

HO VISTO CHE SE QUELLO CARICA, AUMENTO POTENZIALE

By De La

Capacità di un conduttore isolato nello spazio

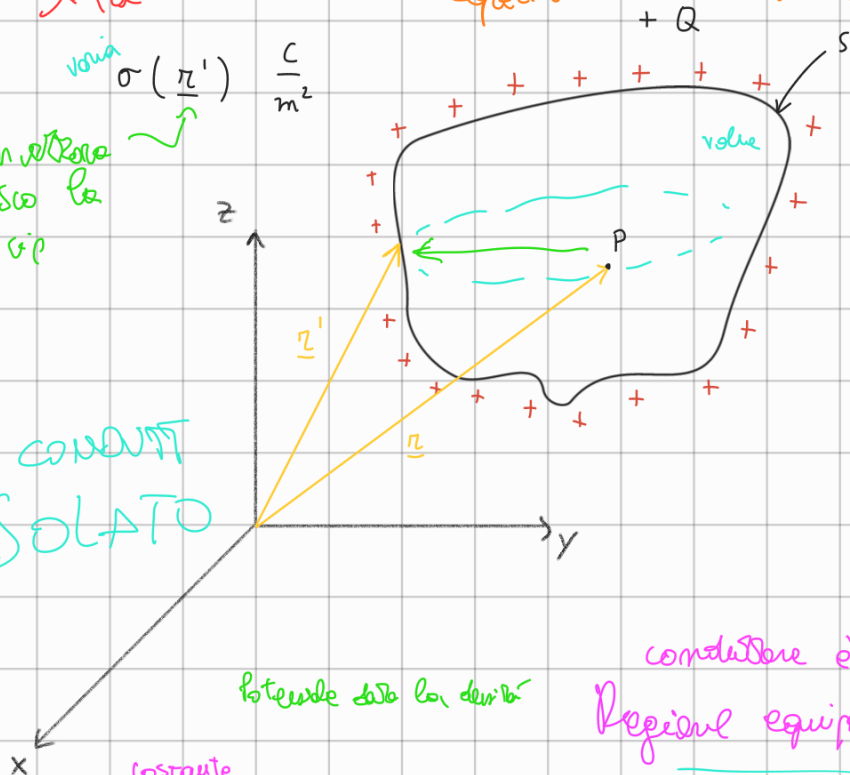
con un vettore  
sferico la  
superficie

Pseudo  
SdR

CONDUTTORE  
ISOLATO

generico  
conduttore isolato  
nello spazio

caricato con  $Q+$ , la  
quale carica si distribuisce  
in modo non uniforme  
sulla superficie



Potenziale dato da derivata

costante

conduttore è una  
regione equipotenziale, cioè il potenziale  
in un punto qualunque

$$V(\underline{r}) = V = \iint_S \frac{k_e \sigma(\underline{r}') ds'}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

sovrapp. eff. poi elemento

carica puntiforme, considero ancora  $ds'$   
che genera potenziale nel punto oss di carica  $dq'$

$$\sigma(\underline{r}') \rightarrow \alpha \sigma(\underline{r}')$$

Moltiplico la carica per una costante

$$Q' = \iint_S \alpha \sigma(\underline{r}') ds' = \alpha \iint_S \sigma(\underline{r}') ds' = \alpha Q$$

carica totale sul conduttore  
dq' su area

Se moltiplico la carica,  
moltiplico il potenziale

$$V'(\underline{r}) = \iint_S \frac{k_e \alpha \sigma(\underline{r}') ds'}{|\underline{r} - \underline{r}'|} = \alpha V(\underline{r})$$

carica non relativa LINEARE  
tra il POTENZIALE a cui si trova  
un conduttore e la CARICA separata

IL LORO  
rapporto  
è costante  
PER UN CONDUTTORE

$$\Rightarrow \frac{Q}{V(\underline{r})} = \frac{Q'}{V'(\underline{r})} = C$$

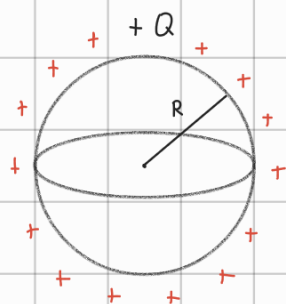
più grande la carica, più grande  
il potenziale  
per una costante

dove  $C$  è la CAPACITÀ e si misura in  $\left[\frac{C}{V}\right] = [F]$  FARAD

Se faccio il  
rapporto, è costante

La capacità dipende dalla forma e dalla dimensione  
della superficie del conduttore

carica  $Q$



Potenziale  
di una sfera

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow Q = 4\pi R^2 \sigma$$

$$V(R) = k_e \frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R}$$

$$R = 3671 \text{ km}$$

CAPACITÀ TERRA

$$C = \frac{4\pi R^2 \sigma}{\frac{1}{4\pi R^2 \sigma}}$$

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R = 409 \cdot 10^{-6} [F] = 409 \mu F$$

CAPACITA' DI UN CONDUTT. ISOLATO

$C = \frac{Q}{V}$

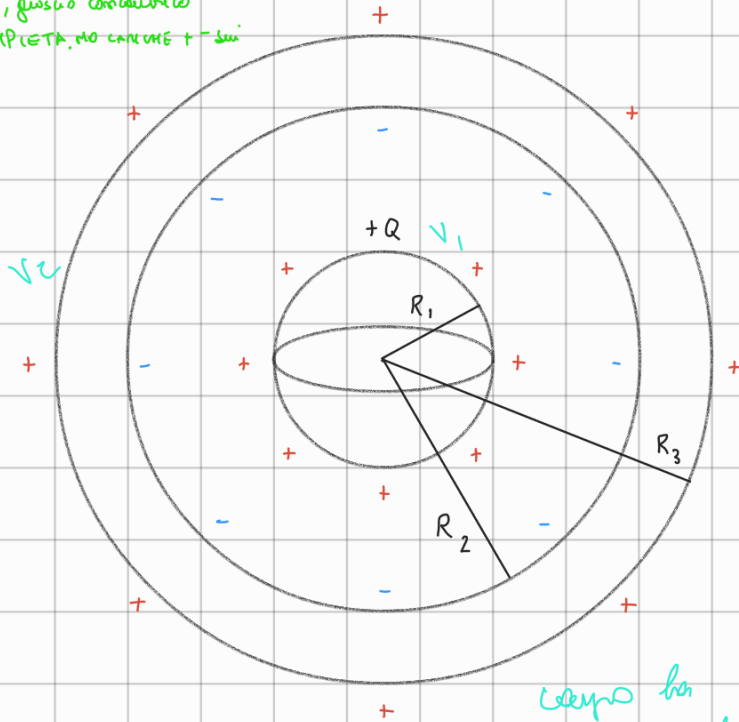
$4\pi\epsilon_0 R$

piccola

## CAPACITA' DI UN CONDUTTORE NON ISOLATO

### Esempio CONDENSATORE SFERICO

sfera carica  $Q^+$ , guscio concentrico  
HO INDUZIONE COMPLETA. NO CARICHE + - sui  
Bordi



campo ha  
un aumento  
radiale

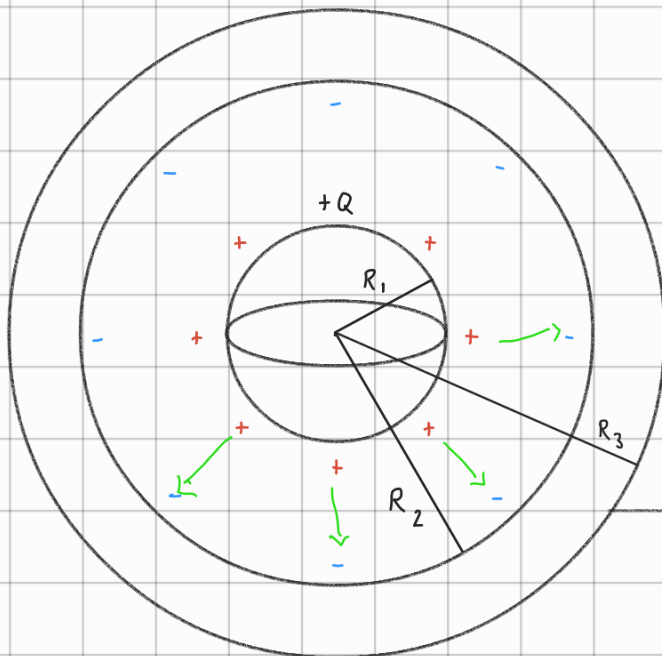
INDUZIONE  
COMPLETA

« ogni conduttore ha una certa  
capacità ( $C$ ) in termini di quanto  
di carica che può contenere per  
arrivare ad un certo potenziale »

POSSO CAMBIARE

LA CAPACITA' DI  
UN CORPO CON INDUZIONE  
COMPLETA, AVVICINANDO  
UN ALTRO CORPO.

Ora lo attacco a terra:



2 condutt. isolati, 2 cariche uguali e opposte e induc.  
completa

INDUZIONE INCOMPLETA

OPPURE CARICO  
CON  $-Q$  esternamente  
per compensare  $+Q$

devo eserci  
Due cariche  
di uguale valore ma

di segno opposto  
Devo lasciare  $-Q$

SUP GAUSS,  $E=0$   $F_E=0$   
 $Q_{NETTA}=0$

Il lavoro che faccio per portare una carica dall'infinito a  $R_3$  è nullo (non c'è  
campo elettrico). Lo stesso vale da  $R_3$  a  $R_2$ . La cosa cambia da  $R_2$  a  $R_1$ .  
esterno

$\int_e$

$R_1 < r < R_2$  *all'interno*  
*uso Gauss* *radiale*

2 conduttori sono ARMATURE del condensatore

cariche uguali e opposte sulla armatura

*scopo*  
*carico radiale*

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}$$

$|Q| = Q^+$  CARICA CONDENSAT  
Caricare condensatore, deposito carica sulle armature

$$V_1 - V_2 = - \int_{R_2}^{R_1} E_r(r) \hat{r} \cdot \hat{r} dr = - \int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) =$$

Caso COND, ho una ddp tra le armature

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right)$$

stipendo dei due raggi.

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

$C > 0$  sempre  $R_2 > R_1$  oppure applico una ddp cost, deposito carica

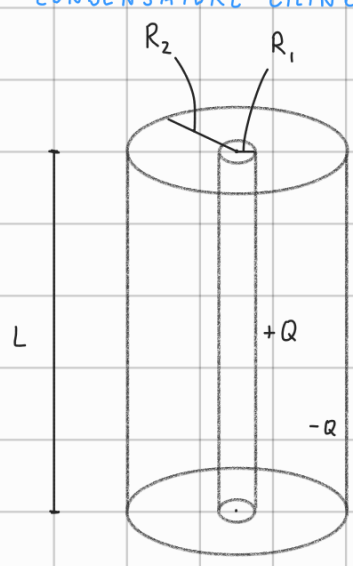
Nel caso ci abbia un sistema isolato, composto da cariche uguali e di segno opposto, in cui si possa verificare l'induzione completa, allora quel sistema è definito

CONDENSATORE, e la sua capacità *in questo caso* è  $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$  *FALSO*

Il motivo è un esempio di condensatore sferico, e la sferetta interna e il guscio esterno sono le due ARMATURE del condensatore.

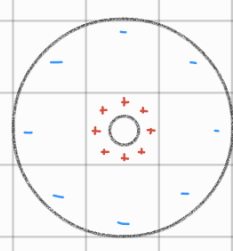
altre geometrie in cui posso avere induzione completa

*Esempio* CONDENSATORE CILINDRICO



2 cilindri, uno interno e uno esterno

con spessore infinitesimo

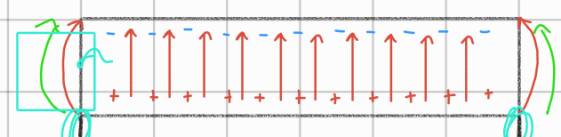


Trasverso facce interne, carica  
in con +Q  
induzione completa  
sulle +Q con -Q esterno

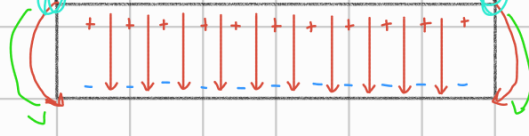
Nella realtà, poiché  $L < +\infty$ , avremmo il conduttore

EFFETTO AI BORDI: non lo ho in quella sferica  
ai bordi la carica si addensa un po' di più

perché sono



con i bordi  
 ho carica ai bordi  
 capacità reale < ideale



2 conduttori piccoli  
 al limite è  
 ind. completa

Ma se supponiamo  $L \gg (R_2 - R_1)$  questo effetto è trascurabile.  
 2 conduttori vicini tra loro

$R_1 < r < R_2$ :

Gauss

$E_n 2\pi r L = \frac{Q}{\epsilon_0}$

COORDINATE CILINDRICHE

$\underline{E}(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L r} \hat{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L \rho} \hat{\rho}$

$\rho$  distanza tra l'axe.

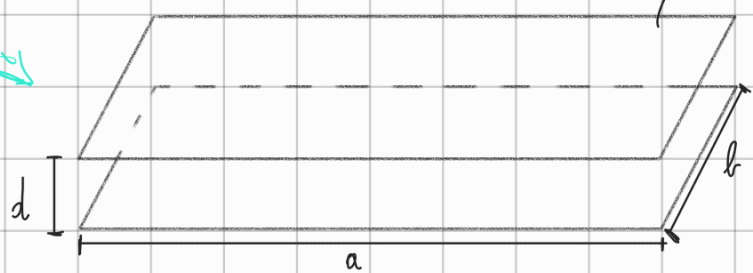
$V_1 - V_2 = - \int_{R_2}^{R_1} \dots$

$V_2 - V_1 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L \rho} \hat{\rho} = \dots$  [CALCOLI]  $\dots = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln(R_2/R_1)$

$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln[R_2/R_1]} [F]$

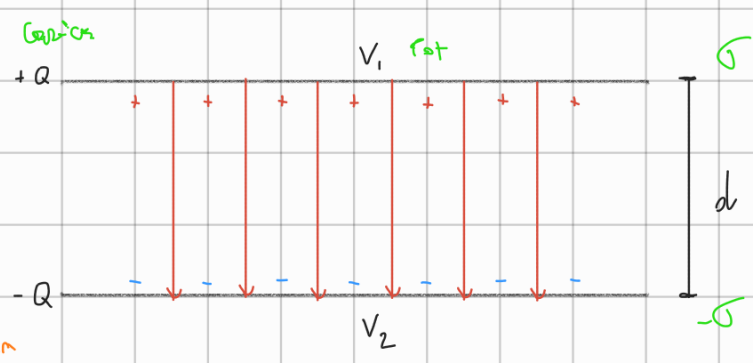
Esempio CONDENSATORE PIANO calcolo capacità

SEMPRE PER  
 EVITARE L'EFFETTO  
 AI BORDI



$\sqrt{s} \gg d$   
 $a \gg d$   
 $b \gg d$

NO IND.  
 COMPLETA



costante  $\rightarrow \underline{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z}$   
 tutto dentro,  
 fuori

ovunque ho un campo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$S = a \cdot b$

$\Delta V = V_2 - V_1 = - \int_{z_1=0}^{z_2=d} - \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \hat{z} \cdot \hat{z} dz = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{Q d}{\epsilon_0 S}$

$\sigma = \frac{Q}{S}$   
 [V]

$\sigma = -\frac{Q}{S}$

$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 S}{d} [F]$

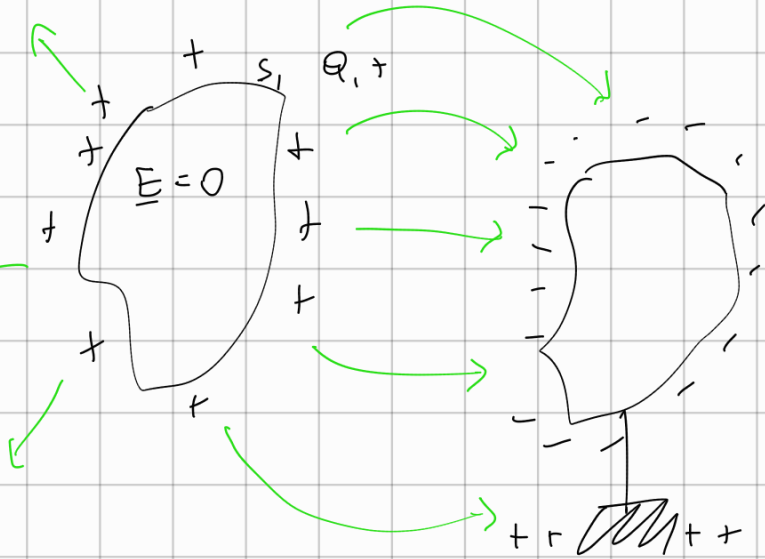
CAPACITA' CONDENSATORE  
 PIANO IDEALE.

S qui è a.b  
 metri piano

$E_0$  ... perché ipotizzò  $E=0$  e  $V$  costante

INDUTTA INCOMPLETA

Corpo Carico  $+Q$ ,  $E=0$ ,  $V$  cost.



avvicino conduttore a Terra

Caricano linee di

FORZA, CAMBIA

POTENZIALE

INTERNO, CAMBIA

CAMPO EC. ESTERNO

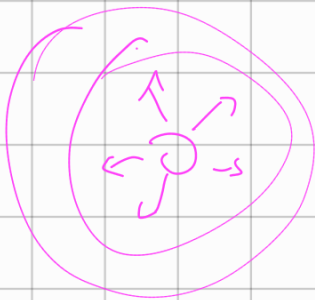
$$Q = C V$$

" cost

Se  $V$  diminuisce  
 $C$  aumenta

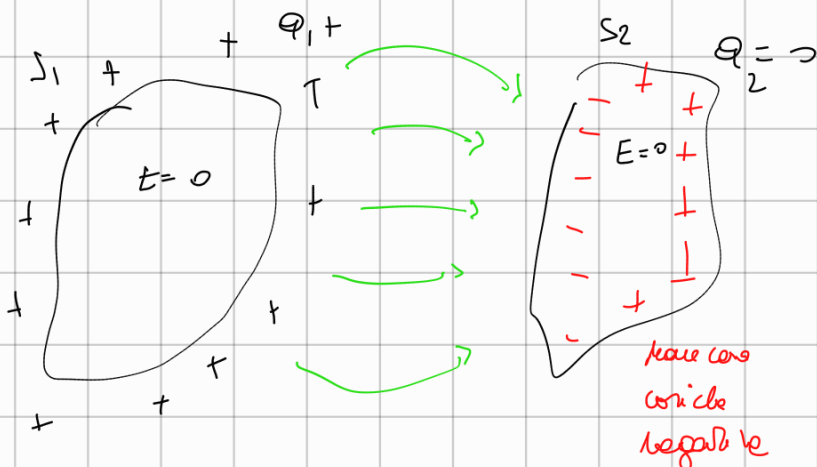
INDUTTA INCOMPLETA, solo  
parte delle linee di Forza vanno  
nell'altro corpo

INDUTTA COMPLETA, CORPO ALL'INTERNO, TUTTE LE LINEE  
vanno nell'altro



allora...

avvicino corpo SCARICO



il potenziale a cui si  
porta  $V_1$ , dipende da  $Q_1$ .

in 2 ha una distribuzione  
di carica non uniforme  
 $E_0 = 2$

$$V_2 = \int \frac{q_e \sigma ds}{2 |r-r'|}$$

$$V_1 = P_{11} Q_1$$

$$V_2 = P_{21} Q_1$$

$$V_2 = V_2(Q_1)$$

~ elettrostatico da  $Q_1$

$\Rightarrow$  anche  $V_2$  cambia il potenziale  
intorno per indov. reciproca

Sono 2 sistemi isolati:

altra cosa...  $Q_1 = 0$   $Q_2 \neq 0$

$$V_1'' = P_{12} Q_2$$

$$V_2'' = P_{12} Q_2$$

uso il PSE, avvicinano elettroli concludi pos. o neg.

$$\begin{cases} V_1 = P_{11} Q_1 + P_{12} Q_2 \\ V_2 = P_{21} Q_1 + P_{12} Q_2 \end{cases}$$

SIST. LINEARE

COEFF. DI POTENZIALE

sono come due conduttori capaci  
di due corpi che si influenzano tra loro

I potenziali di due corpi  
 nello spazio vicino, anche con  
 indov. reciproca, dipende dalle  
 cariche di entrambi e  
 dalle loro forma e dimensioni  
 reciproca

tip. da forma, dimensioni  
 e pos. reciproca

\* CONDUTTO ISOLATO ha una certa capacità  $C = \frac{Q}{V}$   
 $E=0$

vorrei costruire capacità, avvicino altro conduttore,  
 influenza reciproca

$\Rightarrow$  RECIPROCA  $P_{21} = P_{12}$  ecc

SIST. L.P. ha sol.

$$[V] \propto [Q]$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix}$$

allora moltiplicare  $P^{-1}$  Dot matrix  $P$  coeff  $\neq 0$

$$P^{-1} V = \underbrace{P^{-1} P}_I Q \Rightarrow Q = \underbrace{P^{-1}}_{\substack{\text{matrice coeff che lega i pt.} \\ \text{alle cariche}}} V$$

$$\Rightarrow Q = \underline{C} V$$

$$\begin{cases} Q_1 = C_{11} V_1 + C_{12} V_2 \\ Q_2 = C_{21} V_1 + C_{22} V_2 \end{cases}$$

$C_{ij}$  coeff. della matrice di CAPACITA'

conoscendo pt e carica, conosco carica sui conduttori

Q<sub>1</sub> dipende anche dal pt di V<sub>2</sub>, per effetto di induc. completa o incompleta

$\begin{cases} C_{12}, C_{21} & \text{coeff di INDUZIONE} \\ C_{11}, C_{22} & \text{coeff di CAPACITA'} \end{cases}$  tengono conto dell'induzione

vedremo poi

Es. conduttori 1) ISOLATI 2) ADJACENTI, si verificano anche cond. 3) CARICHI con cariche uguali e opposte di segno

ATTORNO A NOSTRO ES

$$Q_1 = +Q \quad Q_2 = -Q$$

$$P_{12} = P_{21} \\ \dots$$

$$① V_1 = P_{11} Q - P_{12} Q \quad ② V_2 = P_{12} Q - P_{22} Q$$

$$V_1 - V_2 = \Delta V = (P_{11} + P_{22} - 2P_{12}) Q$$

$$Q = \frac{1}{\Delta V}$$

$$P_{11} + P_{22} - 2P_{12}$$



LAPLACE

C

CONDENSATORE

dipende forma, geometria  
e distanza armature

$$Q = C \Delta V$$