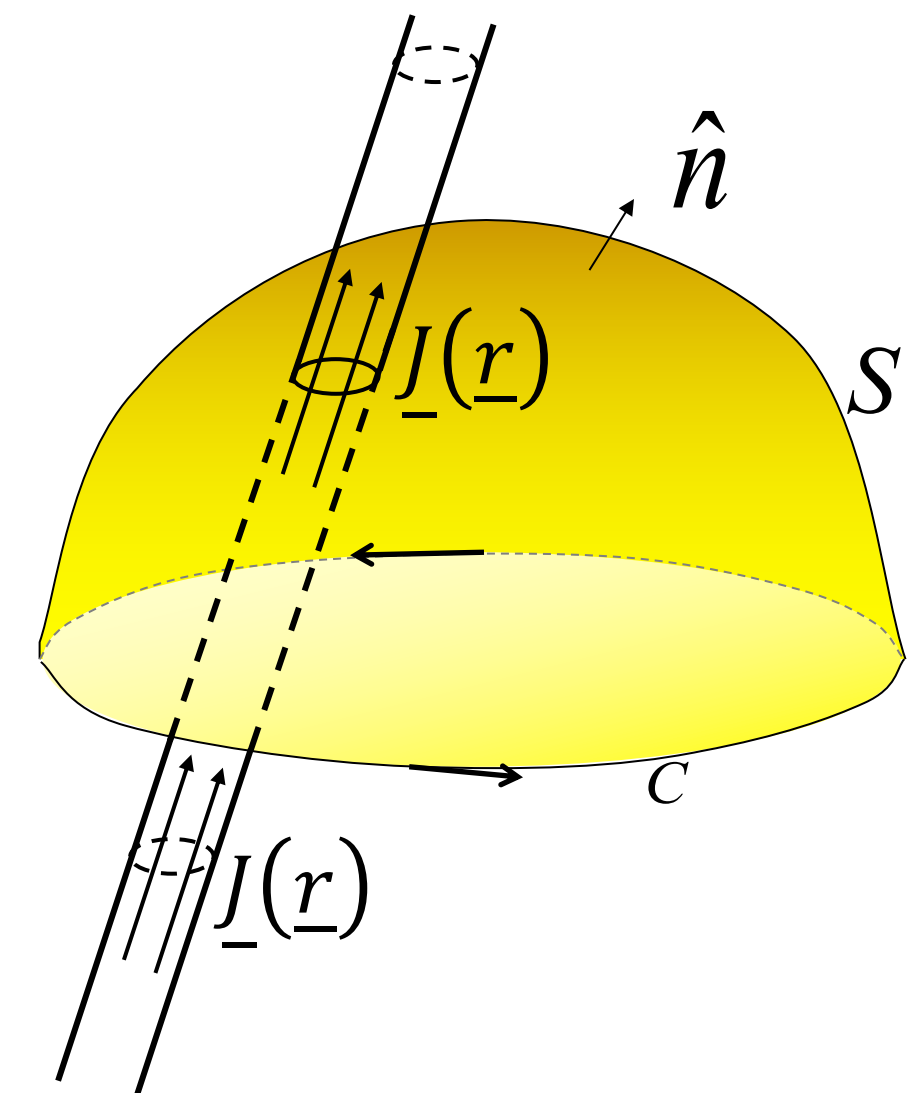


Vettore campo magnetico

- ✓ La *circuitazione del vettore campo magnetico* lungo un circuito chiuso orientato che costituisce il bordo di una superficie aperta dipende *solo* dalle correnti di conduzione, anche in presenza di materiali magnetizzati.
- ✓ Per la descrizione del magnetismo sono sufficienti i vettori $\underline{B}$ e $\underline{M}$ ed $\underline{H}$ non è un vettore indipendente. Tuttavia l'importanza di questo vettore è che il suo rotore e la sua circuitazione, anche in presenza di materiali magnetizzati, dipende solo dalle correnti di conduzione $\underline{J}$, senza esplicito riferimento alle correnti di magnetizzazione.
- ✓ Le espressioni generale delle leggi di Ampere (integrale e differenziale), valide anche *in presenza di mezzi materiali magnetizzati* sono quindi

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}) = \underline{J}(\underline{r})$$

$$\oint_c \underline{H}(\underline{r}) \cdot d\underline{l} = \iint_S \underline{J}(\underline{r}) \cdot \hat{n} ds$$



Suscettività e permeabilità magnetica

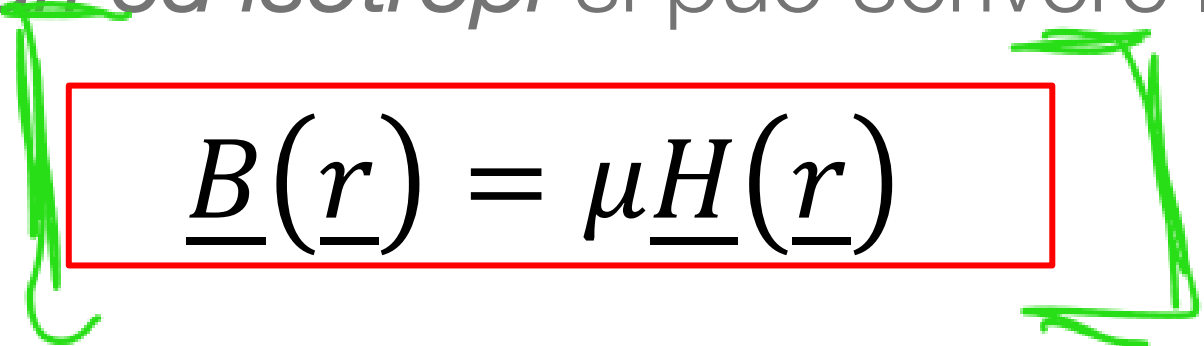
- ✓ I materiali diamagnetici e paramagnetici presentano una debole magnetizzazione e un comportamento lineare quando si applica un campo magnetico esterno.
- ✓ Per materiali *omogenei, lineari ed isotropi* si introduce la relazione sperimentale

$$\underline{M}(\underline{r}) = \chi_m \underline{H}(\underline{r})$$

- ✓ χ_m è una quantità adimensionale costante che prende il nome di *suscettività magnetica*.
- ✓ Il legame tra $\underline{B}$, $\underline{M}$ e $\underline{H}$ diventa

$$\underline{B}(\underline{r}) = \mu_0 \left(\underline{H}(\underline{r}) + \underline{M}(\underline{r}) \right) = \mu_0 (\underline{H}(\underline{r}) + \chi_m \underline{H}(\underline{r})) = \mu_0 (1 + \chi_m) \underline{H}(\underline{r}) = \mu_0 \mu_r \underline{H}(\underline{r})$$

- ✓ La quantità $\mu_r = (1 + \chi_m)$ è una quantità *adimensionale* che prende il nome di *permeabilità magnetica relativa*.
- ✓ Infine per materiali *omogenei, lineari ed isotropi* si può scrivere la seguente relazione costitutiva


$$\underline{B}(\underline{r}) = \mu \underline{H}(\underline{r})$$

- ✓ La quantità $\mu = \mu_0 \mu_r$ prende il nome di *permeabilità magnetica assoluta* ed ha le dimensioni di $\Omega \cdot \text{sec}/\text{m}$.

Materiali diamagnetici e paramagnetici

perché applicando un campo magnetico H , il valore di B (campo totale) sarà più piccolo

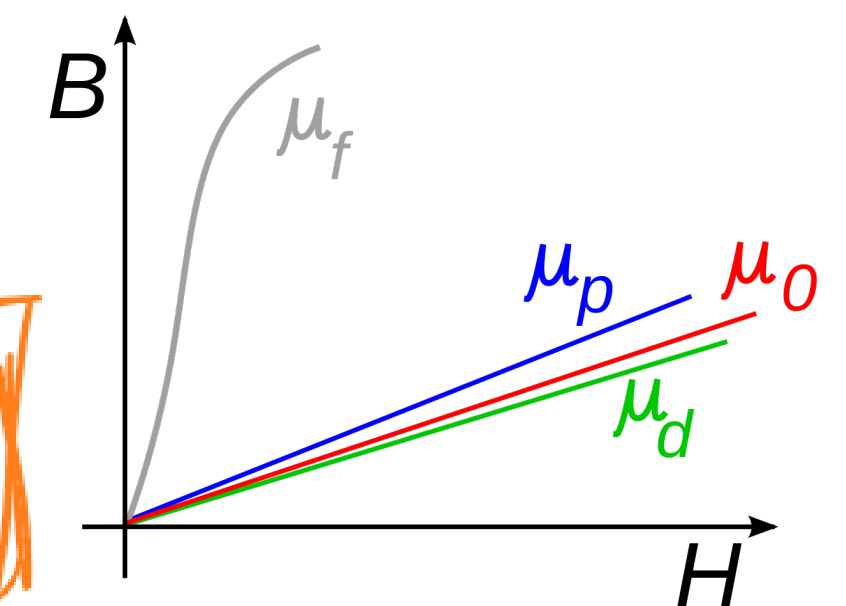
- ✓ { Materiali **diamagnetici**: χ_m è **negativo** con valori molto piccoli ($\mu_r < 1$).
- ✓ Il momento magnetico indotto nel materiale è **antiparallelo** rispetto al campo inducente.
- ✓ la suscettività magnetica delle sostanze diamagnetiche appare essere generalmente indipendente dalla temperatura T .
- ✓ Le sostanze diamagnetiche non presentano alcun tipo di saturazione: χ_m è indipendente dai campi applicati, anche per campi molto intensi.

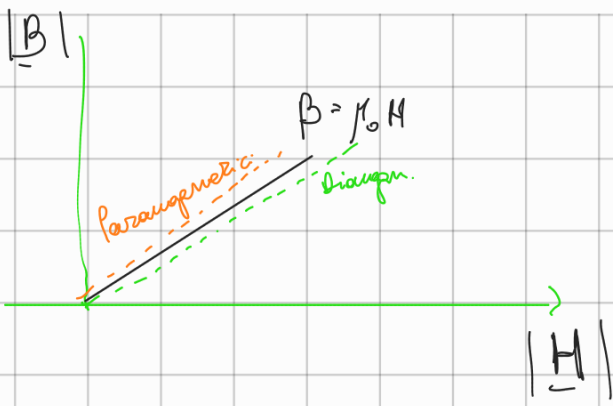
SOSTANZE DIAMAGNETICHE	
Sostanza	χ_m
Ag	$-26,4 \cdot 10^{-6}$
Au	$-36,3 \cdot 10^{-6}$
Bi	$-166 \cdot 10^{-6}$
C (grafite)	$-99 \cdot 10^{-6}$
Cu	$-9,6 \cdot 10^{-6}$
H ₂	$-2,1 \cdot 10^{-9}$
He	$-1,0 \cdot 10^{-9}$
Hg	$-32,0 \cdot 10^{-6}$

- ✓ Materiali **paramagnetici**: χ_m è **positivo** con valori molto piccoli ($\mu_r > 1$).
- ✓ Il momento magnetico indotto nel materiale è **parallelo** al campo inducente.
- ✓ E' dovuto sostanzialmente all'orientamento dei momenti magnetici propri degli atomi o delle molecole del materiale.
- ✓ la suscettività magnetica delle sostanze paramagnetiche dipende dalla temperatura T e dalla densità ρ del materiale secondo la legge di Curie $\chi_m = C\rho/T$ con C coefficiente di Curie.

SOSTANZE PARAMAGNETICHE	
Sostanza	χ_m
Al	$22 \cdot 10^{-6}$
Cr	$312 \cdot 10^{-6}$
FeCl ₂	$3020 \cdot 10^{-6}$
Gd ₂ O ₃	$12.080 \cdot 10^{-6}$
O ₂	$1,9 \cdot 10^{-6}$
Pd	$820 \cdot 10^{-6}$
Pt	$295 \cdot 10^{-6}$

- ✓ Considerato che in entrambi i casi, a temperatura standard, $|\chi_m| \leq 10^{-4}$ la permeabilità assoluta μ si discosta per meno di una parte su diecimila rispetto al caso del vuoto.
- ✓ La perturbazione indotta sulla configurazione del campo di induzione magnetica totale dalla presenza di questi materiali può pertanto essere, di norma, trascurata.



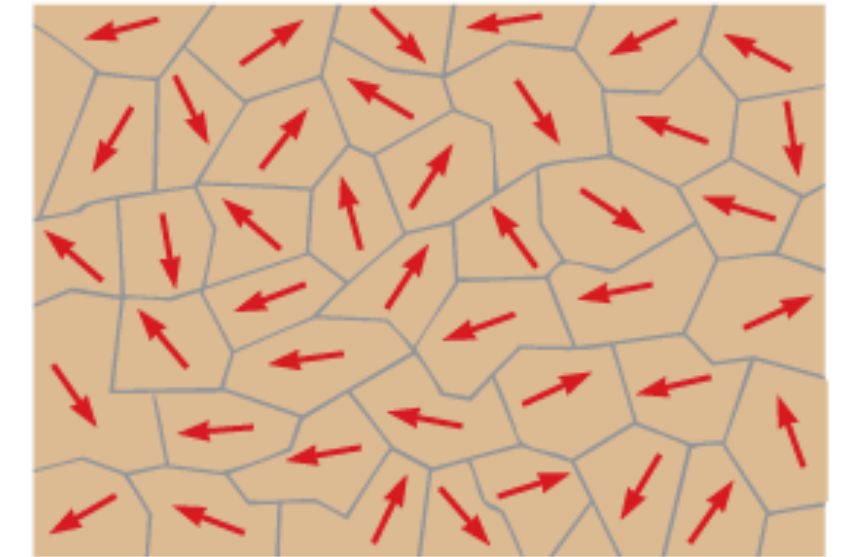


$$\beta = \mu_0 \mu_r H$$

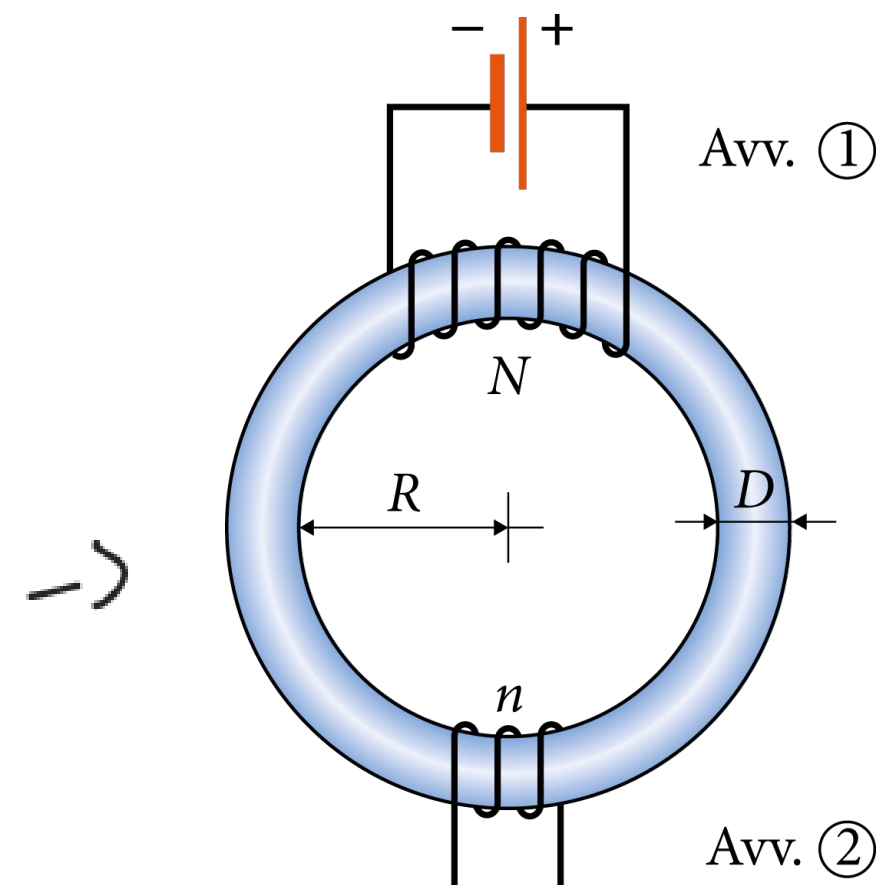
$\downarrow$
 $\mu_r > 1$

Sostanze ferromagnetiche *non sono materiali "lineari"*

- ✓ Fenomeno complesso per cui non esiste una spiegazione classica. L'interazione quantistica degli spin produce domini (domini di Weiss) con una magnetizzazione spontanea.
- ✓ I valori di χ_m e di μ_r *suscettività e permeabilità* non solo dipendono in modo non lineare dall'intensità $\underline{H}$ del campo magnetico applicato, ma dipendono anche dalla storia magnetica (materiali con memoria), cioè dal modo con cui un dato valore viene raggiunto. ←
- ✓ Possono presentare valori di suscettibilità molto elevata se confrontata con gli altri materiali, dell'ordine di $10^3 - 10^4$ ma può arrivare in casi particolare anche a 10^6 .
- ✓ Sono sostanze cristalline (ferro, cobalto, nichel e loro leghe)
- ✓ Si procede alla caratterizzazione sperimentale della relazione che lega $\underline{B}$ ad $\underline{H}$.
- ✓ La curva $\underline{B} = \underline{B}(\underline{H})$ si può utilizzare un solenoide toroidale in cui il toroide è formato dalla sostanza da analizzare.



*materiale
ferromagnetico o
forma di toroide*



$$\Delta H = \frac{N \Delta I}{2\pi R}$$

$$\Delta B = \frac{\Delta \phi}{nS}$$

*con questo circuito
posso misurare
l'intensità di
B all'interno*

misure fatte con questo circuito

in assenza di H_1 , non serve energia. B prodotto dal materiale

-
- B
 H
 O
 B_r
 H_c
 H_m
 $-H_m$
 $-H_s$
 H_s
 I
 2
 1
 3
 Curva di la magnetizzazione
 per un singolo valore di H , posso avere 3 valori diversi di B dipende da dove partivo, da come e se era stato magnetizzato.
 materiale con memoria

Dopo saturazione, l'elga cresce
seguendo la curva 2, se

- Dopo che ho tutto contento, B è f da zero,
il materiale è ancora uguale ma

Ho ottenuto un magnesio

- non è completamente reversibile - Invertito allora la corrente, però in campo opp. ^{permanente}
Per $H < -H_c$ anche B diventa negativo, fino a raggiungere la saturazione per il campo inverso. _{in direzione opposta}

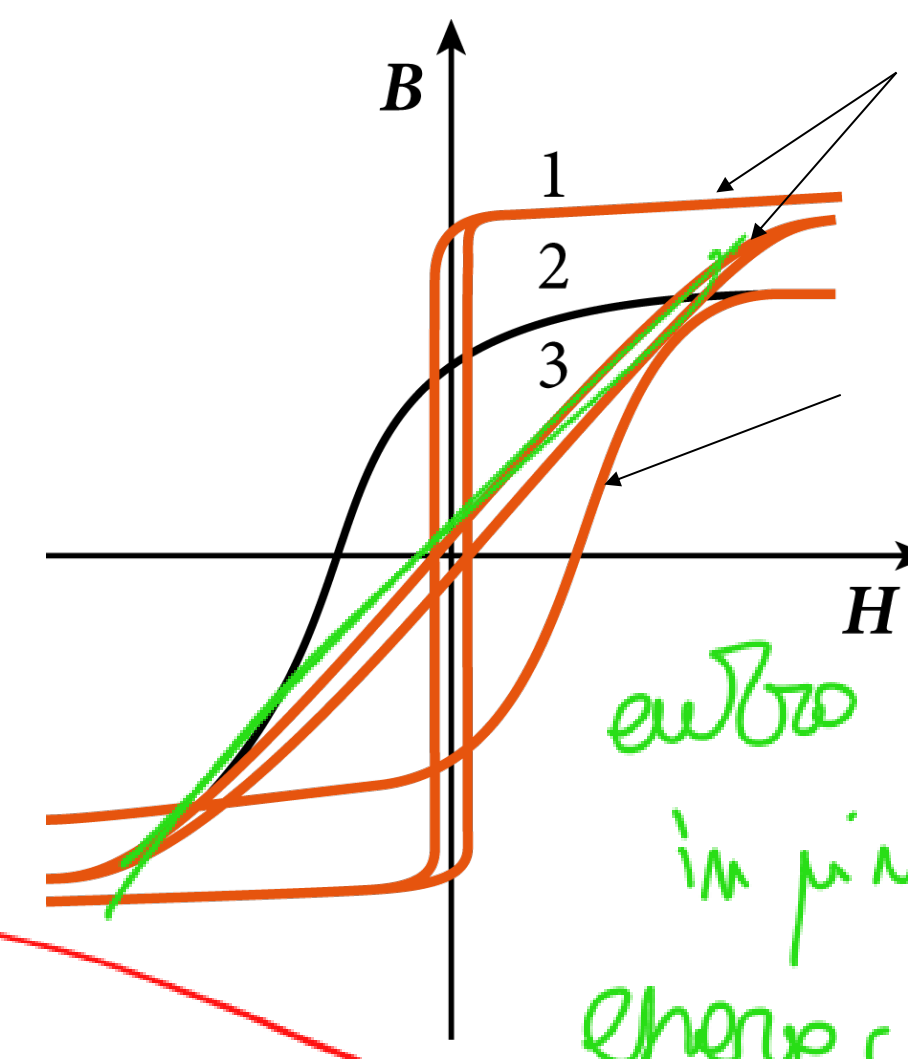
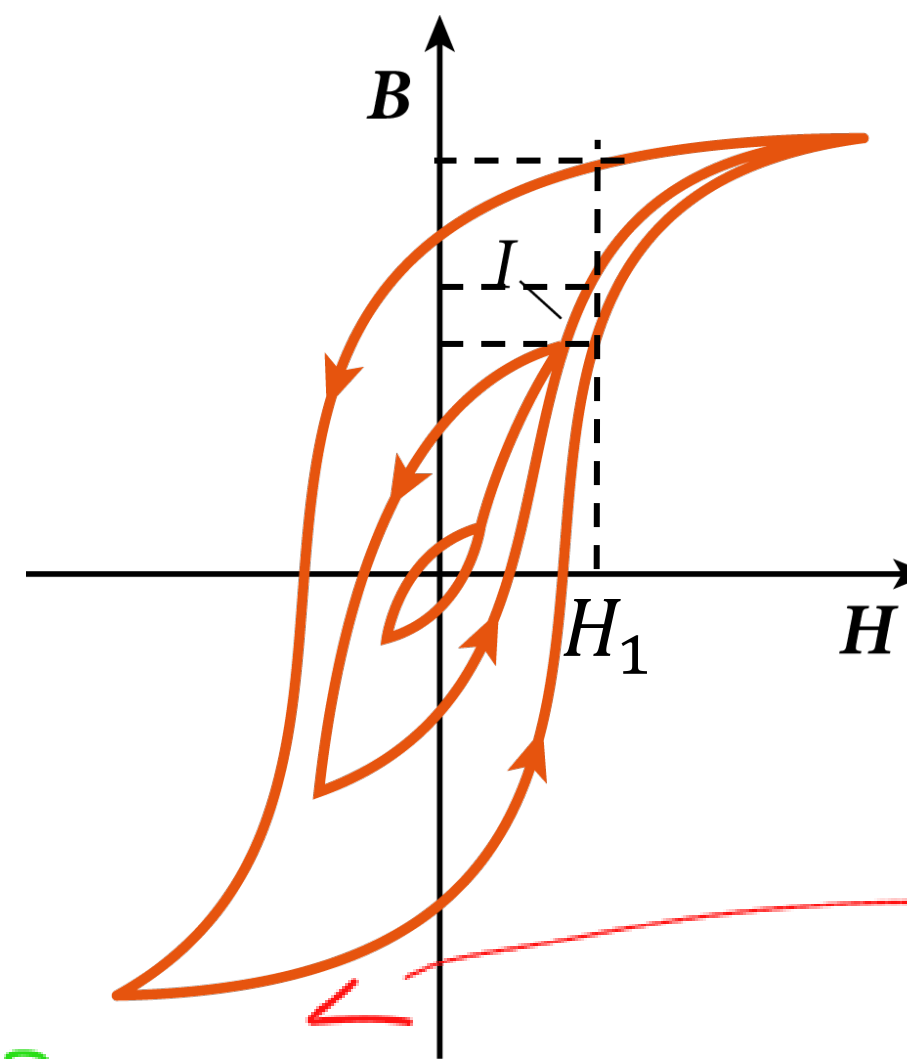
- Campo Magn. COERCITIVO, che serve ad orientare le magnetin.

Ciclo di isteresi

Se continuo, i domini si invertano, fino ad arrivare ad una saturazione. Se reinverto, ripercorro la prima curva

- ✓ per un materiale ferromagnetico, la permeabilità magnetica $\mu = B/H$ non solo non è costante (non è indipendente da H), ma non è nemmeno univocamente definita. *Ciclo di isteresi, costo energia sotto forma di calore*
- ✓ A partire dalla condizione di materiale smagnetizzato, per piccoli valori H si ha un grande aumento di B
- ✓ Se H varia entro un intervallo più ristretto (e sempre simmetrico rispetto a zero), si ottengono dei cicli più piccoli, sempre simmetrici rispetto all'origine. *CICLI DI SMAGNETIZZAZ.*
- ✓ La smagnetizzazione completa si può ottenere percorrendo i cicli di isteresi per valori di H sempre più piccoli, fino ad arrivare a 0.
- ✓ Il ciclo di isteresi dipende dal tipo di materiale e dal valore di H_m .

Come potremmo fare un materiale
smagnetizzabile? facendo
cicli sempre più piccoli



a seconda del
materiale posso avere un
dolce (H_c basso) ciclo di
isteresi diverso

duro (H_c alto)

altri casi simili
in fisica approssimati più
che con considerato lineare
l'idrogeno

= LINEARE MOTORE ISOTROPICO AD
ALTA PERMEABILITA'

es. $\mu_r = 1000$ e poss. seguire

Equazioni differenziali del campo magnetostatico

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \underline{H}$$

solo questi limiti di H piccoli.

- ✓ Le equazioni che descrivono il campo magnetostatico sono

$$\underline{B}(\underline{r}) = \mu_0 \mu_r \underline{H}(\underline{r})$$

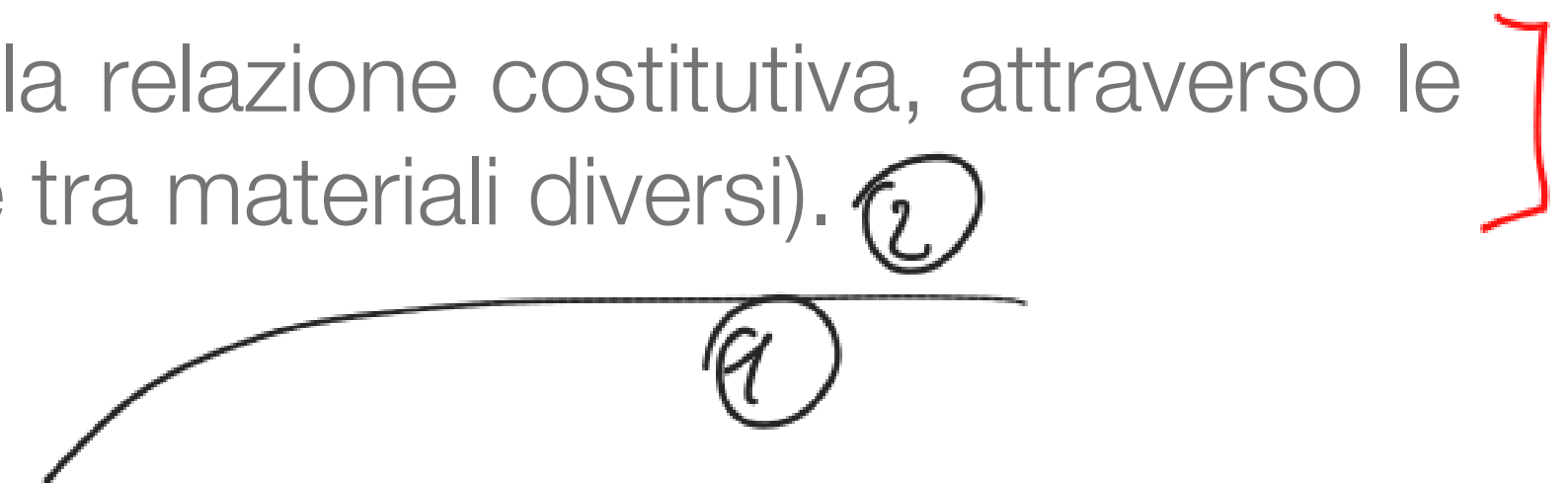
$$\nabla \cdot \underline{B}(\underline{r}) = 0$$

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}) = \underline{J}(\underline{r})$$

divergenza, il livello infinitesimo è un flusso su una sup. chiusa. Teo. Gauss per campi magnetici ma vede le linee di $\underline{F}$ sono chiuse perché non esiste la carica magnetica isolata, e essendo coprie, il flusso è 0

- ✓ La prima equazione deve valere anche all'interno dei materiali, visto che il campo di induzione $\underline{B}(\underline{r})$ è generato da correnti (conduzione e magnetizzazione) e non da cariche (carica magnetica isolata).
- ✓ A questa equazione va aggiunto la relazione strutturale (relazione costitutiva) che per ogni materiale, lega i vettori $\underline{B}$, $\underline{M}$ e $\underline{H}$.
- ✓ La presenza e la configurazione dei mezzi materiali si esplica, oltre che dalla relazione costitutiva, attraverso le condizioni al contorno (o di continuità) nel passaggio attraverso le interfacce tra materiali diversi). (2)

quasi zero nella superficie di separazione tra 2 materiali.



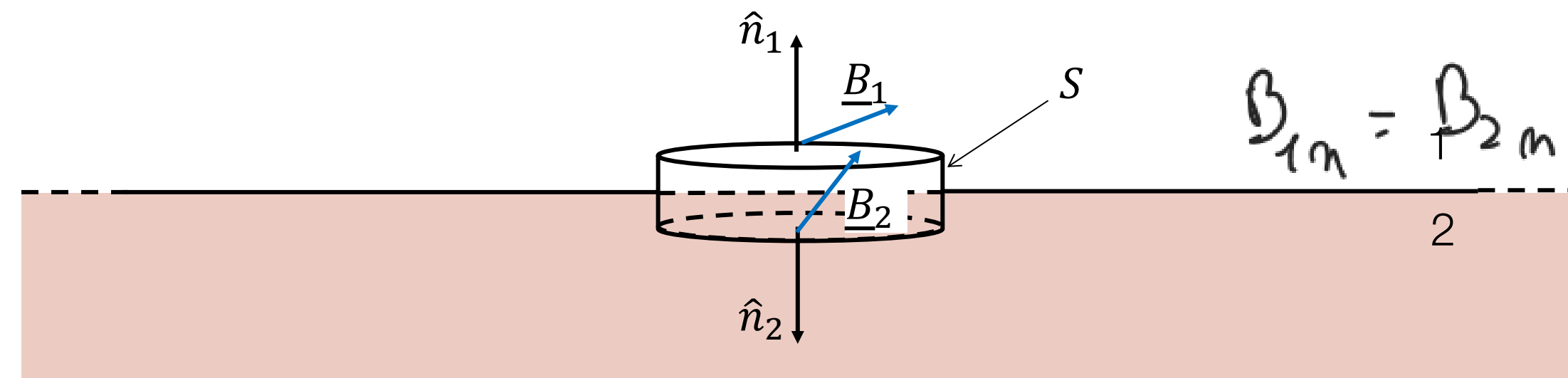
Condizioni al contorno per $\underline{B}$

- ✓ Può essere facilmente ricavata considerando che il flusso di $\underline{B}$ uscente da qualunque superficie chiusa è nullo.

$$\oiint_S \underline{B} \cdot \hat{n} ds = 0$$

la componente normale dell'indus. magnetica si conserva, così, a parità di quella elettrica

- ✓ Cilindretto molto piccolo di superficie S attraversato dalla superficie di separazione tra due mezzi diversi



perché utilizziamo la legge di Gauss

- ✓ Facendo tendere a zero l'altezza del cilindretto in modo da limitare il calcolo al flusso dalle due basi si ottiene

$$B_{1n} = B_{2n}$$

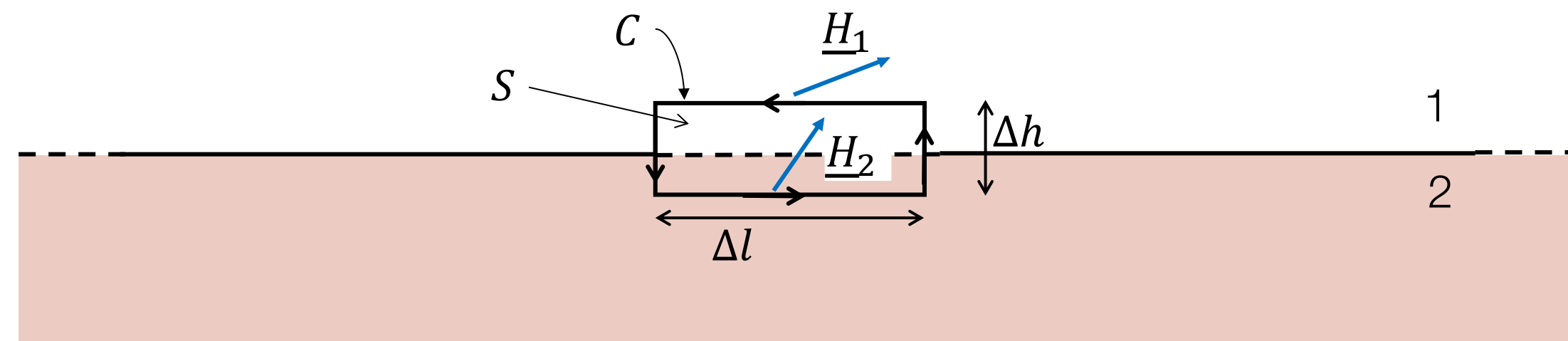
- ✓ Attraverso la superficie di separazione tra due mezzi materiali la componente *normale alla superficie* del vettore induzione magnetica è *continua*

Condizioni al contorno per $\underline{H}$

- ✓ Può essere facilmente ricavata considerando che la circuitazione di $\underline{H}$ attraverso una superficie aperta che si concatena con una corrente di conduzione è pari al flusso della densità di corrente attraverso la superficie.

$$\oint_C \underline{H} \cdot d\underline{l} = \iint_S \underline{J} \cdot \hat{n} ds$$

- ✓ Superficie S delimitata dal contorno orientato C attraversata dalla superficie di separazione tra due mezzi diversi



il campo magnetico
si conserva

- ✓ Facendo tendere a zero l'altezza Δh e considerando $\underline{H}$ uniforme sui tratti infinitesimi Δl si ottiene

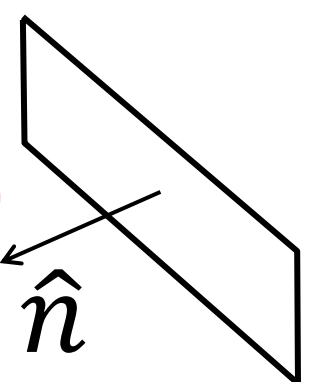
- ✓ La superficie S non concatena alcuna corrente di conduzione superficiale

- ✓ La superficie S è attraversata da una densità di corrente superficiale di conduzione J_s (A/m), depositata sull'interfaccia e **normale** alla superficie stessa

$$\left. \begin{array}{l} B_{1n} = B_{2n} \\ H_{1t} = H_{2t} \end{array} \right\}$$

$$H_{1t} - H_{2t} = J_s$$

Se ho per esempio un metallo,
ci potrebbe passare
la corrente



Linee di forza di $\underline{B}$ e permeabilità magnetica

Supponiamo $\mu_{r2} \gg \mu_{r1}$

es. μ_r 5000
 μ_r nel vuoto = 1

- ✓ Toroide di materiale ferromagnetico sul quale è avvolta una bobina di N spire.

allora segue la continuità del campo magnetico

- ✓ All'interno del toroide ferromagnetico si sviluppa un campo magnetico che in prima approssimazione vale, almeno nel centro,

$$H = \frac{NI}{2\pi R}$$

$$B_{1t} = \mu_0 \mu_{r1} H_{1t} \quad B_{2t} = \mu_0 \mu_{r2} H_{2t} \quad \text{ma se } H_{1t} = H_{2t}$$

- ✓ In assenza di correnti di conduzione sulla superficie di separazione aria-materiale si ha oppure

UN MATERIALE ad alta permeabilità, si

$$H_{1t} = H_{2t}$$



$$\frac{B_{1t}}{\mu_0 \mu_{r1}} = \frac{B_{2t}}{\mu_0 \mu_{r2}}$$

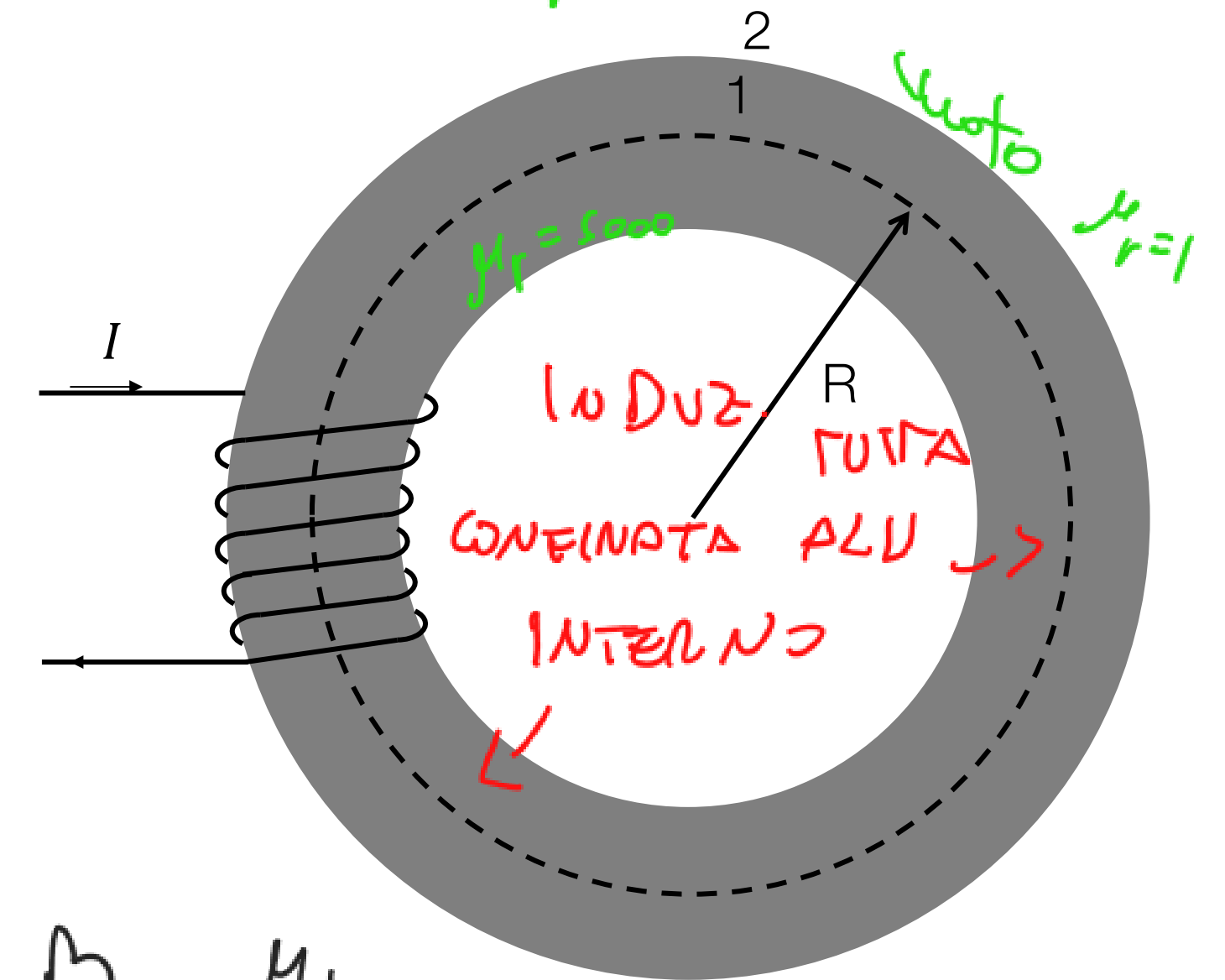


$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \mu_{r1}$$

concentrano tutte le linee di forza all'interno del materiale

- ✓ Dato l'alto valore di μ_{r1} ($10^3 - 10^4$), B_{1t} è molto più grande di B_{2t} per cui il numero di linee di forza nel materiale è molto più alto che nel secondo.
- ✓ Le linee di forza di $\underline{B}$ tendono *ad addensarsi all'interno del corpo con permeabilità magnetica più alta.*
- ✓ Nel caso del toroide ferromagnetico tendono a rimanere tutte confinate all'interno, così che il flusso disperso in aria si può considerare nullo
- ✓ All'interno il flusso di $\underline{B}$ rimane costante su ogni sezione.

ma se il corpo è quasi tutto tangente, il corpo di inclusione sparisce nel materiale vero e proprio.



$$B_{1t} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} B_{2t} \Rightarrow \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \ll 1$$

la componente tangente si conserva, quella tangente quasi sparisce

DA VIDEOLEZ.

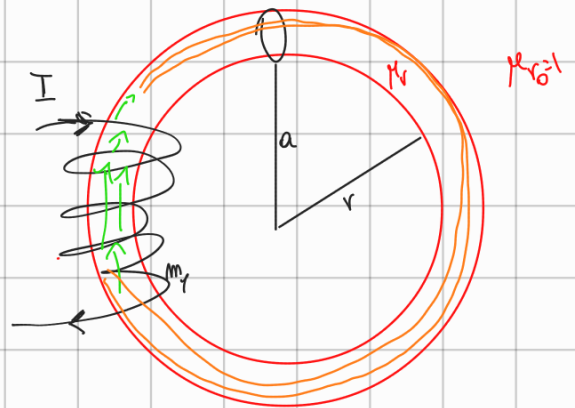
• corrente nelle spine produce
un campo di ind. B con linee
di forza resp. alla sec .

Linee di forza Tangenti alla sup
di separazione e Tendono a
rimanere dentro al Toroide

ma $B_{OT} = \frac{\mu_1}{\mu_2} B_{IT} \approx 0$

$\nabla \cdot B = 0 \Rightarrow$ si richiudono rimanendo NEL TOROIDE
 B QUASI
CONSTANTE

Flusso disperso
 $\sim$ Nullo
a raggio R
SOMME NEU
alla periferia



$\Rightarrow$ Siccome $\forall r$ $B_r = \mu_0 \mu_r H_r$ relaz. costitutiva

$\Rightarrow$ anche le linee di forza di H , sono interne al materiale
anche qui costante

Solo del CAMPO MAGNETICO non presenza anche all'esterno,
CAMPO IND. MAGNETICA NO.

$\Rightarrow \int_C \underline{H} \cdot d\underline{l} = \overset{\text{cost}}{H} 2\pi R = n I$ corrente che si concatena col circuito C

considerare
circuiti
ancorati

$\underline{H} = \frac{n I}{2\pi R}$

non compare presenza
del materiale, solo contributo corr. di cond.

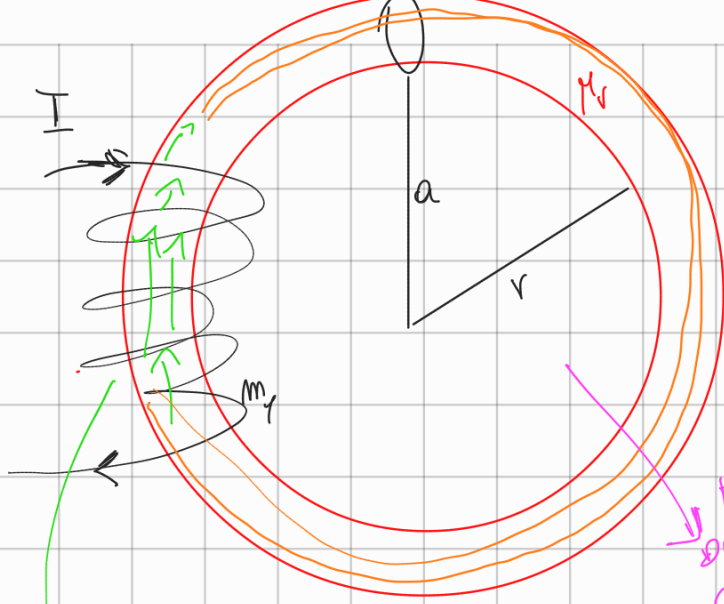
campo magnetico
intero percorso
del Toroide

$\rightarrow \underline{H}(r) = \sum_n \underline{H}(r)$

vettori ugualizzatori. che va a costruire
il campo ind. magnetica totale

line extra videol.

TOROIDE NEL VUOTO



$$\mu_r = 1$$

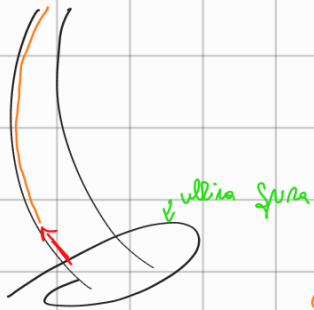
così grande il vettore ind. elettrica quando fanno un avvolgimento compatto toroide

a raggio MEDIANO.

COME NELLE SPIRE I costante alla periferia

H vale (uso Circolazione Ampere) =

le linee di forza nel campo H (è uniforme) $\rightarrow$ buon



H tangente alla sup. di separazione

le linee di forza nel campo B , continuano a rimanere tutte confinate nel solenoide, anche se lo spirito non è "completamente"

• corrente nelle spire produce un campo di ind. B con linee di forza tang. alla sup.

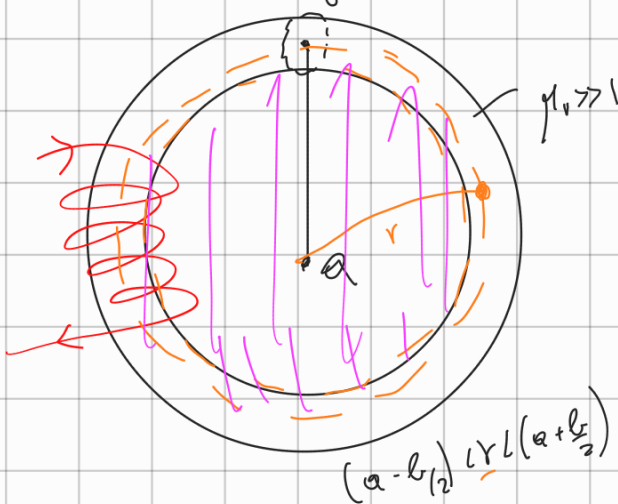
Linee di forza tangenti alla sup. di separazione e tendono a rimanere dentro il toroide

$$\text{ma } B_{OT} = \frac{\mu_1}{\mu_2} B_{IT} \approx 0$$

$\nabla \cdot B = 0 \Rightarrow$ si richiudono rimangono NEL TOROIDE

B di MAGN. COSTANTE

Se voglio calcolare B , campo spire tangente e spire uguali



uso circuit. Ampere per campo magnetico, perché prendendo la sup. che si appoggia sul centro fa parte della sup. in aria e parte in materiale magnetico, però allora prima nel campo magnetico dove sono sicuro che

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

$$\Rightarrow \oint_C \underline{H} \cdot d\underline{l} = \iint_S \underline{j} \cdot \underline{\hat{m}} \, dS$$

corrente solo tutte entranti

ho m, corrente entranti

$$H \oint dl = H 2\pi r = m_1 I$$

$$H(r) = \frac{m_1 I}{2\pi r}$$

$$\underline{H} = \frac{m_1 I}{2\pi r} (-\hat{\varphi})$$

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \frac{m_1 I}{2\pi r} (-\hat{\varphi})$$

Fuori lo consideriamo zero, linee di $\vec{F}$ solo all'interno



- Se materiale ferromagnetico non è necessario che il vettore sia "circolare", può anche essere rettangolare ecc.

