

Da videos.

Forme generali con MECC. MAGNETICA

$$\underline{M} = \underline{m} \times \underline{B}$$

compito
magnetica

esempio
pendolo non mecc. $\underline{m} = I \underline{s} \hat{n}$ $\underline{m}$ non magnetico $\frac{A}{m^2}$

Forza
Lorentz
elettrica

$$d\underline{F}(\underline{r}) = \pm d\underline{q}(\underline{r}) \times \underline{B}(\underline{r})$$

momento meccanico
sull'elettrom
0 costante

$$\hookrightarrow d\underline{M}(\underline{r}) = \underline{r} \times d\underline{F} \Rightarrow \underline{M}_{tot} = \int \underline{r} \times d\underline{F}$$

lavoro
pendolo

... MOM MECCANICO NON UNIF $\underline{B}(\underline{r})$

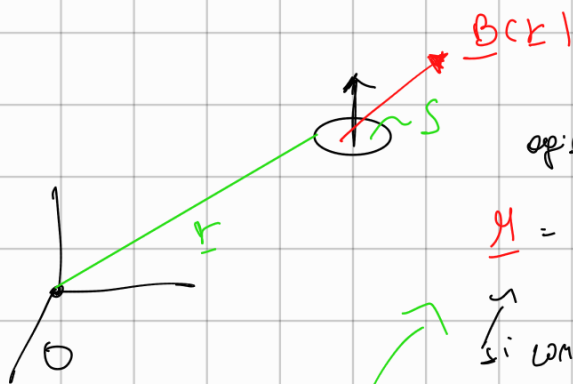
pendolo spina infinitesima approssimata circolare $\hat{n}$ normale

$\underline{r}$ posizione spina

S sup. l'elemento piccolo

che $\underline{B}(\underline{r})$ ha
costante sulla spina

ho approssimato la spina
piccola...



apporta un MOM. MECC.

$$\underline{M} = \underline{m} \times \underline{B}(\underline{r})$$

si comporta come ago
MAGNETICO PENDIC.
ALLA SPINA.

si comporta come dipolo magnetico

Se campo $\underline{B}$ UNIF, SPINA GRANDE & PIANE

se $\underline{B}(\underline{r})$ NON UNIF spina può essere infinitesima
così posso approssimare

Per dipolo elettrico

$$\underline{M} = \underline{P} \times \underline{E}(\underline{r})$$

usare pot
emo ci sta al
non di dipolo

$$U_e = -\underline{P} \cdot \underline{E}(\underline{r})$$

]

analogia dip. magnetico

Se lo dipolo magnetico immerso in

un campo $\underline{B}$, ed esso può avere una ENERGIA del

energia
pot piccola spina

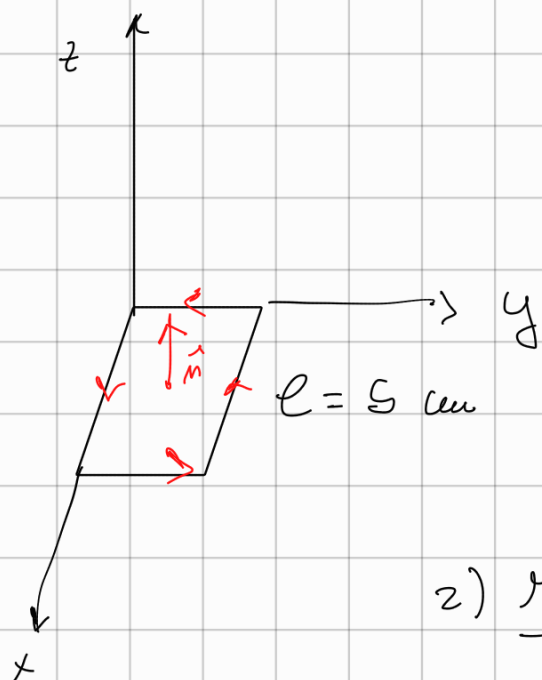
$$U_M = -\underline{m} \cdot \underline{B}(\underline{r}) = -I (\hat{n} \cdot \underline{B}(\underline{r})) = -I \underline{B}(\underline{r})$$

Flesso B per sulla sop

Problema 6.3

$$I = 8 \text{ A} \quad \hat{m} = \hat{z}$$

$$\underline{B} = 0,6 \hat{x} - 0,4 \hat{y} + 0,2 \hat{z} \text{ T}$$



$$1) \underline{m} ? \quad \underline{m} = 8 \cdot (5 \cdot 10^{-2}) \hat{z} \\ = 0,02 \hat{z} \text{ Am}^2$$

$$2) \underline{M} ? \quad \underline{M} = \underline{m} \times \underline{B}$$

$$= 0,02 \hat{z} \times (0,6 \hat{x} - 0,4 \hat{y})$$

$$= 0,012 \hat{y} + 0,008 \hat{x} \quad \mu_{\text{m}} \text{ è un'unità meccanica}$$

energia pt.

3) U_p energia della spina?

$$U_p = -I \oint (\underline{B}) = 4 \cdot 10^{-3} \text{ [J]}$$

$$\oint \underline{B} = \underline{B} \cdot \hat{m} S = \underline{B} \cdot \hat{z} S = 0,2 \cdot S = 0,2 \cdot 0,05^2 \\ = 0,5 \cdot 10^{-3}$$

sotto componente lungo z

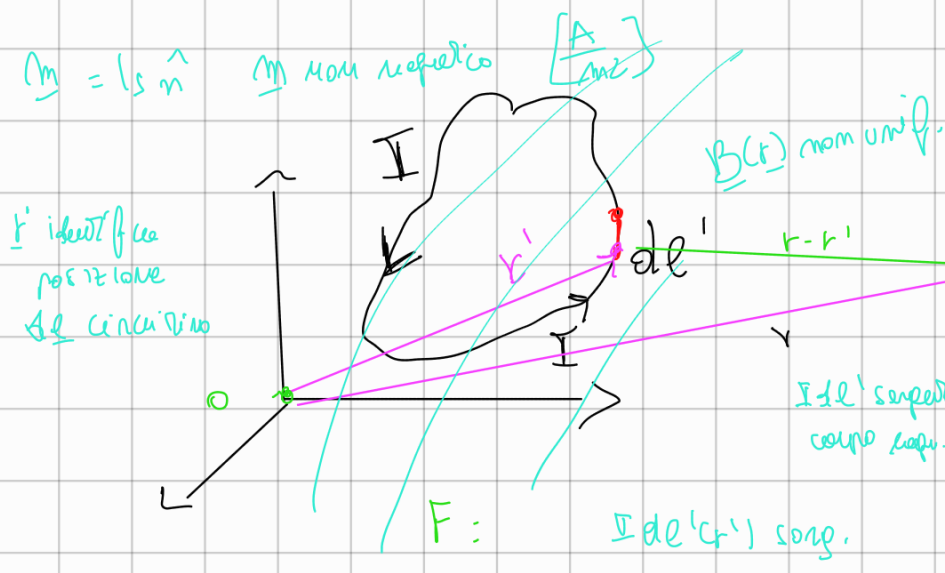
Fine
E+16

• Sorgenti cariche sono le correnti

• Sorgenti cariche ^{INDUC.} magnetici SONO CORRENTI ELETTRICHE

1° formula la place legge tra corrente e campo magnetico

ho un circolo C in cui scorre una corrente stazionaria e uniforme I . Filamento fermo e indeformabile.



su dl' scorre corrente I

r Punto osservazione staz.

andremo a misurare il campo indus. magnetico

PRIMA FORMA DI LAPLACE

contributo dB al campo indus. dovuto dalla sorg. $I dl'$

sorgente

forma del prodotto vettoriale

vettore che unisce il centro con punto di oss. r vettore $r-r'$

$$d\underline{B}(r) = K_m \frac{I dl' \times (r - r')}{|r - r'|^3}$$

costante che dipende dal sys di misura

va come $\frac{1}{r^2}$ $\frac{1}{r^3}$

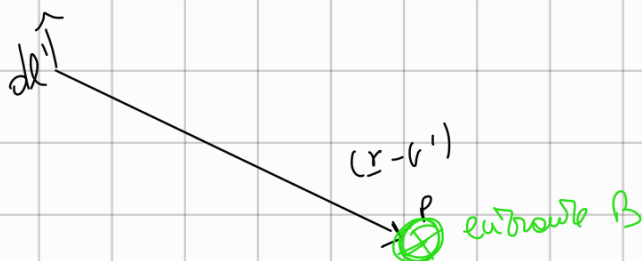
ricorda molto

$$dE(r') = K_e \frac{dQ (r - r')}{|r - r'|^3}$$

sorg. dQ r r'

nel corpo magnetico, invece di dQ , ho $I dl'$, il quale è un vettore, e stato che B è perpendicolare... ho prodotto vettoriale

dB perpendic. a $I dl' \times (r - r')$



dB copianza

perpendicolare al piano di dl' e $(r - r')$ che unisce i due pt.

Le cariche elettriche erano le sorgenti del campo elettrostatico.

Per il campo magnetico $\underline{I} d\underline{l}$ è la sorgente

$\underline{r}$ punto di osservazione, $\underline{r}'$ punto della sorgente

Se ho un circuito chiuso, e voglio sapere il campo magnetico generato totale, volo anche qui la sovrapposizione degli effetti

perché corrente nell'integrale potrebbe anche essere di verso diverso

$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\underline{I} d\underline{l}'(\underline{r}') \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

se la corrente elettrica in C sta attorno ad una un campo indotto magnetico

$\underline{r}'$ deve spazzare tutta la sorgente, integrale difficile tutto il circuito

NEL VUOTO

$$\mu_0 = \frac{4\pi}{\text{m}} \quad \text{dove } \mu_0 = \text{PERMEABILITA' MAGNETICA del VUOTO}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$[\mu_0] = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \frac{\text{m}^3}{\text{A m}^2} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}} \frac{1}{\text{A}}$$

$$\mu_0 = 10^{-7}$$

$$\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{sec}$$

$$= \frac{\text{V} \cdot \text{sec}}{\text{A m}} = \frac{\Omega \cdot \text{sec}}{\text{m}}$$

$$\Omega \cdot \text{sec} = \text{H}$$

Henry

$$[\mu_0] = \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

voglio campo indotto magnetico totale punto $\underline{r}$ solo da tutto il circ.

La corrente nell'integrale dovremo scriverla come

se ho sezioni diverse ho densità di corrente $\underline{j}$ diverse

$$\underline{I} = \iint_S \underline{j} \cdot \hat{\underline{n}} dS$$

quella che circola e la densità di corrente, ma siamo in condiz. stazionarie, anche se cambia densità

è sempre costante la corrente

potenziali

$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_C \frac{d\underline{\ell}'(\underline{r}') \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

INTEGRALE CIRCUITO

FORMA DI LAPLACE INTEGRALE

ESEMPIO FILO INFINITO

contributo infinitesimo per il campo magnetico (?)

$$d\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\underline{\ell}'(\underline{r}') \times (\underline{r} - \underline{r}') / |\underline{r} - \underline{r}'|^3$$

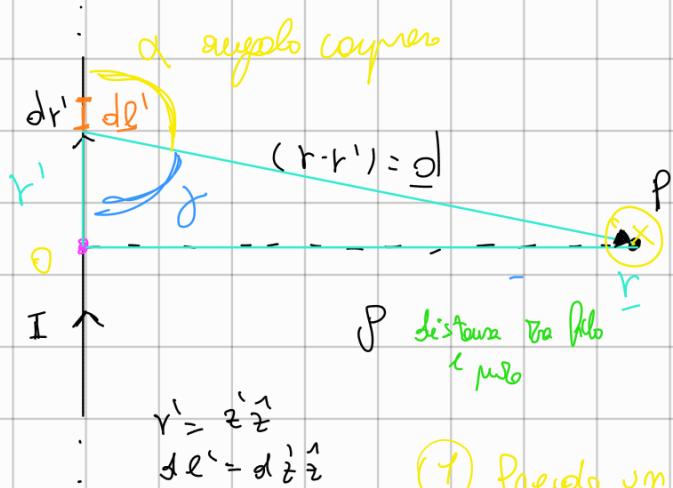
no filo infinito
percorso da corrente I

Prendo un
cercello di
filo infinito
si chiude
all'infinito

non uso Sys di riferimento per fare subito il calcolo

z

perpendicolare
vett linee



distancia elemento
da pto di osservazione

$d\underline{B}(\underline{r})$
elementare

P è il modulo
di $\underline{r}$

$$\underline{r} = \rho \hat{\rho}$$

P distanza tra filo
& pto

$$r' = z' \hat{z}$$

$$d\underline{r}' = dz' \hat{z}$$

(1) Prendo un $I d\underline{\ell}$ elementare. $\forall I d\underline{\ell}$ prendo un pto

• SU UNA CIRCONF di dist e costante

T. c. la dista e' la
stessa

Prendo sempre
un vettore che
è tangente alla
circonferenza
di raggio rho

Laplace mi dice che

$$d\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\underline{\ell}' \times \underline{\rho}}{|\underline{\rho}|^3}$$

Perché c'è $\hat{z}$ e $\underline{r} - \underline{r}'$

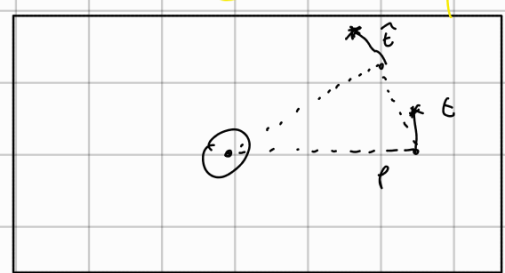
$$\text{dove } d\underline{\ell}' \times \underline{\rho} = I |d\underline{\ell}'| |\underline{\rho}| \sin \alpha \hat{e}$$

$$= I d\underline{\ell}' |\underline{\rho}| \sin \alpha \hat{y}$$

mano dx
verso entrato
nella pagina

verso tangente
alla circonferenza

HO SINTETIZZATO
CIRCUITO,
AMPERE
CONSTANTE



lungo circ.
la B non
cambia

uso SQR con il cos $\rho, \varphi, \hat{a}$
 $\hat{a}$ orientato come $\hat{r}$, rispetto al vettore



$$\rightarrow \underline{dB(r)} = \frac{\mu_0}{4\pi} I |dl'| \frac{|\underline{a}|}{|\underline{a}|^3} \cdot \text{seno } \hat{e}$$

$\hat{e}$ perpendicolare
 al piano
 che contiene
 $\underline{a}$ e $\underline{dl}'$

$|\hat{e}|$ sempre lo stesso

in ogni punto $\underline{dB(r)}$ rispetto
 all'asse

Modello

$$\underline{dB(r)} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{|dl'|}{|\underline{a}|^2} \text{seno}$$

regola la distanza
 integrale $\rightarrow$

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|dl'|}{|\underline{a}|^2} \text{seno}(dr')$$

variabile di
 integrazione r'
 che è
 stesso $\underline{a}$

Se cambio dz' , varia α
 ma ρ non varia

TRICK = cambio variabile, integrato in α

$$\Rightarrow \gamma = 180 - \alpha$$

e vedo che $|\underline{a}| \text{seno } \gamma = \rho = |\underline{r}|$

$$\frac{\rho}{|\underline{r}'|} = \text{tg } \gamma$$

$$\text{tg } \gamma = \frac{\rho}{z'} \quad |\underline{a}| \cos \gamma = r'$$

$$\sin \gamma = \sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\text{tg } \gamma = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{\sin \alpha}{\cos(180 - \alpha)} = -\text{tg } \alpha$$

$$\sin \gamma = \sin \alpha$$

$$\text{tg } \gamma = -\text{tg } \alpha$$

$$\Rightarrow |\underline{a}| = \frac{\rho}{\sin \alpha} \quad \frac{\rho}{|\underline{r}'|} = -\text{tg } \alpha$$

r' variabile di integrazione, che va da $-\infty$ a $+\infty$

Suma vector

$$r' = \frac{\rho}{\epsilon_0 \alpha}$$

$$\frac{dr'}{d\alpha} = \frac{\rho}{\sin^2 \alpha}$$

$$dr' = \frac{\rho}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dr' \sin \alpha}{|\underline{r}|^2}$$

$$g = |\underline{r} - \underline{r}'| \sin \alpha$$

$$= (r - r') \sin \alpha$$

può di esserlo. $\alpha = 0$, $\alpha \rightarrow 0$, $\alpha = \pi$, $\alpha \rightarrow \pi$

Cambio variabile, ρ non cambia perché dipende dal filo

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_0^\pi \frac{\sin \alpha \cancel{\sin^2 \alpha} \cancel{\rho}}{\cancel{\rho^2} \sin^2 \alpha} d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{\rho} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho}$$

LEGE SAVART

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho} \hat{t}$$

Se scelgo
in modo giusto

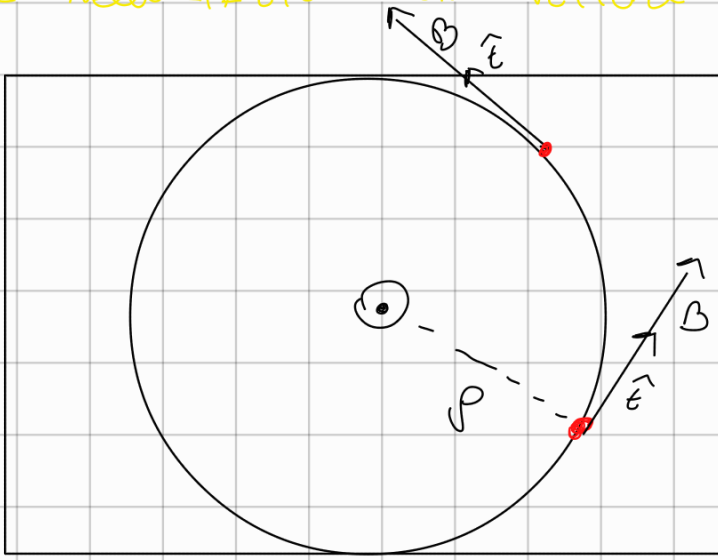
Sys
di rif.

- un filo percorso da corrente costante produce ad una distanza ρ un campo di induzione magnetica pari a

$\hat{t}$ è vettore Tangente alla circonferenza di raggio ρ che contiene il punto sorgente / distanza
ed è orientato in modo che sia nel piano

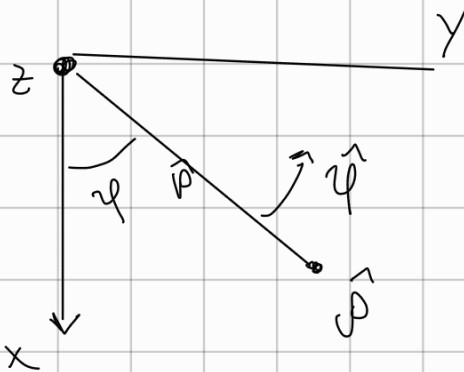
→ Campo indutt. MAGNETICA generato da un filo infinito percorso da corrente

Filo posto nello spazio UN VETTORE LONGE MAGNETICA
che ha APICED INV.
PROP. alla DISTANZA
(NON E' UNITA)
CONSTANTE LONGO P
IN OGNI PUNTO E'
PERPENDICOLARE al FILO
E DIST. da FILO



B tangente alla circ. e all'elemento del filo,
il campo diminuisce di $\frac{1}{\rho}$ NON UNITA

Se ho un sys di riferimento
posiziono il filo su una z , così ho un
sys di rif. cilindrico e φ ci è comodo

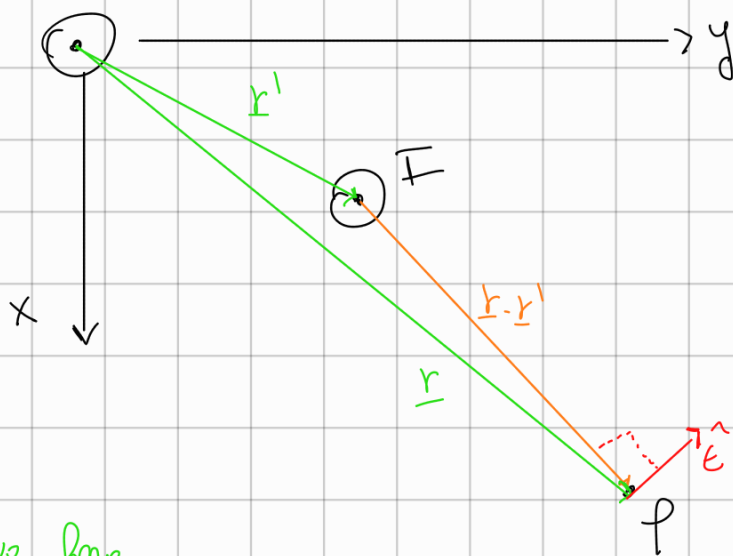


Se filo coincide
con asse z

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho} \hat{\varphi}$$

Se filo non coincide con asse z , ma
parallelo a z
r' distanza filo dall'asse sul piano xy

Generalizziamo



$$B(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{|\underline{r}-\underline{r}'|} \hat{\mu}_I \times \hat{\mu}_R$$

Per t due forp
prodotti vettoriali

verso sempre
orientato come la
corrente

$$\hat{\mu}_I \equiv \hat{z}$$

$$\mu_R = \frac{(\underline{r}-\underline{r}')}{|\underline{r}-\underline{r}'|}$$

verso orientato
come $\underline{r}-\underline{r}'$

$$\Rightarrow \hat{t} = \hat{\mu}_I \times \hat{\mu}_R$$

verso orientato
verso orientato
una corrente come $\underline{r}-\underline{r}'$

si calcola
su un piano

Se filo è storto, non vale più $\mu_I \neq \hat{z}$

$$\text{ma } \hat{t} = \hat{\mu}_I \times \hat{\mu}_R \text{ vale sempre}$$

FORMA GENERALE

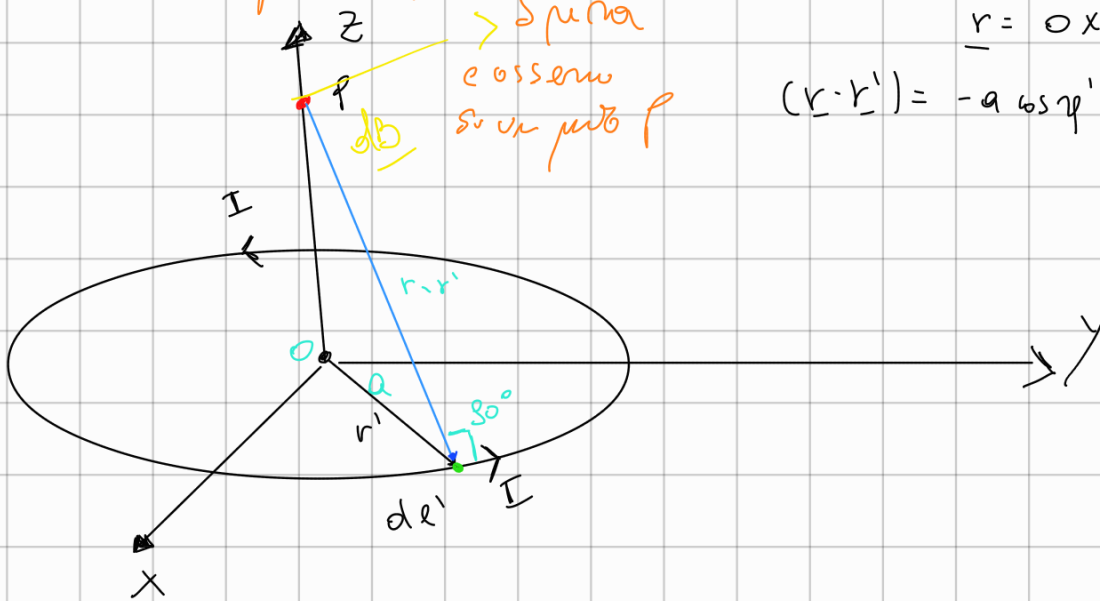
$$B(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{|\underline{r}-\underline{r}'|} \hat{\mu}_I \times \hat{\mu}_R$$

FORMULA
per qualsiasi
sistema di
ref.,
o più di
1 filo

CONFIGURAZIONE CAMPO INDUCE MAGNETICA SPIN

Voglio calcolare $B(r)$ sull'anello $B(z)$?

il filo fa un anello, spira di corrente
 > spira
 e osservo
 su un punto P

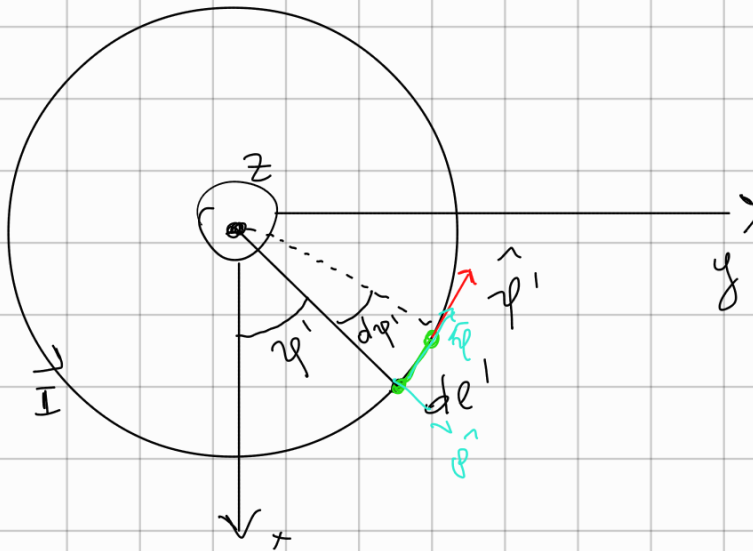


$$\underline{r} = 0\hat{x} + 0\hat{y} + z\hat{z}$$

$$(\underline{r} - \underline{r}') = -a \cos \varphi' \hat{x} - a \sin \varphi' \hat{y} + z\hat{z}$$

$$\underline{r}' = a \cos \varphi' \hat{x} + a \sin \varphi' \hat{y}$$

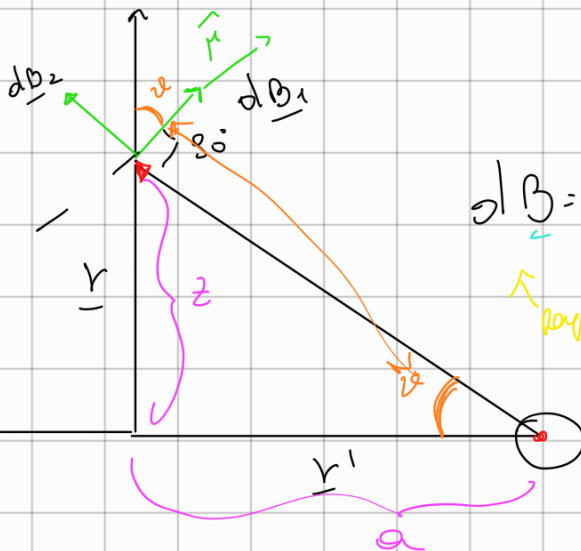
Come scavo $d\ell'$?



$$d\mathbf{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 I d\ell'(\underline{r}) \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

• Parametrizzo $d\ell'$ incrementando
 l'angolo

incremento di $2\varphi'$



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a d\varphi' \hat{\varphi}' \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

↑ raggio co. a
 e al piano xy

angolo tra $d\ell'$ e $\underline{r} - \underline{r}'$ è
 90°

$$dB^2 + dB^2 = dB_T^2$$

$$dB_T = 2 |dB| \cos \vartheta$$

$$\Rightarrow d\ell' = a d\varphi' \hat{\varphi}'$$

lunghezza
dell'arco

direz.

$$\underline{r} = z \hat{z}$$

se varia

$$\underline{r} - \underline{r}' = -a \cos\varphi' \hat{x} - a \sin\varphi' \hat{y} + z \hat{z}$$

$$|\underline{r} - \underline{r}'| = \sqrt{a^2 + z^2}$$

$\varphi, \underline{r}, \underline{r}'$
o' cost
in elipse

30°

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I a d\varphi' \hat{\varphi}' \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I a d\varphi' \cancel{|\underline{r} - \underline{r}'|}}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2} \hat{\mu} dB$$

Modello

direz. e verso $\hat{\mu}$ difficili, cambia $\hat{\varphi}$ e $\underline{r} - \underline{r}'$,
 $\hat{\mu}$ ruota attorno alla SPN

φ e $\underline{r} - \underline{r}'$ sono ortog.

$$\hat{\mu} = \hat{\varphi} \times (\underline{r} - \underline{r}')$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I a d\varphi'}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2}$$

Modello

$$\Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I a}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2} \int d\varphi'$$

PIÙ
META' CIRC.
valutata poi 2 volte
per simm

non cambia
mai

$$\Rightarrow \underline{B}_{TOT} = 2 B_1 \cos\vartheta \hat{z}$$

$$\underline{B}_T = \frac{2\mu_0}{4\pi} \frac{I a}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2} \cos\vartheta \hat{z}$$

$dB_1 + dB_2$
orientato verso $\hat{z}$

$$|\underline{r} - \underline{r}'| = \sqrt{z^2 + a^2}$$

$$dB_2(\vartheta) = \frac{2\mu_0}{4\pi} \frac{I a^2 d\varphi'}{\sqrt{a^2 + z^2}^3}$$

$$\sqrt{z^2 + a^2} \cos\vartheta = a$$

$$\cos\vartheta = \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}}$$

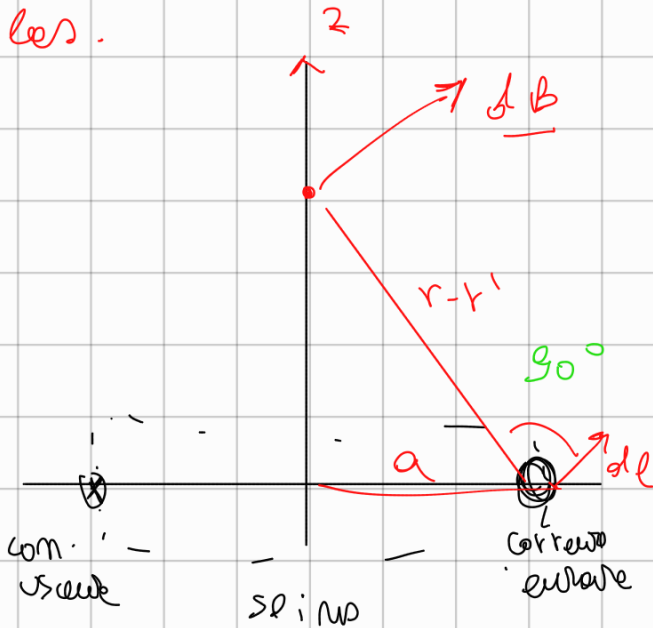
$$\Rightarrow \underline{B}(0,0,z) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I a}{(z^2 + a^2)} \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}} \hat{z}$$

$$\underline{B}(0,0,z) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z}$$

velocità del
campo generato da
una spina
sull'asse

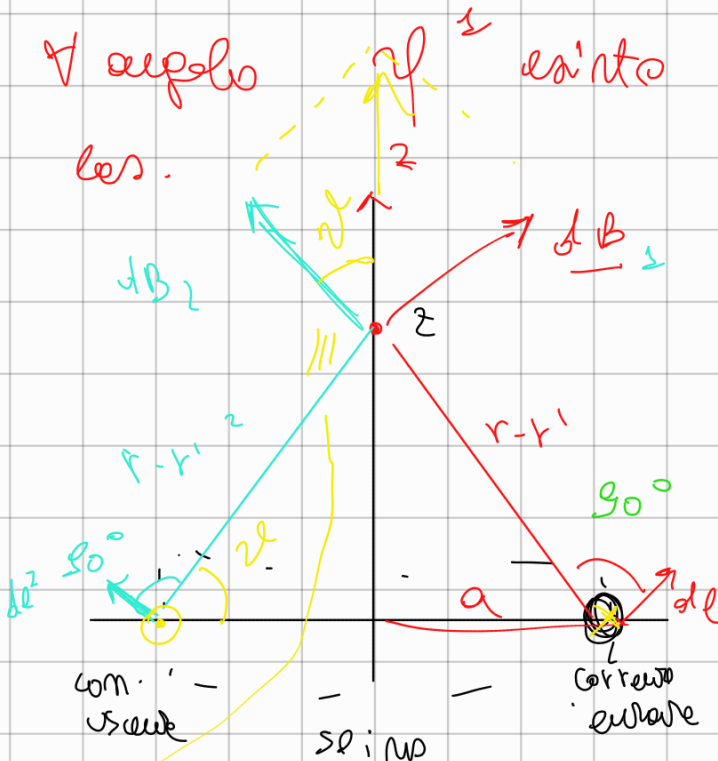
Campo magnetostatico generato da una
 spirale su un punto sull'asse z ,
 dove a e' il raggio della spirale

da cos.



ISO SIMMETRIA

∇ campo $\perp$ al piano xy esisto un elemento a φ^2 t.c.



$$|dB_1| = |dB_2|$$

$$dl_1 = dl_2 \quad I \cos \theta$$

$$dist_1 = dist_2$$

CONTRIBUTO
 ORIENTATO
 SOLO LUNGO z

$\underline{B}$ orientato verso z
 per SIMMETRIA

$$dB_z = dB_1 \cos \vartheta$$

ϑ angolo tra $\hat{r}$ e $\hat{z}$

$$dB_z = 2 dB(r) \cdot \hat{z}$$

$$\checkmark \quad |\underline{r} - \underline{r}'| \cos \vartheta = a$$

$$|\underline{r} - \underline{r}'| \sin \vartheta = z$$

considerando.

$$\underline{B}(z) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$z = 0$ (campo al centro della spira)

$$\underline{B}(0) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{a} \hat{z}$$

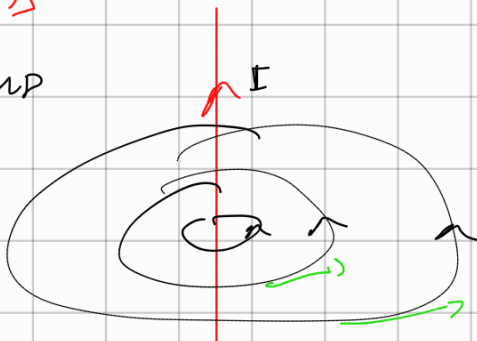
$$z \gg a \quad \underline{B}(z) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I a^2}{z^3} \hat{z}$$

va come $1/z^3$
va più nella
forza

analogia fonte con dipolo elettrico che
scade come $1/r^3$

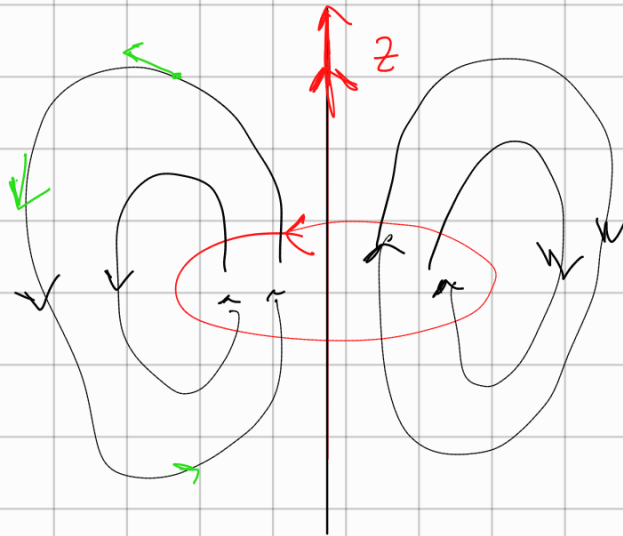
LINEE FORTE

FILLO RETTO percorso
da corrente



$\underline{B}$ tangente alle linee
forza

SPIN COM. COSTANTE



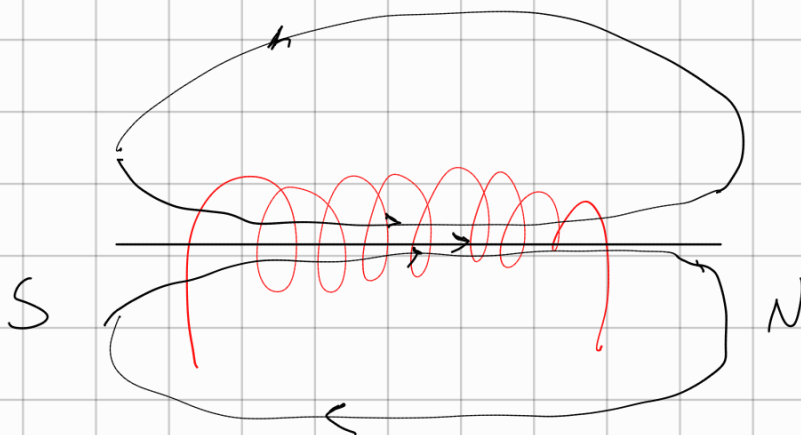
LINEE FORZE SONO
COME SE IL CERCHIO
CI FOSSE UN POLO UGUALE



COME SE ESISTESSA
DIPLO UGUALE

CAMPO MAGNETICO SOLENOIDE

, avvolgi la spina
percorso da corrente con



RISULTANTI LINEE
DI FORZA COME
SE FOSSE UN
MAGNETO PERMANENTE