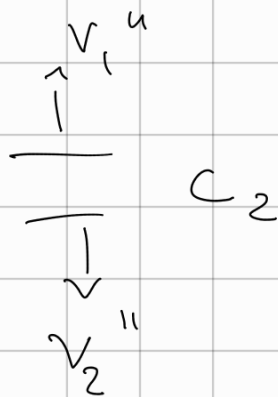
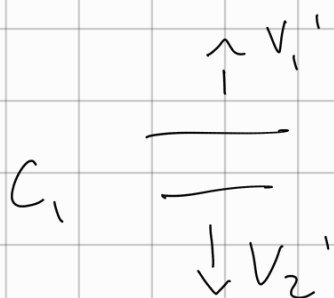


Caricare un condensatore = portare del condensatore
 una certa quantità di
 carica, creare una Δp V_{el}
 che si depositi questa carica.
 la quale dipende dalla capacità

$$Q = C \Delta V$$

maggiore la Δp , maggiore
 la carica

Posso collegare i condensatori tra loro
 Condensatori diversi accumulano quantità di cariche
 diverse sulle armature



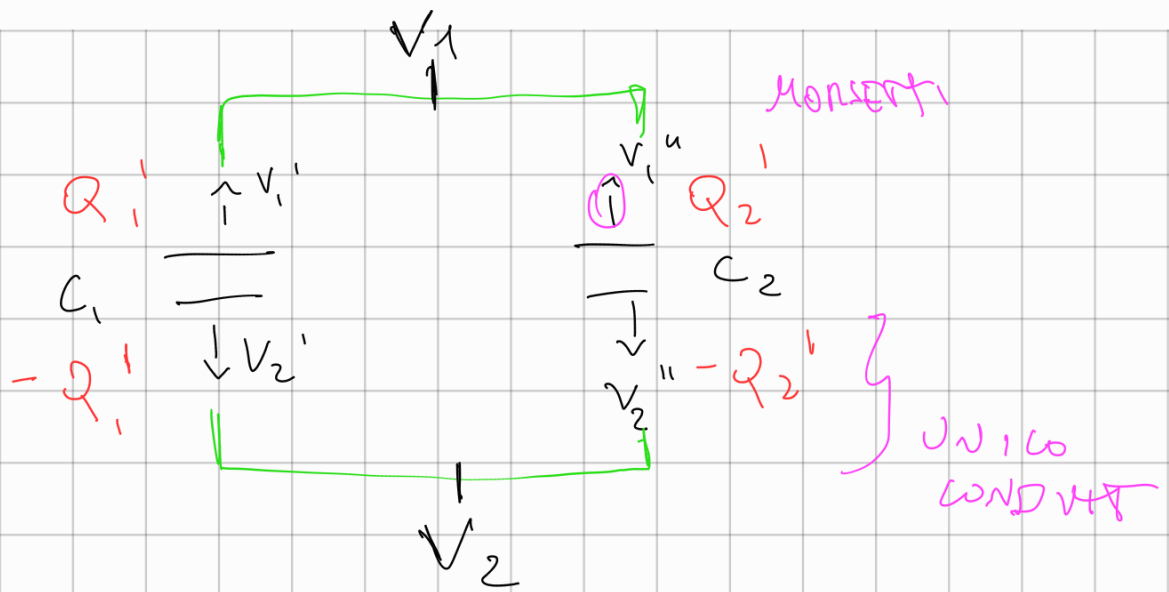
colghiamo le 2 armature con un filo conduttore

$$Q_1 = C_1 \Delta V''$$

$$Q_2 = C_2 \Delta V''$$

collegando, sono tutte lo stesso potenziale

tutte le armature da
 stessa Δp



$$\Delta V = V_1 - V_2$$

STESSA ΔV

CONDENSATORI IN

PARALLELO

STESSA
CADUTA DI POT.

Le armature ora sono allo stesso potenziale.

Capacità non è cambiata
DIP. solo dalle forme e dimensioni delle armature

• Siccome le armature sono isolate

$$Q = Q_1' + Q_2' =$$

la quantità di carica totale sarà la somma delle due.

La quantità di carica si è distribuita in modo diverso.

$$Q = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$

NON CAMBIA

Capacità non dipende dalla Tensione o quantità di carica, ma dalla struttura del condensatore

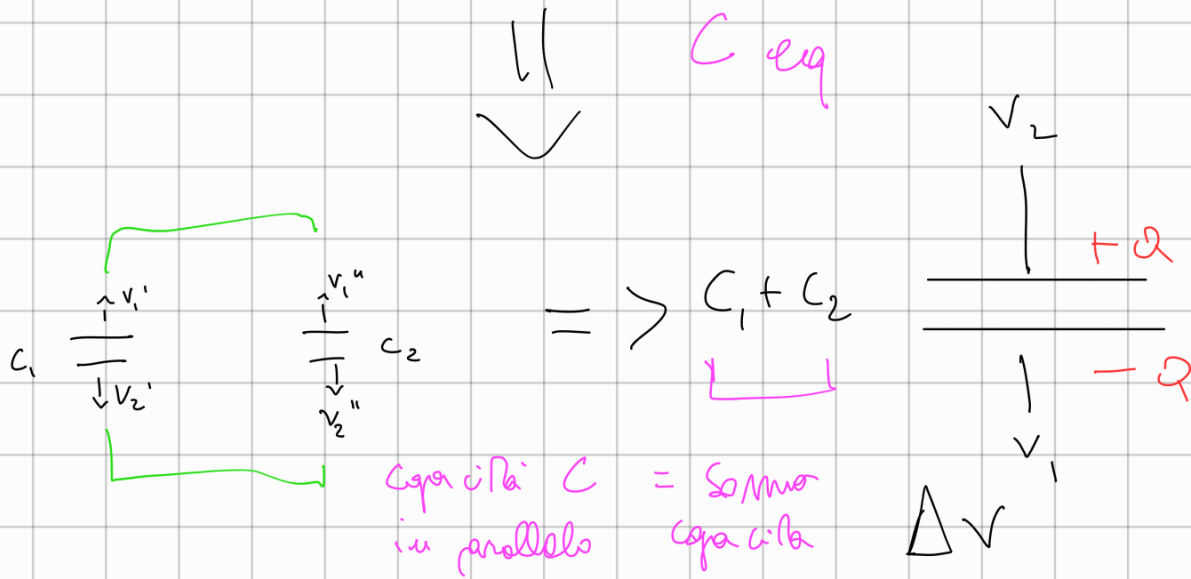
$$\Rightarrow Q = (C_1 + C_2) \Delta V$$

eq. di un condensatore eq.

Q_1 è cambiata la distribuzione, ma non

le somme

è come se avessi un nuovo condensatore unico equivalente



è così
 ΔV , così
 Q , la carica
è sempre
costante

Posso avere N condensatori in parallelo



$$C_T = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

Condensatori in parallelo

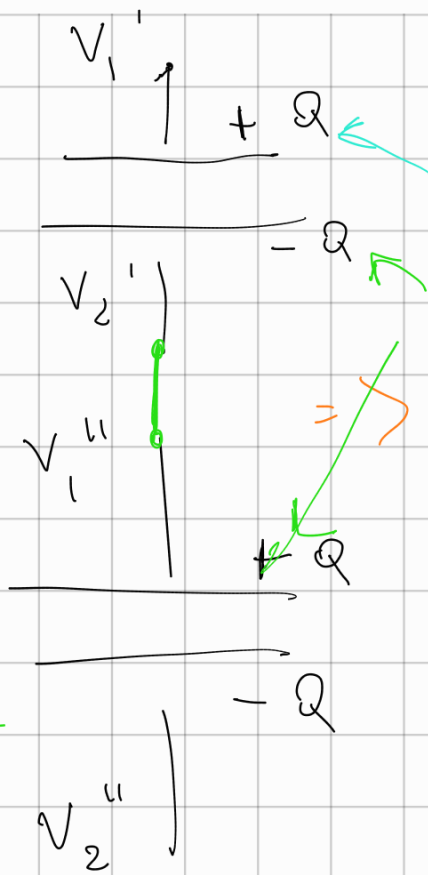
Capacità Totale = Somma Capacità

CONDENSAT. IN SERIE

Collegando i condensatori in questo modo,
le due estremità collegate su
porteranno allo stesso potenziale

Stato
potenziale

per indurre
completa dell'azione
ci serve carica
positiva

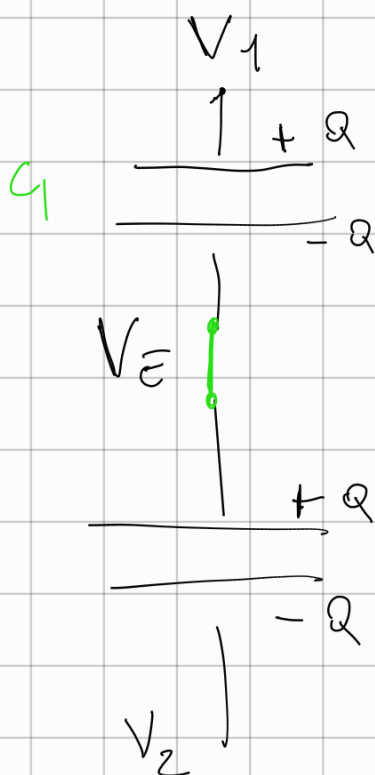


applied we
help on terminal
→ +q viene depositata

per indurre

V_2' e V_1'' dopo transito
di cariche allo stato
potenziale

||



$$Q = C_1 (V_1 - V_\varepsilon) \\ \Rightarrow (V_1 - V_\varepsilon) = \frac{Q}{C_1}$$

$$Q = C_2 (V_\varepsilon - V_2) \\ \Rightarrow (V_\varepsilon - V_2) = \frac{Q}{C_2}$$

Somma

$$\Rightarrow (V_1 - V_\varepsilon + V_\varepsilon - V_2) = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\Delta V = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) Q$$

Ido ai capi
della struttura

vale per 2 C

$$\frac{Q}{\Delta V} = \frac{1}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}$$

$$= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

completo

piu' forte
la serie di
cond. reciproci

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

=>

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

condensatore
in serie

HANNO

LA STESSA
QUANTITA'

DI CARICA
SULLE

ARMATURE

Le quantita' di carica

la differenza di potenziale ai capi dei due condensatori e' diversa

possiamo vedere i due condensatori come
un unico condensatore, dove

Serie, stessa Q sulle
facce (ipotesi)



C parallelo stessa ΔV
tra le
armature

$$C_T = C_1 + \dots + C_n$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

posso
parallelizzare
in serie

e se ne ho N

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

In TWD i condensatori collegati in serie hanno stessa
quantita' di carica

ho n cond. paralleli in serie

91

Somma Energia potenziale elett. del sistema di N cariche

$$U = \frac{1}{2} k_e \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{q_i q_j}{|r_i - r_j|} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{k_e q_j}{|r_i - r_j|}$$

con somm. eff. $\sum_{j \neq i}$

energia da
prestare per
costruire poco
a poco le cariche
dall'0 alla loro pos. r_i

pot. dato da
le cariche men
la i-esima
nel pnto r_i

potenziale elettrico
che tutte le cariche verso
la stessa generano verso
la i-esima

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V_i(r_i)$$

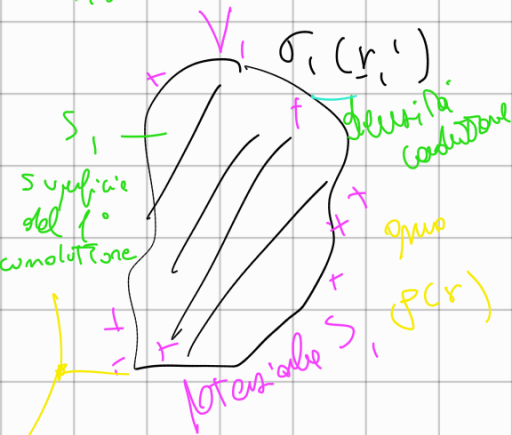
lavoro necessario per far arrivare q_i in r_i

lavoro necessario per
assemblare un sistema
di N cariche

Problema generalizzato al
caso di una distribuzione continua
Prendiamo un sistema
di N conduttori

potenziale sulla
carica = pot. dato dalle
altre cariche

se ho una $\rho(r)$ distrib.
volumetrica



Prendo valore r_i con densità ρ

Portiamo sul primo conduttore una carica che si distribuirà
in modo non uniforme
così anche per le altre cariche
lavoro elementare per portare
 q_i a r_i è $\rho(r') dV' V(r)$

Energia potenziale di questo sistema di conduttori?

Ogni conduttore si trova ad un potenziale

Se invece ho N conduttori (N regioni equipot con densità superficiale)

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \iint_{S_i} \sigma_i(\underline{r}_i') V_i \, ds_i'$$

value $\rightarrow$ sup.

conduttore nodo sulla sup

pot. della $\rightarrow$ φ

devo dedurre

conduttore

$$U = \frac{1}{2} \iiint \rho(\underline{r}') dV' V(\underline{r})$$

value con $\rho \neq 0$

energia pot. elettrostatica necessaria per assemblare questo sistema, valore della forza

il potenziale del conduttore è costante

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N V_i \iint_{S_i} \sigma_i(\underline{r}_i') \, ds_i'$$

sup. equipot.

Quantità di carica $\rightarrow$ carica capiente del conduttore

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N Q_i V_i$$

lavoro speso per caricare tutti quei conduttori con la quantità di carica $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$

Lo applico ora ai condensatori es. piano
LAVORO PER CARICARE UN CONDENS.

Qual è il lavoro che devo fare per caricare un condensatore? È uguale all'energia potenziale immagazzinata nel condensatore

Esempio Condensatore piano



$$\Delta V = V_1 - V_2$$

$$Q = C \Delta V$$

diff

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

Capacità cond. piano

Proviamo a calcolare l'energia per caricare il condensatore

$$U = \frac{1}{2} Q V_1 + \frac{1}{2} (-Q) V_2 = \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2) =$$

$$U = \left[\frac{1}{2} Q \Delta V \right] \text{ energia potenziale di un condensatore qualsiasi energia per caricare condensatore}$$

Se al costo di Q ci mettiamo $C \Delta V$

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

altra forma

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

in un condensatore piano

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d} \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} d \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d} \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right)^2 d^2$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right)^2 S d$$

volume del condensatore

Superficie $\cdot$ distanza cap. elettrico in un piano

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \|\vec{E}\|^2 \cdot Vol$$

costante in tutto il piano del valore

Posso allora definire una densità di

Densità volumetrica di energia potenziale

elettrostatica

~ energia totale

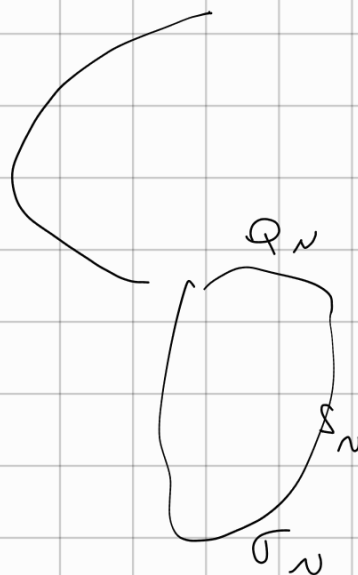
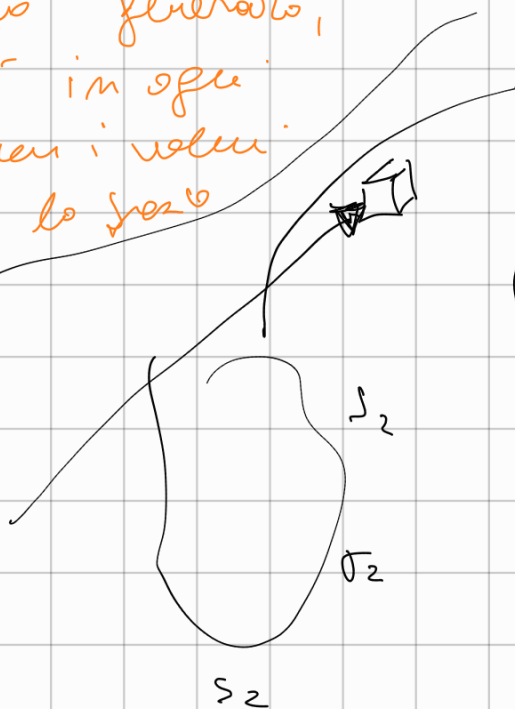
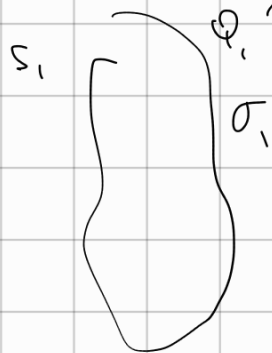
$$u_e = \frac{U}{Vol} = \frac{1}{2} \epsilon_0 |\underline{E}|^2 \quad \frac{J}{m^3}$$

$$U = u_e \cdot Vol$$

Valore solo per condensatori piani.

altro modo per calcolare U

Considero tutto il campo generato, determino la densità in ogni punto, moltiplico per il volume e integro in tutto lo spazio.



Se prendo un volume, esso avrà

$$U = \iiint_V \frac{1}{2} \epsilon_0 |\underline{E}(r)|^2 dV$$

Quanto lavoro faccio per caricare i condensatori, me li ricordo

sotto forma di energia potenziale del
 campo elettrostatico.
 il lavoro di spostamento in un campo elettrico

ESERCIZIO

valore completo

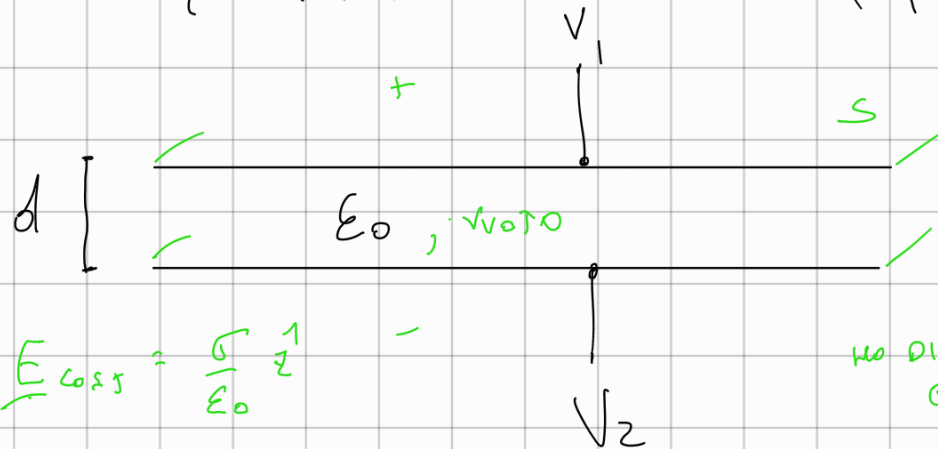
Condensatore piano ideale nel vuoto

area
 $S = 7,6 \text{ cm}^2$

Si applica una d.d.p. di 20 V

$d = 1,8 \text{ mm}$

$\Delta V = (V_1 - V_2) = 20 \text{ V}$ *opp. segno*



$E?$ Da lo area?

no distribuz di carica interna
 σ e $-\sigma$

$E_{cost} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$\Delta V = |\underline{E}| \cdot d$
 $V_1 - V_2$

1) $|\underline{E}| = \frac{\Delta V}{d} = \frac{20}{1,8 \cdot 10^{-3}}$

$\Delta V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$, E_{cost} da integrare

$= \frac{20}{1,8} \cdot 10^4 = 1,1 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

$= 11,1 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$

2) $\sigma = \epsilon_0 |\underline{E}| = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1,1 \cdot 10^4 = 98,27 \frac{\text{mC}}{\text{m}^2}$

3) $Q = \sigma S \approx 74,7 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ *Si chiama area*

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{d} = 3,74 \text{ pF}$$

condensatore
prodotto
vetro
 $\frac{Q}{\Delta V} = C$

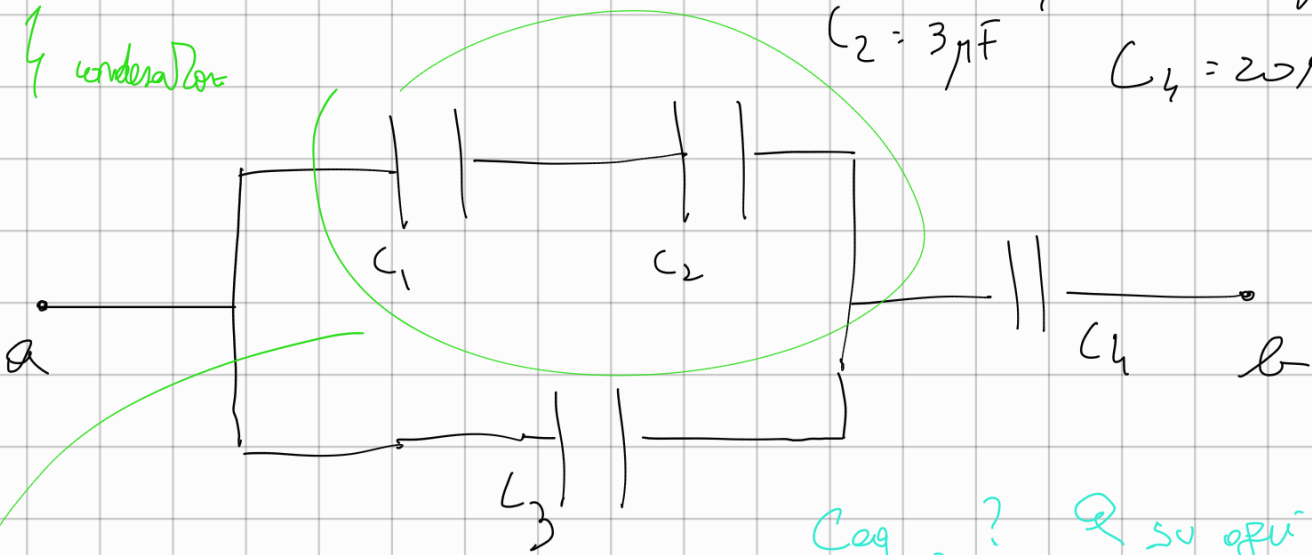
lavoro necessario per caricare condensatore? $\Delta E = q \Delta V$

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} (3,74 \cdot 10^{-12}) \cdot (20)^2 = 748 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Esercizio 2

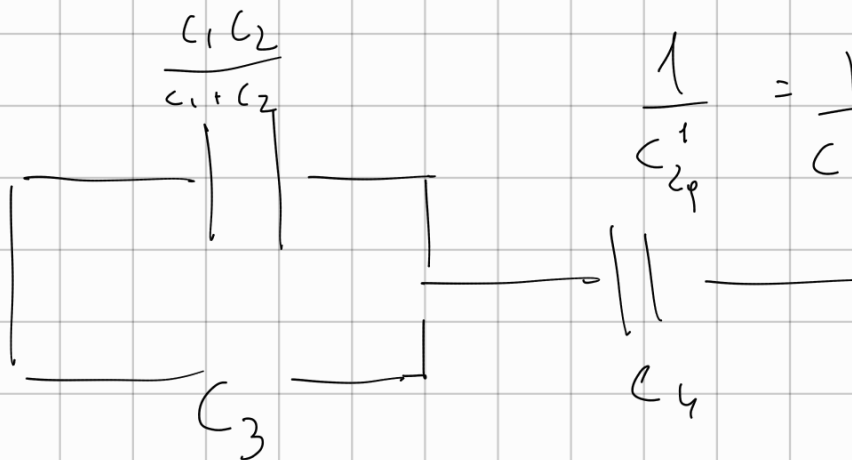
4 condensatori

$$C_1 = 15 \mu\text{F} \quad C_3 = 6 \mu\text{F} \\ C_2 = 3 \mu\text{F} \quad C_4 = 20 \mu\text{F}$$



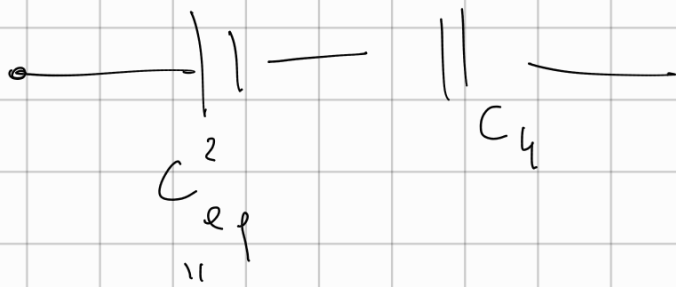
$C_{eq\ a-b}$? Q su ogni C
Se $V_{AB} = 15 \text{ V}$

$$V_a - V_b = 15 \text{ V}$$

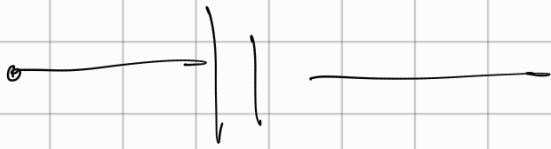


$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{15 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{3 \cdot 10^{-6}} = \frac{45 \cdot 10^{-12}}{18 \cdot 10^{-6}} \\ = 2,5 \mu\text{F}$$



$$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 8,5 \mu F$$



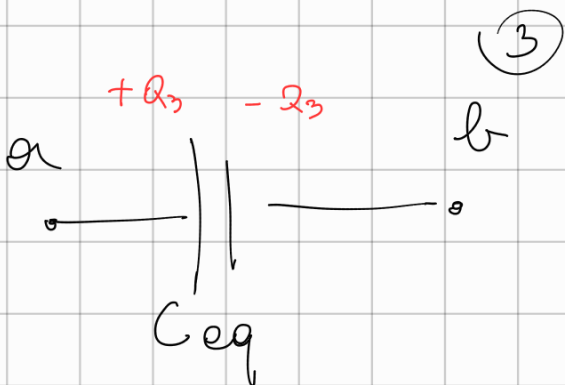
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4} \Rightarrow C_9^T = \frac{C_{eq}^2 C_4}{C_{eq}^2 + C_4} =$$

$$= \frac{8,5 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{28,5 \cdot 10^{-6}} = \frac{8,5 \cdot 20}{28,5} \cdot 10^{-6} = 5,96 \mu F$$

$$\Delta V = V_a - V_b = 15V$$

Carica si lascia
conservare?

Calcolo prima Tensioni
ai capi dei condensatori

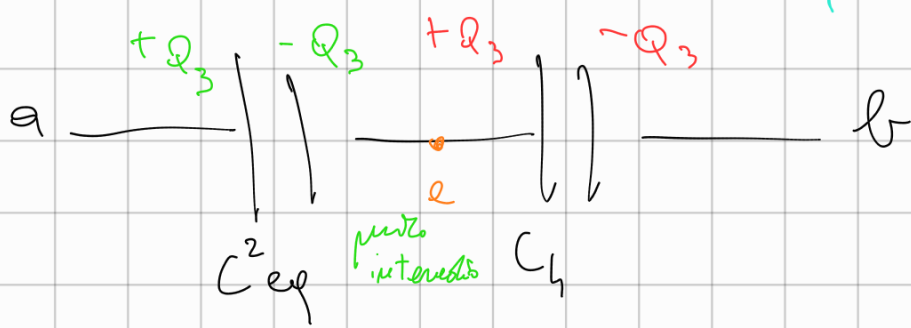


$$Q_3 = C_{eq} \cdot \Delta V = 89,4 \mu C$$

questa carica si distribuisce sulle armature.

andiamo a ritroso... In serie ho lo stesso Q

per indipendente



$$Q_4 = 88,4 \mu C$$

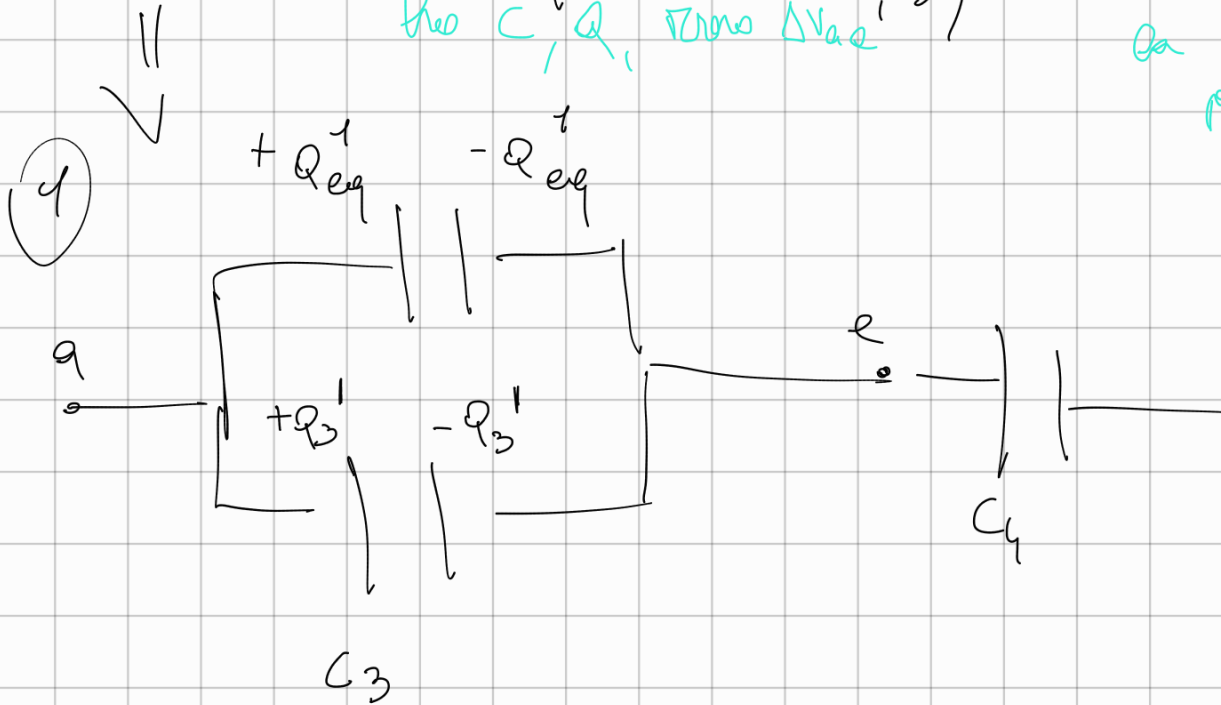
||
 C^2_{eq}

due C^2_{eq} stanno in parallelo. tensioni uguali, cariche diverse si diffondono diversamente.

$$V_a - V_e = \frac{Q_3}{C^2_{eq}} = \frac{88,4 \mu C}{8,9 \mu F} = 10,93 V$$

ho C, Q , знаю ΔV_{ae}

stato sapere da causa di presenza



$$Q'_3 = C_3 (V_2 - V_1) = 6 \cdot 10^{-6} (10,93) = 63,18 \mu C$$

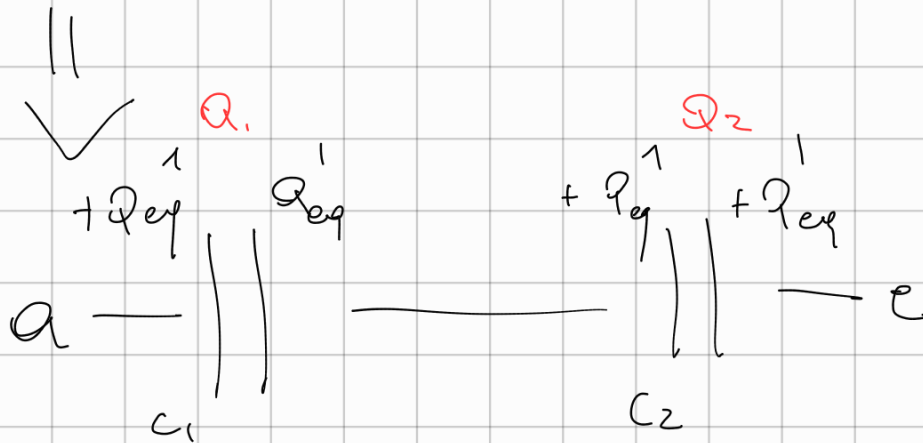
$$Q'_3 = 63,18 \mu C$$

Q^1_{eq} ho due modi

$$Q^1_{eq} = C^1_{eq} (V_a - V_e) = 26,32 \mu C$$

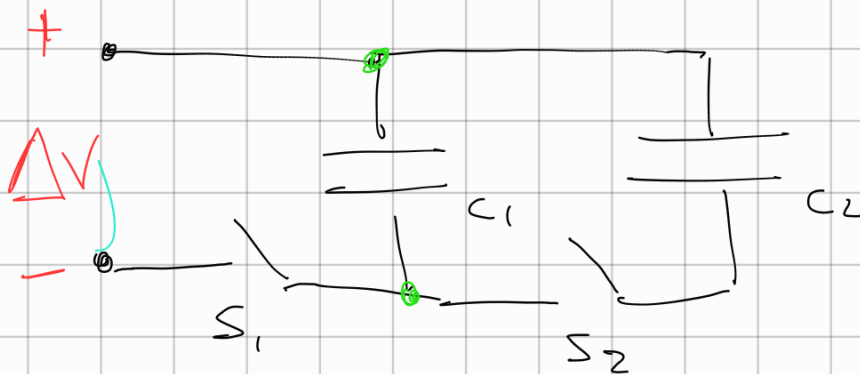
opure

$$Q_{eq}^1 + Q_3^1 = Q_3 \Rightarrow Q_{eq}^1 = Q_3 - Q_3^1 = 26,32 \mu C$$



$$Q_1 = 26,32 \mu C = Q_2$$

2^a parte lezione, esercizi random



$$C_1 = 6 \mu F$$

$$C_2 = 3 \mu F$$

Viene mantenuta una ΔV di 20V

① Chiuso interruttore S_1

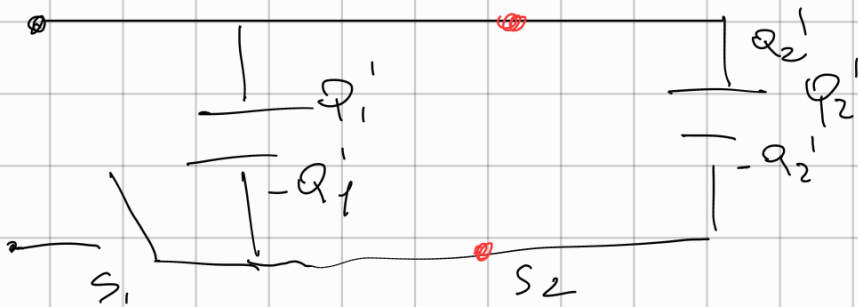
la ΔV ai capi di C_1 sarà 20V

C_1 si carica

questo Q , va su eq

Si apre il periodo di carica di C ,
poi viene aperto S_1 e chiuso S_2

(2)



si ridistribuisce
carica

Si apre il nuovo equilibrio

Fase

(1) $Q_1 = C_1 \Delta V = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 120 \cdot 10^{-6} C$
 Q_{tot}

$Q_1^{inisolato} = 120 \mu C$

quando apre S_1 , C_1 rimane isolato e mantiene
la sua carica Q_1 , e ai suoi capi c'è
ancora una ΔV di 20 V.

Quando chiuso S_2 , due strutture scoriate,
si collegano a 2 strutture cariche.
La carica si distribuisce

Calcolando la quantità di carica che ha ΔV

$$\Delta V' = \frac{Q_1'}{C_1}$$

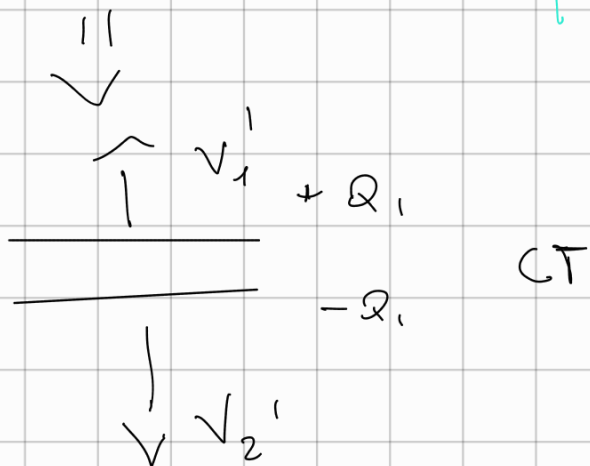
$$\Delta V' = \frac{Q_2'}{C_2}$$

carica ΔV

$$[Q_1' + Q_2' = Q_1^{im}]$$

la quantità di carica
iniziale si conserva

$$C_T = C_1 + C_2 \quad] \text{ eq}$$



$$\Delta V' = \frac{Q_1}{(C_1 + C_2)} = \frac{120 \mu F}{8 \cdot 10^{-6}} = \frac{120}{8} = 13,3 V$$

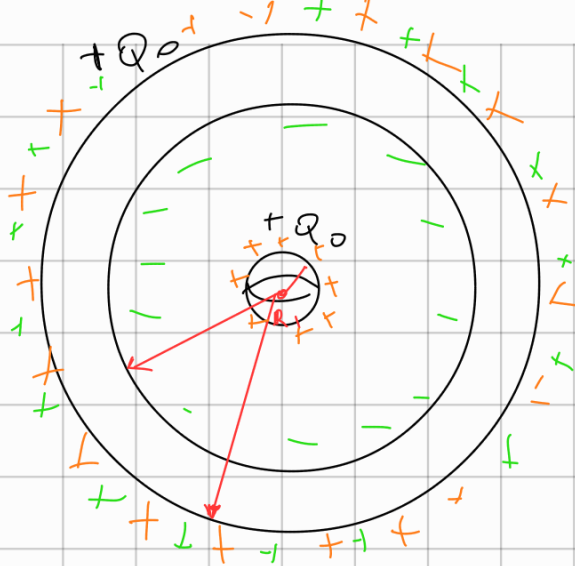
$$Q_1' = C_1 \Delta V' = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 13,3 = 79,8 \mu C$$

$$Q_2' = C_2 \Delta V' = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 13,3 = 39,9 \mu C$$

$$(Q_2' = Q_1^{im} - Q_1')$$

sfera carica
dentro un conduttore

anche il guscio
è carico



carica isolata

carica negativa
la distribuzione è uniforme

Se $r > R_3$

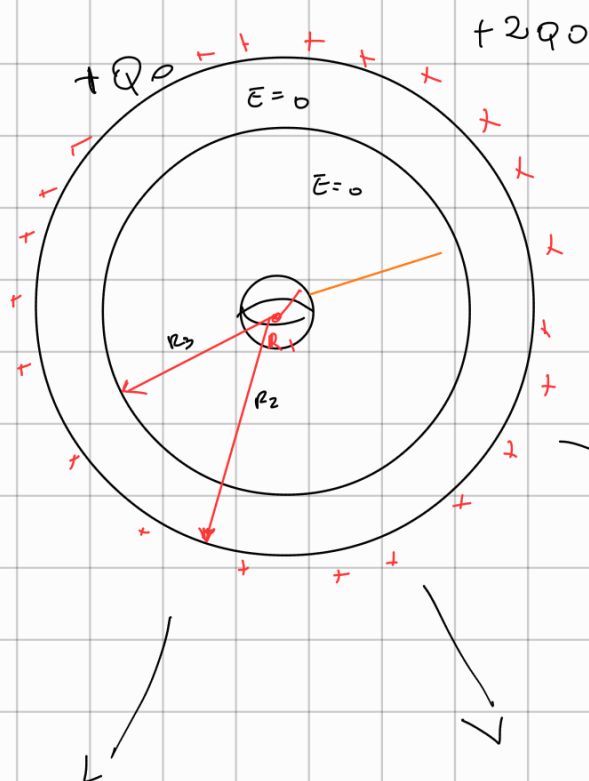
$$\underline{\bar{E}}(r) = \frac{k_e 2Q_0}{r^2} \hat{r}$$

d'esterno, $2Q_0$, interno Q_0

in un secondo momento collego i due conduttori con un filo

$$r_1 < r < R_2 \quad \underline{\bar{E}}(r) = k_e \frac{Q_0}{r^2} \hat{r}$$

configuraz. Secondaria



Il campo elettrico all'esterno
rimane lo stesso

$$U = \iiint_V \frac{1}{2} \epsilon_0 |\underline{\bar{E}}(r)|^2 dV$$

nella prima configurazione U era solo la 2^a contribuita.

$$U_1 + U_2$$

2^a Configurazione

$$\Rightarrow U = U_2$$

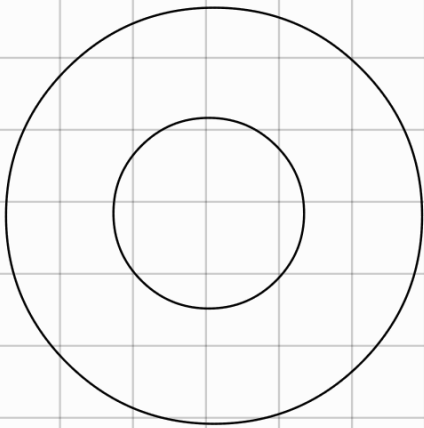
integro solo il
valore all'infinito

la variazione di energia elettrostatica
è data solo da U_1 della serie
intermedia

$$U_1 = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{k_e^2 Q_0^2}{r^4} r^2 \sin \vartheta \, dr \, d\vartheta \, d\varphi$$

oppure ... 2^a visione ...

dentro ho un conduttore sferico, e un'altra
facciata con stessa carica negativa...
è un condensatore sferico!



$$C_s = 4\pi \epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Prova del 25/11, aula CD 14:30

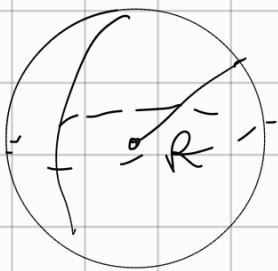
10:15 - 11:45 , Sistemi Analogici

12:00 - 13:30 Telecom.

altro esercizio 2 sfere conduttrici
separate nel vuoto se $D \gg R$

② collegata a Terra
braccio intermedio

① $+Q$

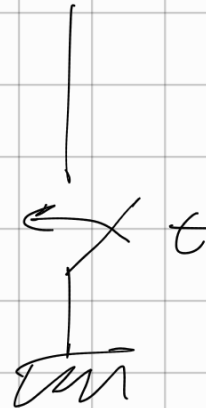
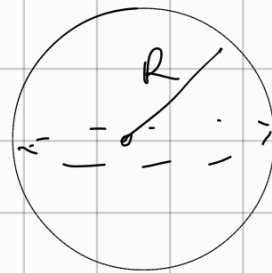


D

Stessa quantità di
carica Q

②

$+Q$



a t viene messo a Terra.

dopo t , potenziale della sfera Q ?

• a D , il potenziale calcola per indus.
a terra poi, potenziale calcolerò ancora

ricordo che

$$\begin{cases} V_1 = P_{11} Q_1 + P_{12} Q_2 \\ V_2 = P_{21} Q_1 + P_{22} Q_2 \end{cases}$$

vedo che opposto. posso fare

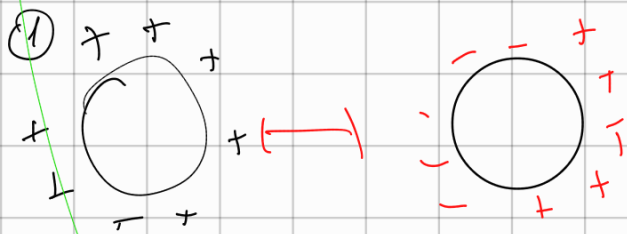
se sfera fosse isolata sulla sfera

costante

$V_{\text{sfera}} = k_e \frac{Q}{R}$
sulla sup

$V(r) = k_e \frac{Q}{r}$

• Se amiamo (2) scarica... sopra de ho indus
una indus. trascurabile
perche $D \gg R$



esso allora sfera de

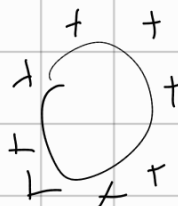
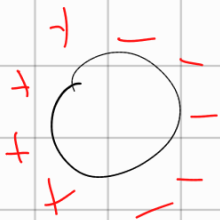
$V_1 = k_e \frac{Q}{R}$

NO INDUS INCOMPLETE

$V_1 = k_e \frac{Q}{R}$

$V(D) = k_e \frac{Q}{D}$

• Considero allora (1) scarica e (2) carica Q



ancora indus. incompl.
trascurabile

$Q_2 = Q \quad Q_1 = 0$

pot. generato da (2)

$V_2 = k_e \frac{Q}{R} \Rightarrow V_1 = k_e \frac{Q}{D}$

$\Rightarrow$ SOVAPP. EFFETTI

$V_1 = k_e \frac{Q_1}{R} + k_e \frac{Q_2}{D}$
P₁₁ P₁₂

con $Q_1 = Q_2$

Usando approssim.
di indus. incomplete

alla
stop
ho

iniziale

$$V_2 = \frac{k_e Q_1}{D} + \frac{k_e Q_2}{R}$$

CON INTERPUNTO

• chiudo: interrompo carica Q_2 si disperde a Terra
rimane solo carica negativa. La + va a Terra

Per ind. incompleta

rimane Q_2 finale **NEGATIVA** che influenzerà V_1

$$V_1^{fin} = \frac{k_e Q}{R} + \frac{k_e Q^{fin}}{D}$$

$$V_2^{fin} = \frac{k_e Q}{D} + \frac{k_e Q^{fin}}{R} = 0$$

perché è a
terra, $V=0$

pot a cui
è posto
suo 2

$$\frac{k_e Q^{fin}}{R} = - \frac{k_e Q}{D}$$

$$Q^{fin} = - \frac{R Q}{D}$$

$$V_1^{fin} = \frac{k_e Q}{R} + \frac{k_e \left(- \frac{R Q}{D} \right)}{D}$$

$$V_{lim} = k_e Q \left[\frac{1}{R} - \frac{R}{D^2} \right] \quad \text{pot sfera 2}$$

se $D \rightarrow \infty$ ho $\frac{k_e Q}{R}$ ma ora

valore che il pot è infinito

continua ONLINE... non ho LA LEZ 17

so che, per un sist di condutt.

$$V = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i V_i$$

Form DIFF. del Teo Gauss.

DIVENDO,

$$\nabla \cdot \underline{E}(\underline{r}) = \frac{\rho(\underline{r})}{\epsilon_0}$$

se conosco E , in quel punto la diverg.
mi dà la $\rho(\underline{r})$

Sapendo la distribuz.
volumetrica di carica
nello spazio, in quel
punto posso avere $\rho(\underline{r})$

Se ho una distribuz di carica, il campo è presente
anche all'esterno

ma esternamente la $\nabla \cdot \underline{E}$ è nulla, il flusso

$\vec{E} = \nabla V(r)$

interna al flusso e' $\neq 0$ perché $\rho \neq 0$

$$\Rightarrow \rho(r) = \epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}(r)$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \iiint_{V_p} \rho(r') V_i(r)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{V_p} \epsilon_0 \nabla \cdot \underline{E}(r) V(r) dV$$

$\Rightarrow$ non serve integrare fuori in V_p

non esterne

Posso prendere QUALSIASI VOLUME
CHE CONTIENE TUTTA LA DISTRIB ρ
Eando fuori $\nabla \cdot \underline{E} = 0$

IDENTITA' VETTORIALE DIVERG.

$$\nabla \cdot (\underbrace{f}_{\text{h scalare}} \underbrace{\underline{A}}_{\text{h. vettoriale}}) = \underbrace{\nabla f}_{\text{grad}} \cdot \underline{A} + f \underbrace{(\nabla \cdot \underline{A})}_{\text{DIVERG.}}$$

$$f = V$$

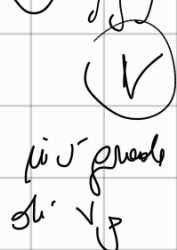
$$\Rightarrow \nabla \cdot \underline{E}(r) V(r) = \nabla V \cdot \underline{E} + V(\nabla \cdot \underline{E})$$

e' il caso elettro.

$$\nabla(\nabla \cdot \underline{E}) = \nabla \cdot (\nabla \underline{E}) + \nabla \nabla \cdot \underline{E}$$

$$\Rightarrow \nabla(\nabla \cdot \underline{E}) = \nabla(\nabla \cdot \underline{E}) + \underline{E} \cdot \underline{E}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 (\nabla \cdot (\underline{V} \underline{E})) dV + \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 \underline{E}(r) \cdot \underline{E} dV$$

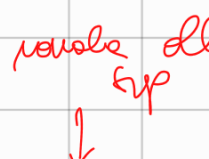


 piu' grande di V
 volume di una DIVERGENZA

USO TEOREMA DIVERGENZA

$$\iiint_V \nabla \cdot \underline{A} dV = \oint_S \underline{A} \cdot \hat{n} dS$$

$$U = \frac{1}{2} \oint_S \epsilon_0 V(r) \underline{E}(r) \cdot \hat{n} dS + \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 \underline{E}(r) \cdot \underline{E}(r) dV$$



 normale alla sup
 Superficie S che racchiude V

V grande a piacere...

se la distrib. e' finita e all'infinito $E=0$

all'infinito il flusso sparisce

Energia elettrostatica di una distrib. di car.

=>

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{\text{spazio}} \epsilon_0 \underline{E(r)} \cdot \underline{E(r)} dV$$

q v deve essere finito
campo elettrico = 0

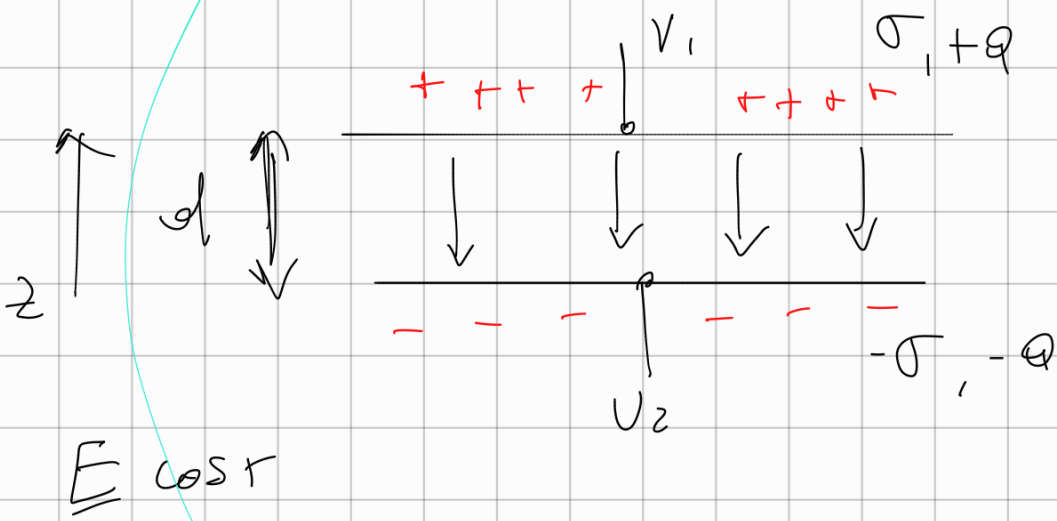
$$\Rightarrow \boxed{U(r) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \underline{E(r)} \cdot \underline{E(r)}} \quad \text{DENSITA' VOLUMETRICA DI ENERGIA}$$

l'energia elettrostatica la trova integrando in tutti i punti dove il campo elettrico è $\neq 0$, la densità di energia elettrostatica

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V U(r) dV \quad \text{EQUAZIONE}$$

Co applico il condensatore piano ideale

Condensatore ideale,
campo $\neq 0$ solo all'interno del volume



$$E(z) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (-\hat{z})$$

da nuovo

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \underline{E} \cdot \underline{E} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0} \quad \frac{J}{m^3}$$

Densità di energia
all'interno
del volume

Siccome è costante integro in tutto lo
spazio dove corpo è
 $\neq 0$

$$V_{spazio} = S \cdot d \quad \text{cond. piano}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0} S \cdot d = \frac{1}{2} \underbrace{(\sigma S)}_Q \underbrace{\left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} d \right)}_{\Delta V}$$

Energia per carica
inferiore-pare

$$= \frac{1}{2} Q \Delta V$$

ulteriore esercizio prof

sfera conduttrice

$$Q_1 = 10^{-6} \text{ C} = 1 \mu\text{C}$$

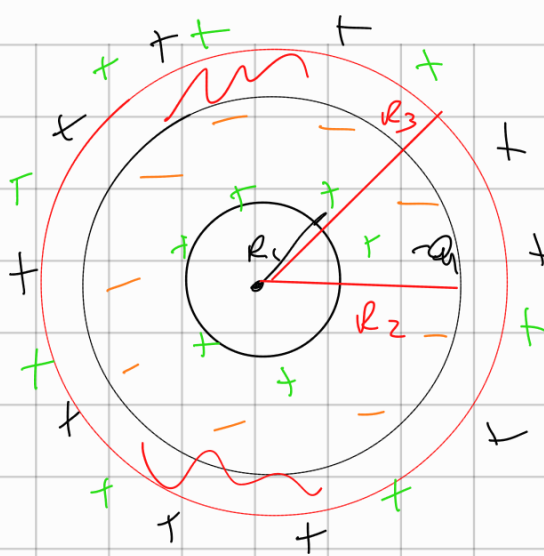
gas sferico
con conduttore

$$Q_2 = 10 Q_1$$

$$R_2 = 10 \text{ cm}$$

$$R_3 = 12 \text{ cm}$$

Sistema nel vuoto



σ_2 sulla sup. interna del guscio

della r_1 e r_2

CONDUTT. REG. EQUIPOTENZIAL

H.O. (NOVIZ. COMPLETA)

su σ_1 si distribuisce una carica

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi r_1^2} \quad \text{C/m}^2$$

dentro il guscio corpo deve essere = 0

ho distrib. di carica + e - sulle sup. interne e esterne

sull'esterno era già presente Q_2 naturale
 • Ci si aggiunge una carica indotta

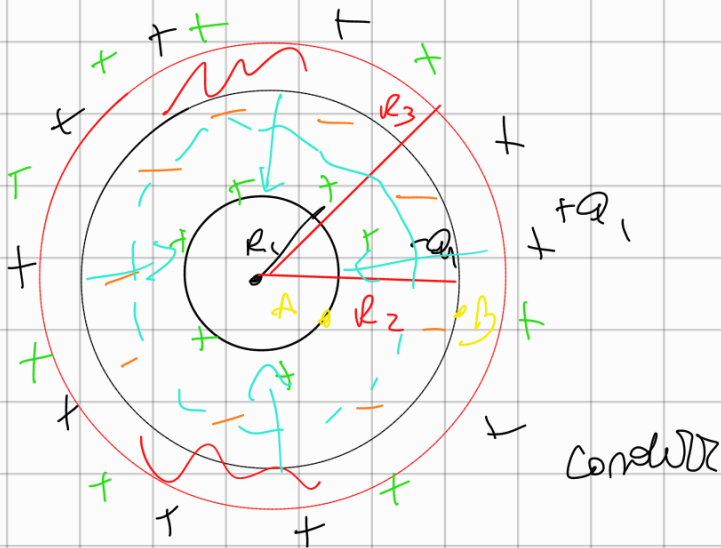
$$\sigma_{TOT} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi r_3^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{-Q_1}{4\pi r_2^2}$$

• **Corpo all'esterno**, quando sup. guscio ... carica TOT
 e' $Q_1 + Q_2$ che in la corpo el. statico altro

Corpo elettronico interno e' Q_1 sulla sup. intera
 e $-Q_1$ su quella int. del guscio

CAMPO INTERNO E' COMUNQUE RADIALE



Potenziale sup gauss a
distanza r con

$$R_1 < r < R_2$$

$$\underline{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \hat{r} \text{ da Gauss.}$$

ha linee di forza... USO CAMMINO RADIALE
PER

DDP punto A sup inter
B sup est

lavoro contro le forze del campo per q unitaria da a e b

$$-\int_A^B \underline{E} \cdot d\underline{r} = V(B) - V(A)$$

$$d\underline{r} = \hat{r} dr$$

$$V(B) - V(A) = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} dr$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \frac{1}{r} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$V(B) - V(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$= -90 \text{ kV}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2} \quad R_1 < R_2 \dots$$

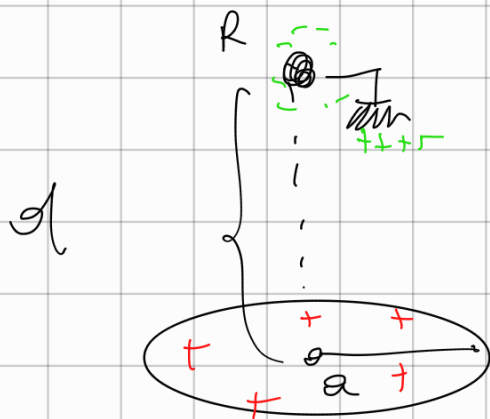
no sep negativ

$$V_A > V_B$$

3) sphere

$$R = 10^{-2} \text{ m} \quad a = 0,1 \text{ m}$$

$$d = 0,3 \text{ m}$$



$$R < d$$

disk carico con

$$\sigma = 10^{-11} \text{ C/m}^2$$

Sfera a Terra ($V=0$). Q isolata sulla sfera

carica negl. da indurre, e positive solo

INDUO SO CARICA NEGATIVA

IL POT TOTALE DEL SISTEMA

$$V_{\text{sphere}} = P_{11} Q_1 + P_{12} Q_{\text{sphere}} \quad \swarrow \text{? include from}$$

$$V_{\text{sphere}} = V_1(d) + k_e \frac{Q_1}{R} = 0$$

$\swarrow$ V_{disco}
 $\swarrow$ double of disco

$\swarrow$ $\text{in effetto solo carica isolata}$

$$k_e \frac{Q_1}{R} = -V_1(d)$$

$$Q_1 = - \frac{R}{k_e} V_{\text{disco}}(d) \quad \underline{2} \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

Da dove con
 from

come se non ci fosse il
 (n.c.c.)

$$\text{Con } V(d) = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$