

Problemi sulla magnetostatica nei mezzi materiali

Set di problemi #7

Fisica II

Problema 7.1 Una sbarretta di materiale ferromagnetico cilindrica di raggio $r = 3 \text{ cm}$ e lunga $l = 15 \text{ cm}$, ha una magnetizzazione uniforme diretta lungo l'asse cilindrico di valore $M = 2 \cdot 10^6 \text{ A/m}$. Calcolare il momento di dipolo magnetico della sbarretta e il modulo del momento meccanico τ che agisce sulla stessa quando è posta in un campo magnetico uniforme $B = 500 \text{ Gauss}$ che forma un angolo di $\alpha = 30^\circ$ con l'asse della sbarretta.

[Sol. $\underline{m} = 270\pi \hat{z} \text{ A} \cdot \text{m}^2$; $\tau \cong 21,206 \text{ N} \cdot \text{m}$]

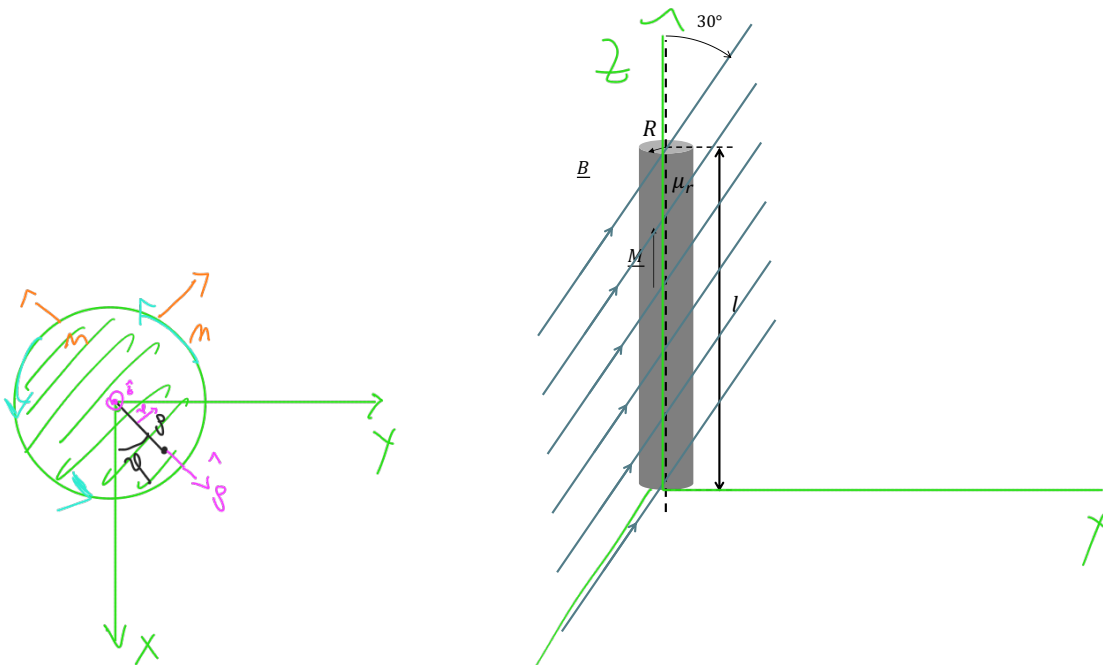


Figure 1: Geometria del problema 7.1

$(\rho, \varphi, z) \Rightarrow \hat{\rho}, \hat{\varphi}, \hat{z}$

$$\underline{M} = 2 \cdot 10^6 \hat{z} \text{ A/m}$$

$$\underline{J}_m = \nabla \times \underline{M} = 0$$

$$\underline{J}_{ms} = \underline{M} \times \hat{n} \quad \text{la normale è } \hat{\rho}$$

$$= 2 \cdot 10^6 (\hat{\varphi}) \text{ A/m} \quad \text{costante tangenziale a } \varphi$$

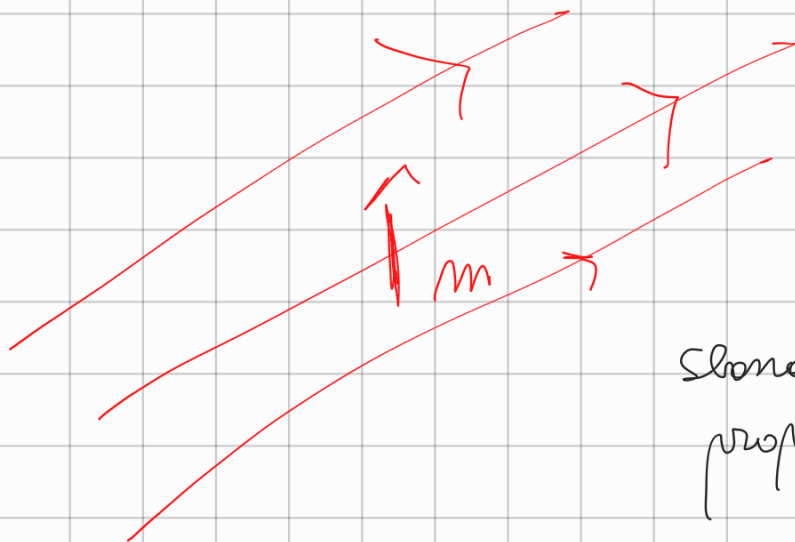
momento di dipolo totale

$$\underline{m} = \int \underline{M}(\underline{r}') dV' = \underline{M} \int dV' = \underline{M} \underbrace{\pi r^2 l}_{\text{volume sbarra}}$$

ma è uniforme

$$\underline{m} = 2 \cdot 10^6 \pi r^2 l \hat{z}$$

orientato verso $\hat{z}$



nell'ipotesi
che il campo
esterno non influenzi
la magnetizz. del materiale

Si considera non cambia la
propria magnetizzazione

momento meccanico

$$\underline{\tau} = \underline{m} \times \underline{B}$$

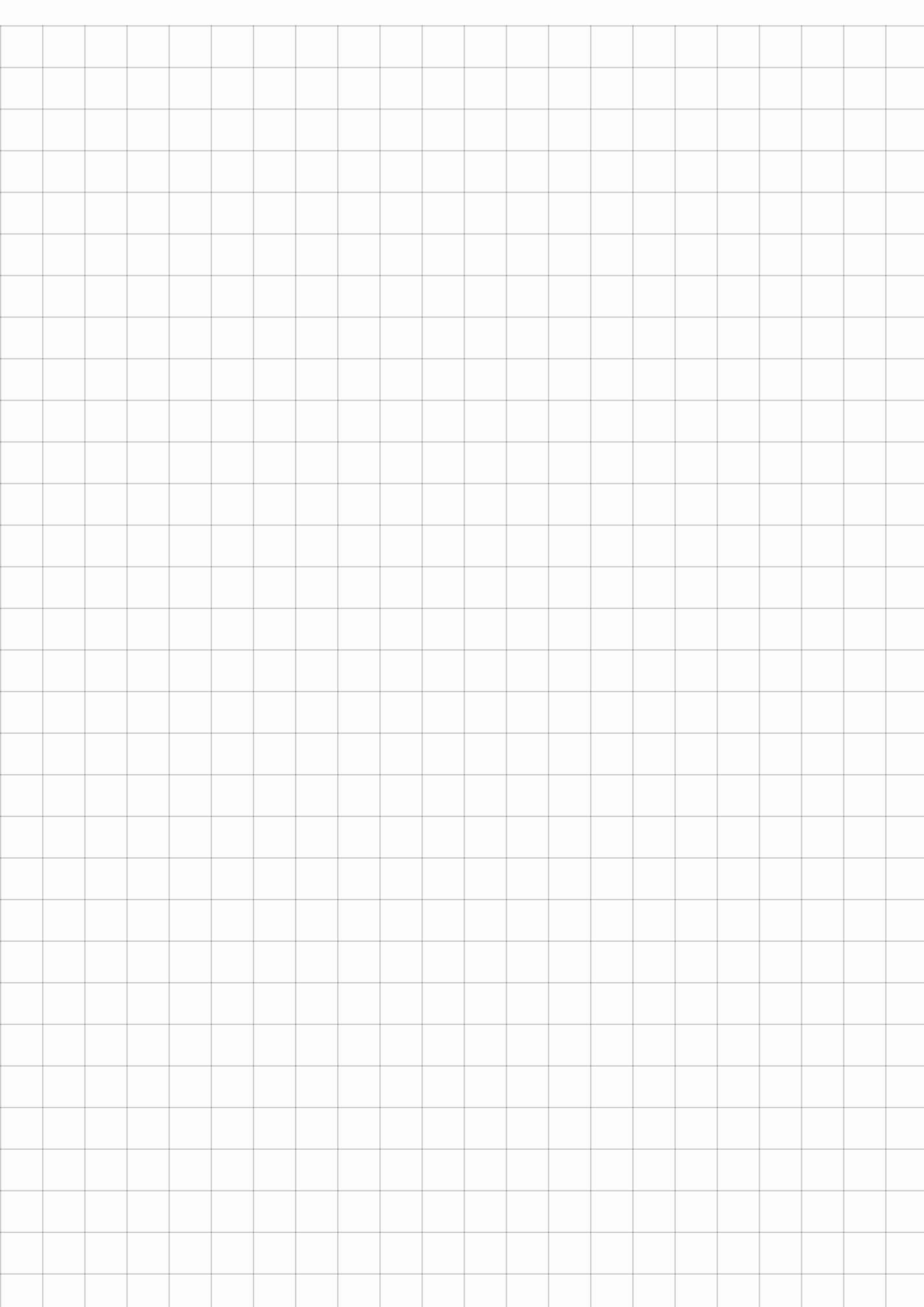
$$|\tau| = |\underline{m}| |\underline{B}| \sin 30^\circ =$$

$$\underline{m} = 270 \pi \hat{z}$$

$$[\underline{B}] = \frac{W/h}{m^2} = T_{ext}, \text{ non gravita}$$

$$1 G = 10^{-4} T$$

$$\Rightarrow 270 \pi \cdot 500 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{2} = 21,206 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Problema 7.2 Un solenoide di lunghezza l e raggio $a = 2$ cm, molto lungo rispetto al suo diametro $l \gg a$ (solenoido infinitamente lungo) e compatto con $N = 1000$ spire/m è percorso da una corrente stazionaria $I = 10$ A diretta come in figura 2. Al suo interno è inserita parallelamente all'asse una sbarretta cilindrica a sezione circolare di materiale ferromagnetico isotropo, lineare ed omogeneo di permeabilità $\mu_r = 301$ e raggio $b = 1$ cm. Calcolare le componenti del vettore di magnetizzazione all'interno della barra e determinare successivamente le componenti della densità superficiale $J_{ms}(\underline{r})$ di corrente di magnetizzazione sulla superficie laterale della barra. (Suggerimento: si consiglia di utilizzare il sistema di riferimento cilindrico indicato in figura). [Sol. $\underline{J}_{ms}(\rho = b) = M\hat{\phi} = (3 \cdot 10^6)\hat{\phi} \frac{A}{m}$].

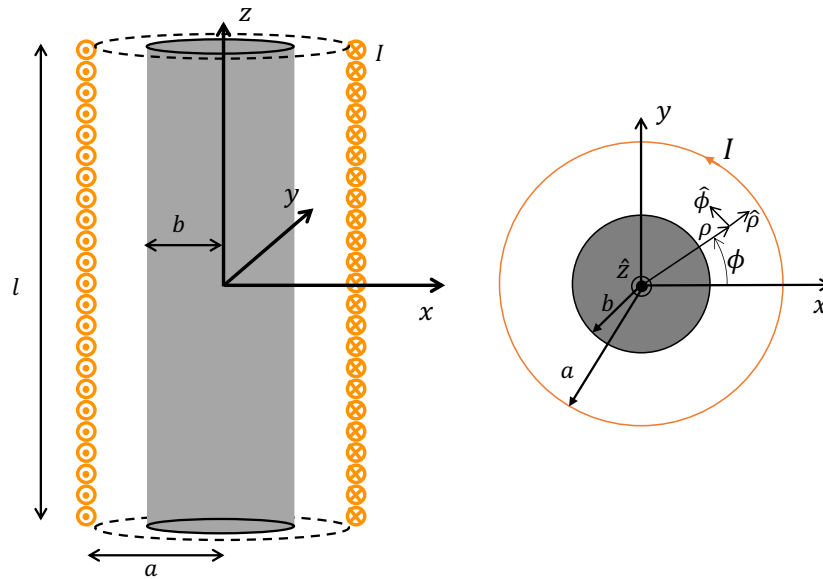


Figure 2: Geometria del problema 7.2

Problema 7.3 Un solenoide formato da $n = 2000$ spire compatte di filo conduttore, percorso da una corrente stazionaria $I = 10$ A, è avvolto completamente su un anello toroidale a sezione circolare di materiale lineare, isotropo, omogeneo ad alta permeabilità $\mu_r = 500$. Il raggio della sezione circolare è $b = 3$ cm mentre il raggio medio dell'anello è $a = 10$ cm. Calcolare l'espressione dei campi vettoriali $\underline{H}$, $\underline{B}$ e $\underline{M}$ all'interno del toroide e il loro valore in corrispondenza della circonferenza mediana di raggio a .

[Sol. $\underline{H}(r) = \frac{nI}{2\pi r}(-\hat{\phi})$ A/m; $\underline{B}(r) = \frac{\mu_0\mu_r nI}{2\pi r}(-\hat{\phi})$ T; $\underline{M}(r) = (\mu_r - 1)\frac{nI}{2\pi r}(-\hat{\phi})$ A/m;
 $\underline{H}(a) = \frac{10^5}{\pi}(-\hat{\phi})$ A/m; $\underline{B}(a) = 20(-\hat{\phi})$ T; $\underline{M}(r) \cong 1.588 \cdot 10^7$ A/m]

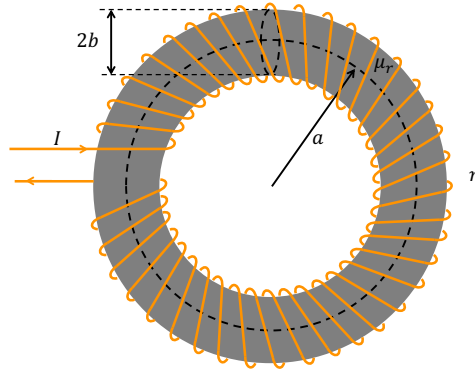


Figure 3: Geometria del problema 7.3

Problema 7.4 Un anello toroidale di materiale ferromagnetico, la cui sezione ha diametro $2b = 1$ cm molto minore del raggio medio $a = 10$ cm dell'anello stesso, porta due avvolgimenti di filo conduttore. Il primo avvolgimento, di $n_1 = 100$ spire, è percorso da una corrente continua di $I_1 = 2$ A; il secondo avvolgimento è costituito da $n_2 = 10$ spire. Se, nelle condizioni considerate, il materiale può essere considerato lineare, isotropo, omogeneo, con permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 5000$, calcolare il flusso totale di $\underline{B}$ attraverso il secondo avvolgimento.

[Sol. $H_1 = 318.31$ A/m; $B_1 = 2$ T; $\Phi_2(B_1) = 0.0016$ Wb/m²]

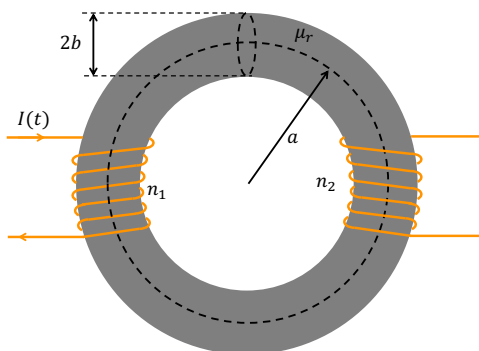


Figure 4: Geometria del problema 7.4