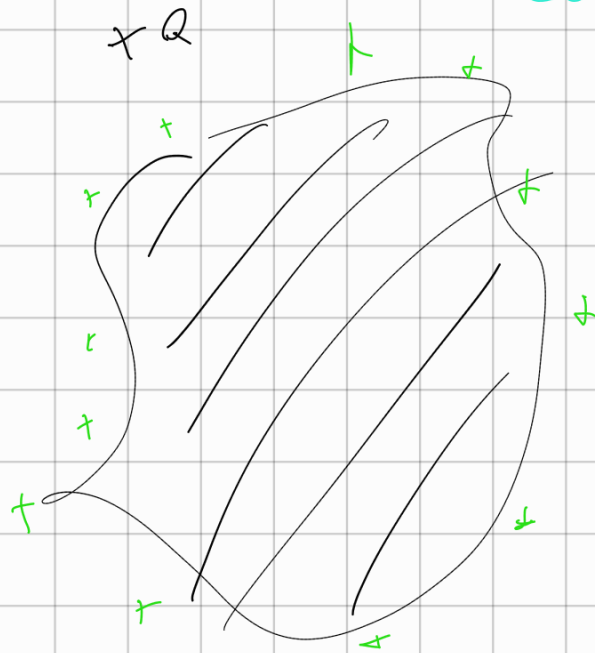


CONDUTTORE (AVO)



$$\sigma(r')$$

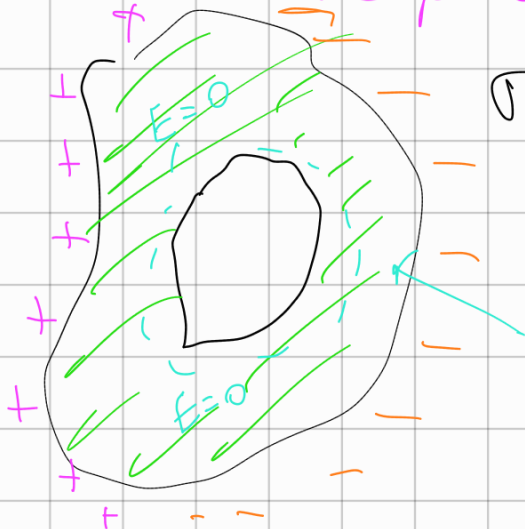
La carica si distribuisce
in modo non uniforme,
e in ogni punto il campo
normale vale

$$|\underline{E}| = \frac{\sigma(r')}{\epsilon_0}$$

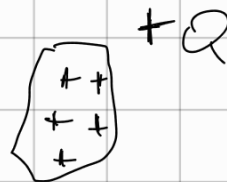
Prendo un conduttore con una cavità d'interno

Corpo scarico, elett. neutro,
isolato

avviciniamo un corpo carico.



$$\sigma(r')$$



INVENSO
carica +Q
di carica

La carica si distribuisce
sulla sup. + c. $E=0$
 $E=0$ interno

DA GAUSS so che dentro

NON C'E' CARICA. FLUSSO=0, $Q_{TOT}=0$

avvicinare la carica ad un conduttore significa
sullo stesso un corpo elettrostatico
che induce le cariche del conduttore a
ridistribuirsi, in modo che anche $E_{interno}=0$
Se $E_{interno} \neq 0$ significa che c'è ancora
movimento di elettroni

Il corpo elettico generato a destra e'

specie e posto di quello di S , in modo tale che $\sigma(r') = 0$.

$$\sigma(r')$$

il corpo era elettricamente neutro, prima dell'arrivare di $+Q$, rimane elettricamente neutro

$$Q = \iint_S \sigma(r') dS' = 0$$

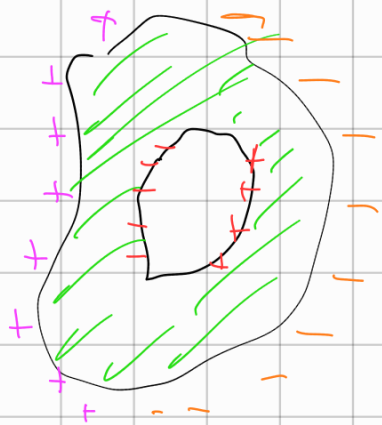
Significa che non si altera il potenziale.

In base a come muovo $+Q$, cambia il potenziale del conduttore, in quanto varia il corpo elettrico.

Cosa succede nella cavità interna?

Ipotesi che anche sulla sup.

interna si distribuiscono dello stesso modo.



$\sigma(r')$



$+Q$

Se così fosse, il campo elettrostatico interno sarebbe diverso da 0

Ma il campo esterno genera un campo interno nella cavità! uso un circuito

Prendiamo una circonferenza sia interna che esterna

ho un campo elettrostatico, conservativo, quindi $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

Scrivo la circonferenza lungo questo circuito

$$\oint \vec{E}(\underline{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\int_{C_1} \vec{E}(\underline{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

sempre sulla circonferenza

$$\int_{C_2} \vec{E}(\underline{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

perché è sulla circonferenza interna

$$= 0$$

$$\text{Circuizione} = 0$$

ANCHE INTERNAMENTE IL CAMPO È NULLO

ma all'interno il campo elettrico $E \neq 0$

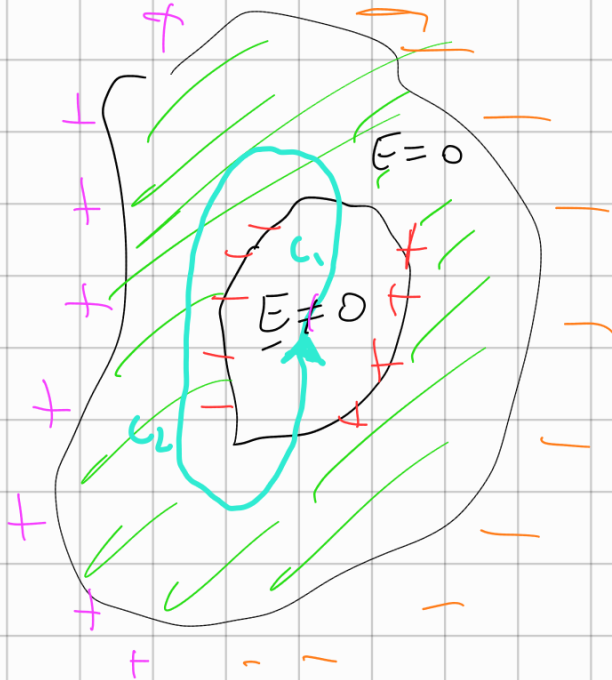
all'interno, ho ipotizzato che il C.E. $\neq 0$

Ma ciò è in contrasto con Teo. della

Circolazione, quindi:

Anche all'interno il campo elettrico è nullo.

CONCLUSIONE LOGICA È



che all'interno della cavità
non si distribuisce nessun
carica. IL POT. RIMANE COSTANTE ALL'INTERNO
della distribuzione, carica potenziale ma sempre costante
in ogni punto da esso

Anche in un conduttore cavo,
le cariche si distribuiscono
solo sulla superficie esterna.
Anche la cavità è una
Regione Equipotenziale

• La terra è un enorme conduttore
in cui non varia il potenziale.

Collego il conduttore a Terra
a potenziale nullo
dopo la messa a terra

GABBIA DI FARADAY

DEINTRO
NON CAMBIO
CAMPO el. e
POTENZIALE

Non posso
cambiare E
DALL'ESTERNO

il potenziale del guscio rimane sempre a potenziale 0

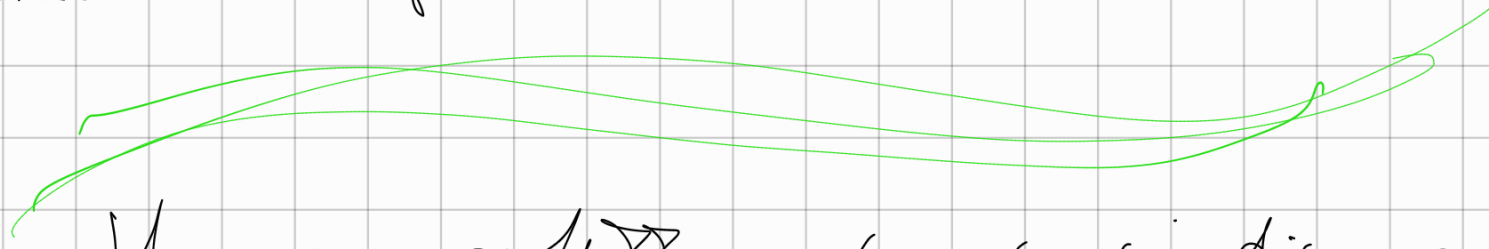
avvicinando una carica

Prima γ potremo influenzare il potenziale del conduttore, ora il potenziale è bloccato con quello della

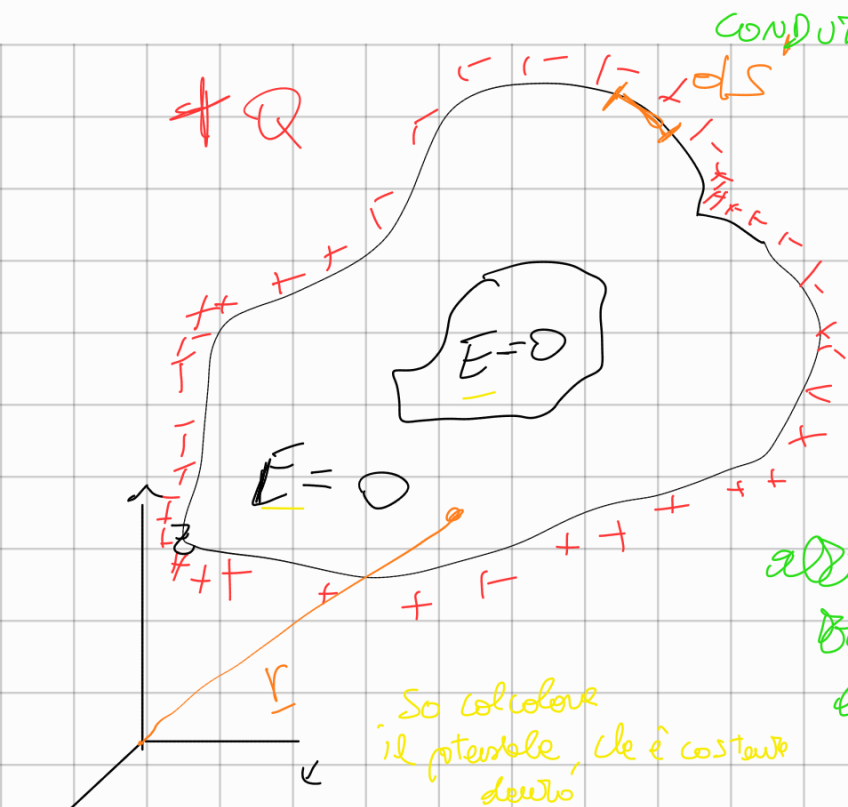
Terra.
 • se dentro c'è una carica ho potenziale dentro che all'esterno non può cambiare

Il conduttore a terra, anche se ho solo distribuire di carica negativa, ha un campo elettrico $= 0$, perché si bilancia con quello della terra

• Mettendo un conduttore a terra, il suo potenziale viene fissato e il suo campo elettrico interno è sempre nullo.



Ho un conduttore cavo su cui dispongo una carica. Come si distribuiscono le cariche?
 Carica per unità di Q
 Se ho sfera $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$



La carica si distribuisce
in modo non uniforme.

(in base all'angolo di curvatura)

anche all'interno
della cavità è nullo

abbiamo a disposizione

trovare un percorso in cui
la circuitazione sarebbe $\neq 0$

Potenziale in un punto

$$V(P) = k_e \frac{Q}{R}$$

La carica si distribuisce
sulla sup.

Prendendo piccola area, quanto vale la carica totale
associata?

$$\frac{k_e \sigma(r') ds' = Q}{|r - r'|}$$

Potenziale dell'area.

Siccome vale il principio di sovrapposizione degli effetti

$$V(P) = \iint \frac{k_e \sigma(r') ds'}{|r - r'|}$$

σ = densità superf.
di carica

• Cambiando σ , cambia il
potenziale

cioè che mi fa cambiare σ mi fa cambiare

il potenziale



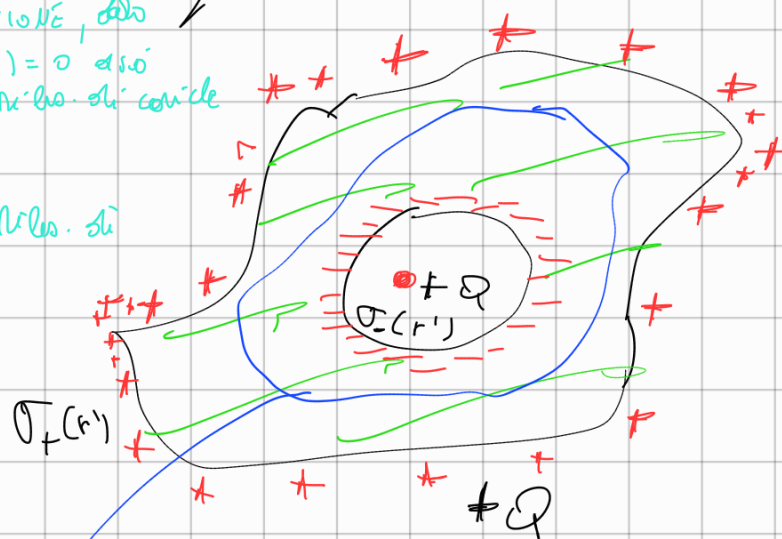
INDUZIONE COMPLETA

Prendo un corpo cavo scorico e metto

carica puntiforme nella cavità

Per induzione, dove $E_{int} = 0$ dico una distribuzione di cariche

Ho 2 distrib. di carica σ_+ , σ_-



Sicuramente $+Q$ nella cavità genera nella cavità un campo elettrostatico $\neq 0$.

- il corpo esiste sulla cavità interna, e il conduttore si riparte in equilibrio.
- Come?

Campo int + campo σ_+ , $\sigma_- = 0$ nel conduttore

Il campo elettrico nel conduttore rimane sempre nullo

distrib. esterna

$$|Q^+| = \left| \iint_{\text{sup. esterna}} \sigma^+(r') ds' \right|$$

$$|Q^-| = \left| \iint_{\text{int}} \sigma^-(r') ds' \right|$$

in modulo saranno uguali

carica totale sup. interna

la distribuzione interna di cariche negative

Applico Gauss prendendo una superficie

dentro tutto il conduttore, dove

il campo elettrico è 0, e lo sarà anche

il flusso = 0

la carica totale sarà sempre 0

CARICA NETTA = 0

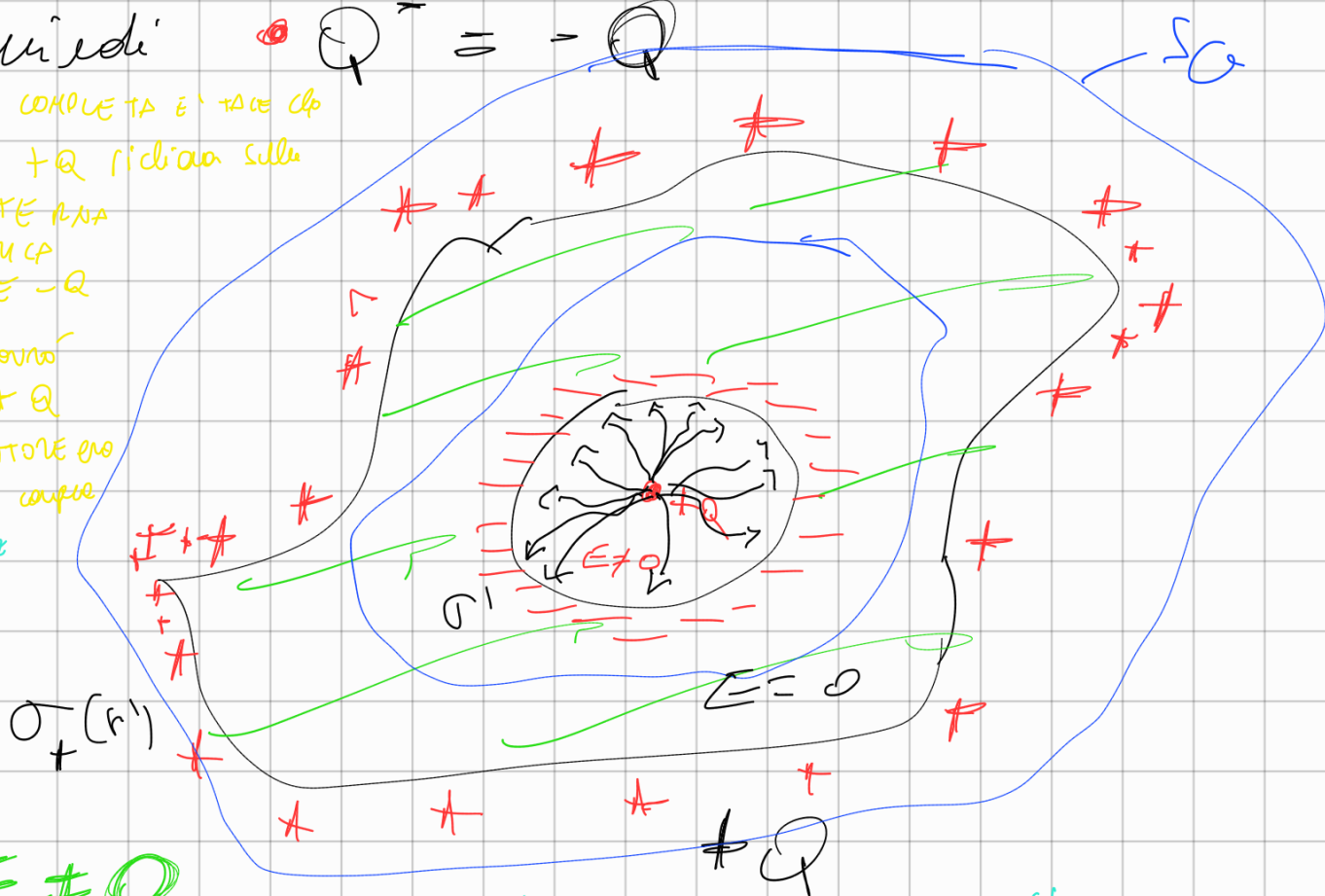
→ CARICA NETTA = 0 ... all'interno ho +Q ...
 -σ sulla sup. interna
 -Q sulla sup. interna

$$\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{+Q - Q}{\epsilon_0} = 0$$

quindi $Q^+ = -Q$

INDUCE, COMPLETA E' TALE DA
 LA CARICA +Q RICHIAMA SULLA
 SUP. INTERNA
 UNA CARICA
 TOTALE -Q

all'esterno sono
 ancora +Q
 IL CONDUTTORE E' UN
 SCALLO CARICA
 (CONSERVAZ
 CARICA)



$E \neq 0$

all'esterno

FROM, SE APPLICO GAUSS

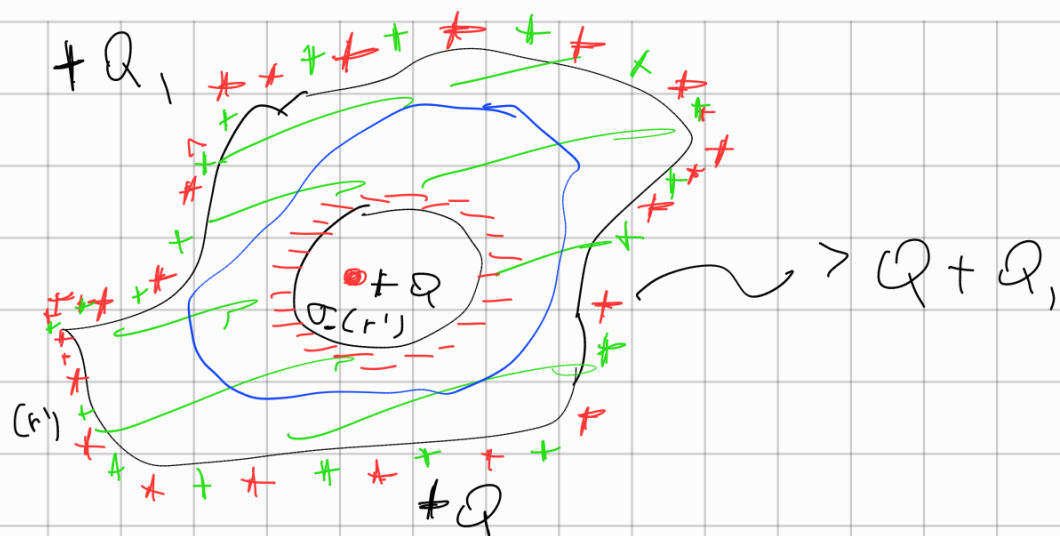
campo elettrostatico $\neq 0$, perché il flusso è
 diverso da 0.

$Q_{TOT} = +Q$, anche un
 FLUSSO $\neq 0$ CARICA $\neq 0$

Se carichiamo +Q interno cambierà anche
 il campo elettrostatico esterno

Se carichiamo il conduttore, inizialmente
 scarico, con una carica Q, ?

Ci sarà un equilibrio indotto,
 nuova configurazione



• Carica il filamento e il corpo esterno.

il potenziale dipende dal potenziale di carica della superficie esterna, secondo la legge:

$$V(P) = \iint \frac{q \sigma(r') ds'}{|r - r'|}$$

la superficie esterna rimane equipotenziale.

Se entro l'angolo la cavità, incontro un altro corpo, e il potenziale cambia. La cavità interna non è equipotenziale.

Vediamo un esempio.

Esercizio

CASI PARTICOLARI
DELL'INDUZZ. COMPLETA

$$\sigma_0 = \frac{Q_0}{4\pi R_1^2}$$

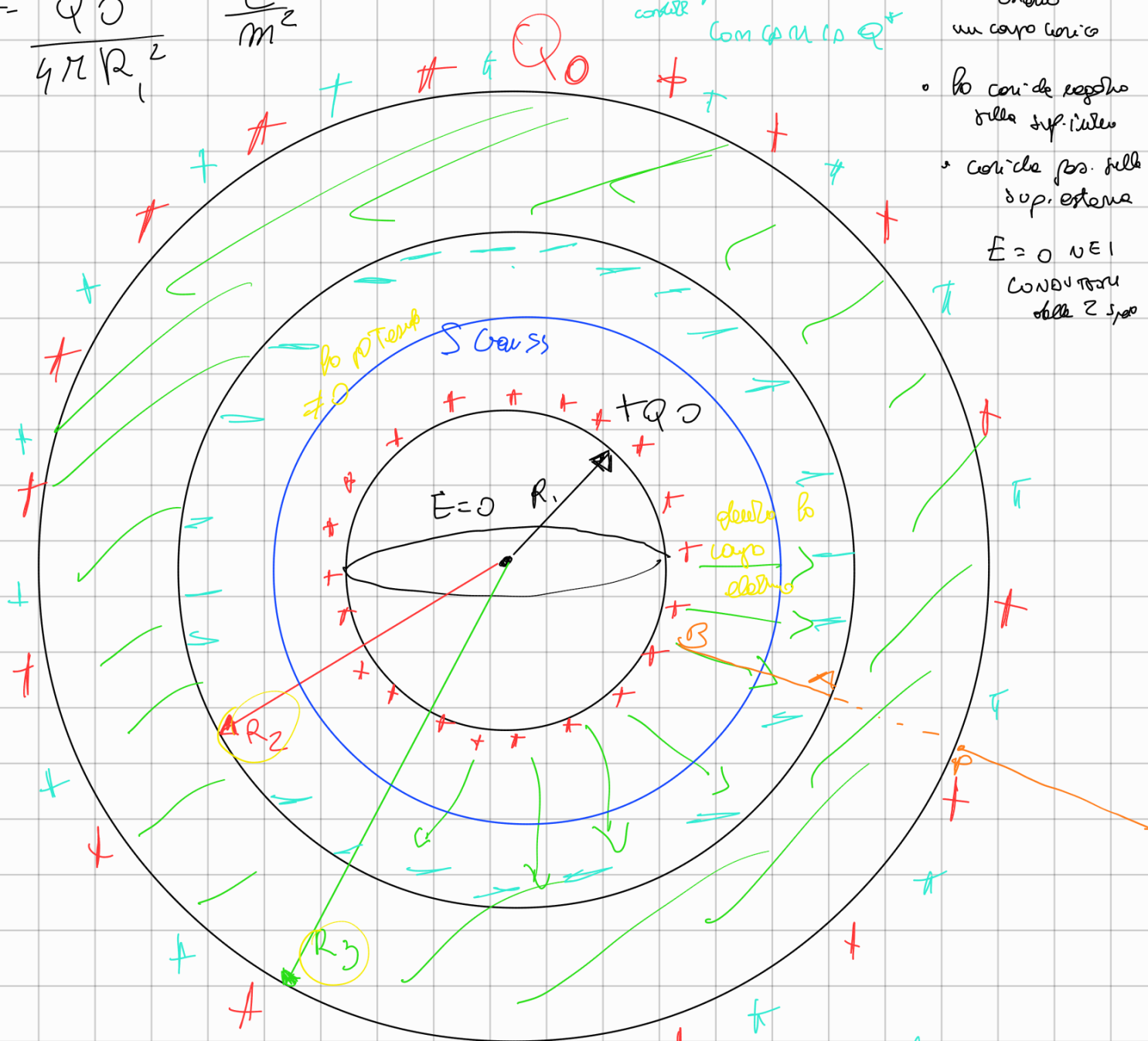
$$\frac{C}{m^2}$$

SFERA CAVO
con sfera carica
con carica Q^+

principio
dell'induzione
in corpo carico

- la carica regge sulla superficie
- carica pos. sulla sup. esterna

$E=0$ NEI
CONDUTTORI
ALLA Z. SP.



$$\sigma_3 = \frac{Q_0}{4\pi R_3^2}$$

$$\frac{C}{m^2}$$

deve
avere un POT $\neq 0$
deve fare lavoro

TUTTE LE 2

SFERE USANO

UN CAMPO, ANCHE ESTERNAMENTE

after
induzione
completa

Scatta la condizione di equilibrio elettrostatico,
INDUZIONE COMPLETA

$$R_2 = 2 R_1$$

$$R_3 = 4 R_1$$

$$\sigma_2^- = \frac{-Q_0}{4\pi R_2^2} \frac{C}{m^2}$$

$$\sigma_3^+ = \frac{Q_0}{4\pi R_3^2} \frac{C}{m^2}$$

Quanto vale il campo elettrico esterno?

Gauss

avrei un campo esterno dovuto alla distib. (omogenea) di carica

$$r > R_3$$

Carica NETTA = +Q

↳ campo solo
dipende dalla
indip. da φ e z

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{2Q_0}{\epsilon_0}$$

2 cariche

$$\underline{E}(r) = \frac{2Q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\underline{E}(r) = k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad r > R_3$$

$$V(r) = - \int_0^r k_e \frac{Q}{r^2} dr$$

Potenziale esternamente?

il potenziale di un punto sulla superficie

$$V(r) = \frac{k_e Q}{r}$$

$$V(P) = \frac{k_e 2Q_0}{R_3}$$

Come se mettessi
tutta la carica
nell'origine
con soluzione.

Potenziale di tutto il

potenziale edo sfera intera

Prendo Superf di Gauss interna.

GUSO ESTERNO SUP. EQUIPOTENZIALE

$$R_1 < r < R_2$$

Potenziale
DEINTRO LA
SFERA?

Per $R = R_3$

$$V(R_3) = k_e \frac{Q}{R_3}$$

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_0}{\epsilon_0}$$

$$R_2 \leq r \leq R_3 \quad V = \frac{k_e Q}{R_3} \text{ equip}$$

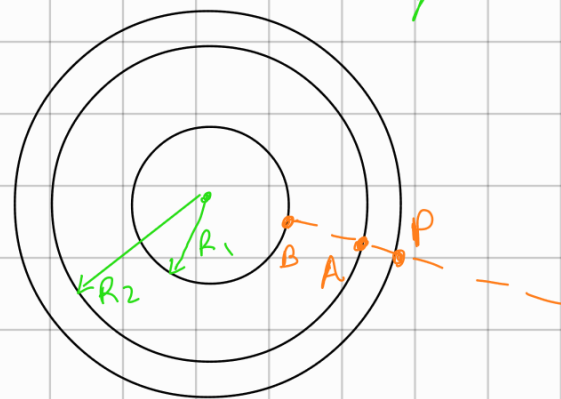
$$E = 0 \text{ dentro}$$

$$E_r = \frac{Q_0}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{r}$$

Potenziale nella
sfera?

Prima devo fare lavoro contro le F del
campo elettrostatico esterno, poi attraverso regione
equipotenziale, e poi quello del campo
interno.

$$V(P) = k_e \frac{2Q_0}{R_3}$$



Cammino $V(B) - V(P)$, $d\ell \rightarrow dr$
FUNDO $\hat{r} dr$

$$V(A) = V(P) - \text{regione equipot}$$

indip. del percorso. INTEGRALE

$$V(B) - V(A) = - \int_A^B \underline{E(r)} \cdot \underline{dr}$$

$$V(\infty) = 0$$

Forza contro le Forze del campo

$$V(B) = - \int_{R_2}^{R_1} \frac{Q_0}{4\pi \epsilon_0 r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr + V(A)$$

$\underline{E(r)}$ nell'integrazione

calcolo campo el.
interno con sfera di Gauss

$$R_1 < r < R_2$$

$$\vec{E} = k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r} \text{ radiale}$$

$$= - \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{r^2} dr + V(A) =$$

$$= \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{R_1}^{R_2} + V(A)$$

$$V(R_1) = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] + V(A)$$

$V(R_2)$

$= V(B)$

e $V(A) = V(P)$ $V(A) = V(R_3)$

$$V(B) = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q_0}{R_3}$$

$V(P)$

$$= \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_3} \right]$$

Se calcoliamo Q_0 , calcoliamo il potenziale esterno, dipende solo dalla carica con cui lo calcoliamo
la diff. di potenziale per andare da A a B

e' indipendente, dipende solo dai

carichi distribuiti, anche se calcoliamo Q_0

Il potenziale e' una funzione

Se $r > R_3$

Potenziale esterno

$$V(r) = k e \frac{2 Q_0}{r}$$

$R_2 \leq r \leq R_3$

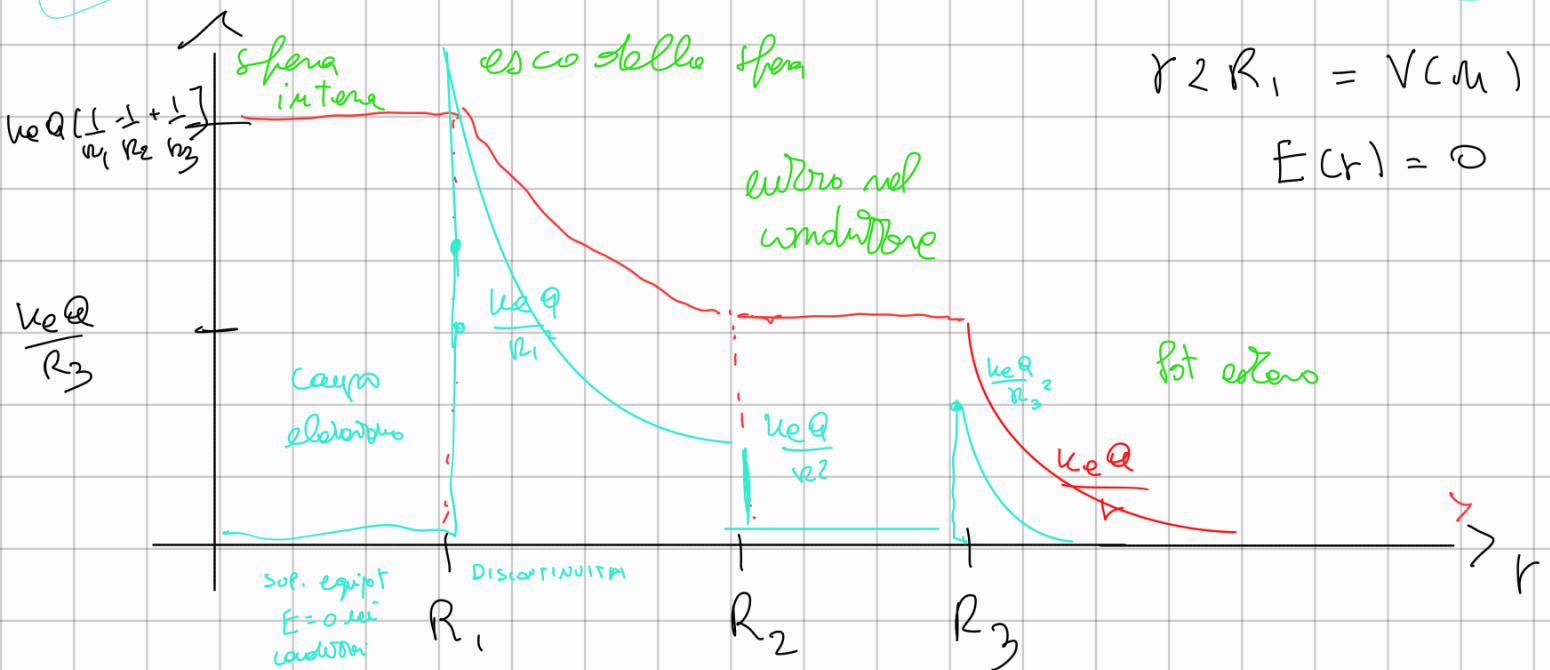
$$V(r) = \frac{k e Q}{R_3}$$

Se $R_1 < r < R_2$

Potenziale interno

Per R_1 e R_2

$$V(r) = \frac{Q_0}{4 \pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_3} \right]$$



$$r = R_1 = V(R_1)$$

$$E(r) = 0$$

ES. 2.

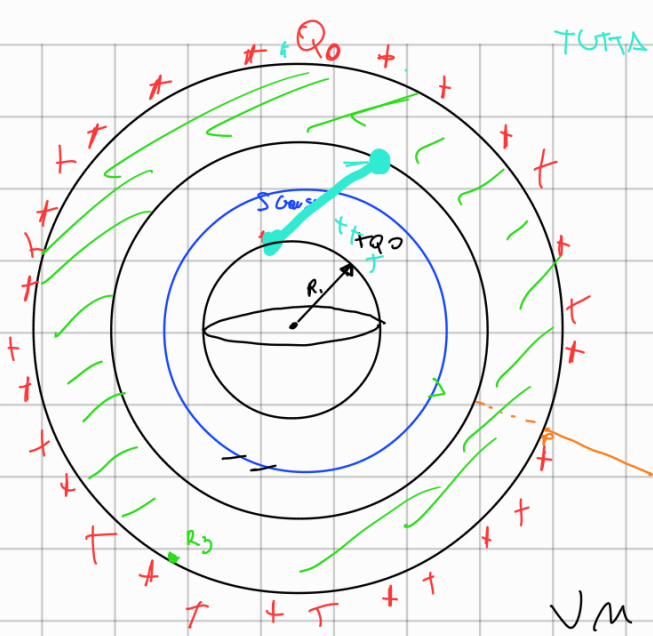
• Se moltiplico Q , moltiplico il POTENZIALE ma campo el. stesso e' sempre 0

Attacco con un conduttore
sup. esterna e interna

sfera interna carica Q . DIVENTA TUTTO UN CONDUTTORE
per cui tutte vanno tutte fuori

TUTTA UNA SOP. EQUIPOT, $E=0 \Rightarrow$ carica interna = 0

il corpo elettrico



Fuori il corpo elettrostatico non conta

la carica migra in un transitorio verso l'esterno.

L'induzione elettrostatica finisce

Fuori avrà una densità globale distribuita solo esternamente.

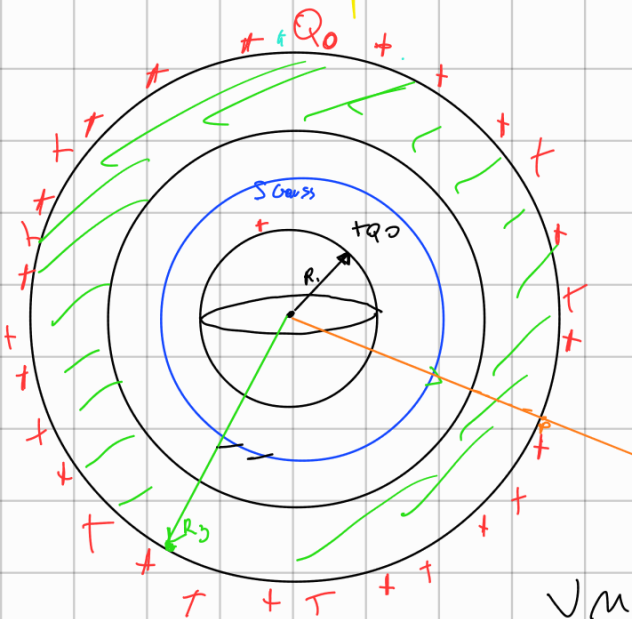
carica fuori e poi tutto sarà uguale...
unico conduttore di carica Q

Se non conta il corpo elettrico esterno, non conta neanche il potenziale, il lavoro sarà lo stesso.

$$E(r) = k_0 \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad \text{e} \quad V = k_0 \frac{Q}{r}$$

fuori

altro esempio



Sfera carica +Q, voglio calcolare potenziale cost.

Quando $r > R_2$, sup Gauss est. ho simmetria sferica, indep. da φ, ϑ , ma solo da r

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

quando un
cammino rettilineo lungo
la linea di forza da $+q$ a r

$$\underline{E}(r) = k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

con q
fosse
una superficie $+Q$
↓

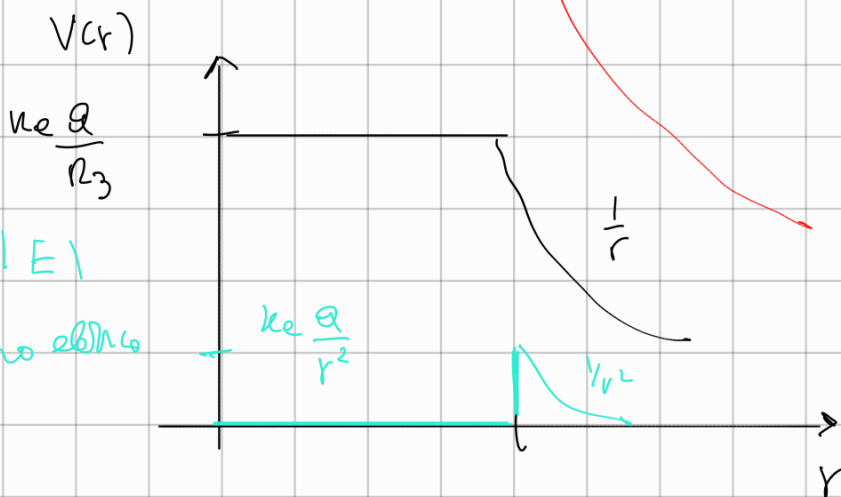
$$V(r) = - \int_{\infty}^r k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr = k_e \frac{Q}{r}$$

in ogni punto il POT della sfera è

$$2k_e \frac{Q}{R_3}$$

$$V(r) = k_e \frac{Q}{R_3} \quad \forall \text{ punto}$$

va con $\frac{1}{R}$



$r < R_3$ e' cost

Ridoppiando la carica... il potenziale dei punti interni

ridoppia, IL CAMPO E è
UGUALE A Q