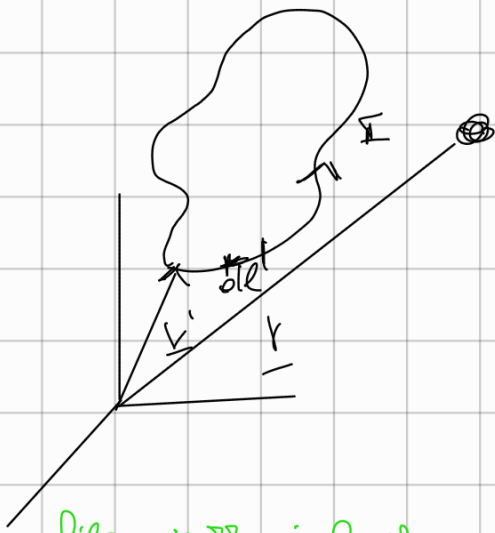
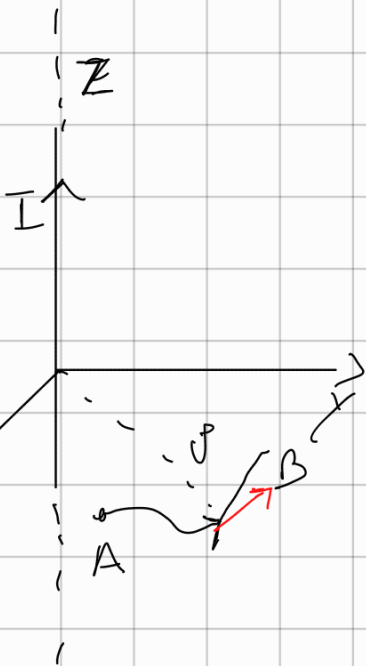




$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{dl' \times (r - r')}{|r - r'|^3}$$

Legge circuitali Ampere...

supponiamo filo rett. infinito percorso con corrente costante I da cui si sono punti in cui si calcola B e E



$$\oint E \cdot dl = 0$$

• Campo elettrostatico è conservativo

CIRCUITAZIONE (lavoro per unità carica da A a B a P)

$= 0$
 $L = \Delta V / Q$ e NON dipende dal percorso

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \hat{\varphi}$$

le linee di forza = solo circolari.

Prendo un cammino orientato (non li scorre corrente)

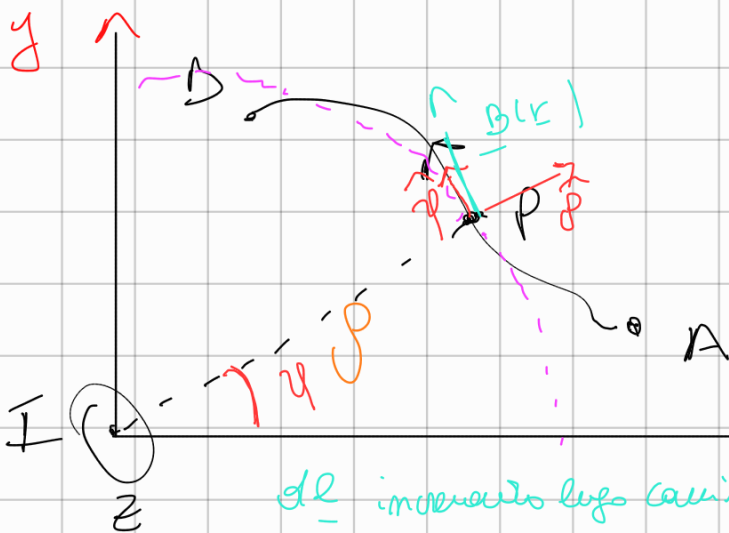
Filo orientato secondo asse z prendiamo sul piano xy una curva orientata

angolo che individua il piano xz

$$P = (\rho, \varphi, z)$$

posto di un cammino

raggio cilindrico



dl incremento lungo cammino AB

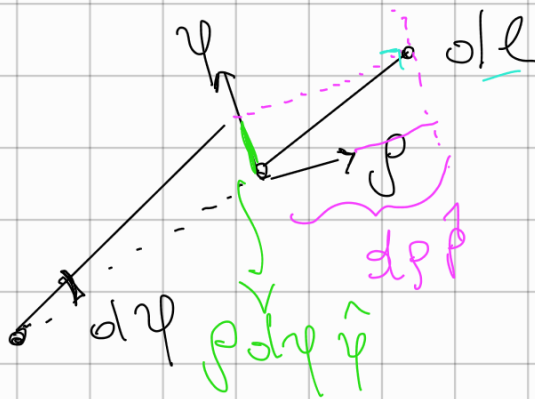
φ tangente alla circ. di raggio ρ che interseca il piano xy

Prendiamo un punto del cammino orientato,
individuato dalle coordinate algebriche

Corpo involuzione magnetica nel punto P e'

$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho} \hat{\varphi}$$

Prendo un tratto orientato del
cammino e lo chiamo dl
il punto lo posso scomporre in
due direzioni ortogonali
(non x, y) ma ρ e φ



proietta lungo ρ e φ

$$d\underline{l} = \overset{\text{incremento } \rho}{d\rho} \hat{\rho} + \overset{\text{angolo azimutale}}{\rho d\varphi} \hat{\varphi}$$

somma di 2 incrementi

Proviamo a calcolare la circuitazione
del campo di ind. magn. lungo
il percorso AB

$$\int_A^B \underline{B}(\underline{r}) \cdot d\underline{l}$$

diretto come φ posso calcolare

$\hat{\varphi} \perp \hat{\rho}$
solo contributo
lungo $\hat{\varphi}$

allora espando
di $\underline{B}$ e $d\underline{l}$, quindi
sostituisco

11

↑
 proiezione di
 B lungo $\hat{r}$, da collocare in
 tutti i punti del
 cammino

$$\int_A^B \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \hat{\varphi} \cdot (d\vec{r} + r d\varphi \hat{\varphi}) =$$

φ e r sono costanti.

$$= \int_A^B \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_A^B d\varphi$$

Conta solo l'angolo di partenza e
 l'angolo finale, la forma del
 cammino non conta

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} I (\varphi_B - \varphi_A)$$

è un cammino
 orientato, se
 calcolo il cammino
 inverso da B verso
 A

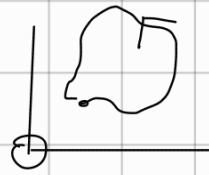
$$\Rightarrow \int_B^A B(r) \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} I (\varphi_B - \varphi_A)$$

conta solo
 angolo
 iniziale
 e finale

è lo stesso integrale
 ma cambiato di segno,
 quindi

Se prendo un circuito chiuso, l'integrale

è 0



Faccio un filo
completo
girando attorno
al filo

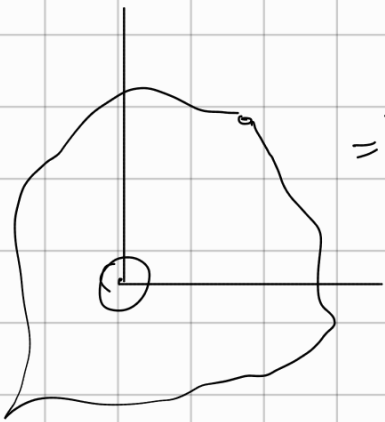
$$\Rightarrow \oint_C \underline{B(r)} \cdot d\underline{l} = 0$$

$$\varphi_B = \varphi_A + 2\pi$$

$$\varphi_B - \varphi_A = 2\pi$$

Se però chiudo il circuito
facendo un filo completo attorno
alla corrente ...

filo attorno
alla corrente



$$\Rightarrow \oint_C \underline{B(r)} \cdot d\underline{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} I (\varphi_A + 2\pi - \varphi_A)$$

$$= \mu_0 I$$

dunque nel nostro caso ...

loso campo indotto, rispetto a
se il filo "attorno alla corrente"

$$\oint_C \underline{B(r)} \cdot d\underline{l} = \begin{cases} \pm \mu_0 I \\ 0 \end{cases}$$

+ senso opposto
concorrente alla
corrente, zero

- senso opposto
rispetto alla
corrente

se non
concorrente I
comune

può
essere
esteso a
un caso
generale

se il percorso lo faccio "al contrario"

$$= -\mu_0 I$$

Se non filo attorno
alla corrente

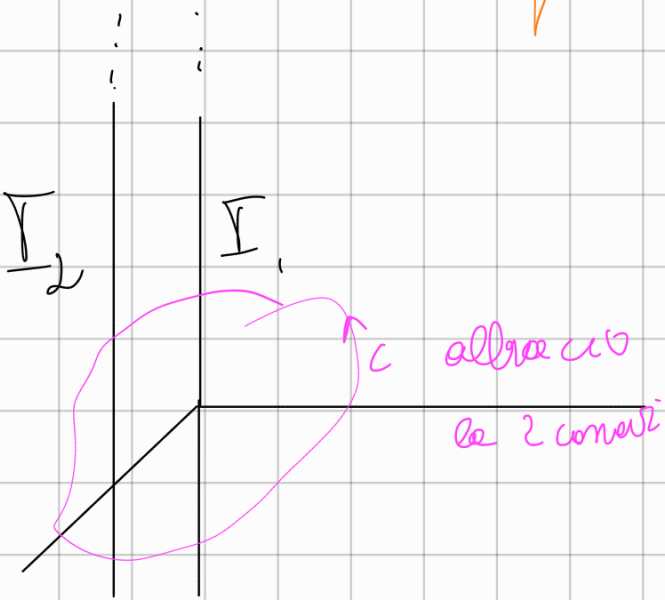


è importante anche il verso di percorrenza

Se in modo concorde o non della corrente

Se ho 2 fili:

D e' fatta di due inclusioni diverse



in ordine

Se circuito si concat. con la corrente, $\mu_0 \pm \mu_0 I$

altrimenti 0 (non concatenato)

+ se verso percorra
concorda o meno alla corrente

Calcolo dunque la circuitazione di due

$$\oint_C \mathbf{B}(r) \cdot d\mathbf{l} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N \mu_0 I_i \\ 0 \end{cases}$$

^{circuito} LEGGE DI AMPERE

in cui ogni corrente viene percorsa in maniera concorde alla corrente, per avere segni concordi

Legge di Circuitazione di Ampere

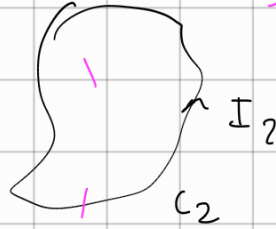
Il circuito che faccio e' concatenato alla corrente

vale $\mu_0 I$ se concatena la corrente I ,
vale 0 se non

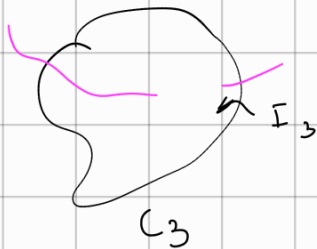
DA VIDEO LET

Caso più complicato

Prendo una linea, dico la SUP.
che si appoggia sulla
linea chiusa...



Se le 3 correnti
abbraccio la SUP
della la corrente



Scoro
corrente I3

qui corrente verso
in B

circuito 3

$$\oint \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{L} = \int \sum_{i=1}^N \pm \mu_0 I_i$$

0

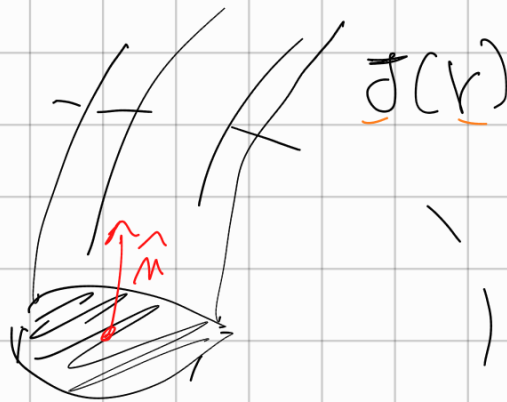
Se linea non
abbraccia verso
corrente

Se faccio n volte il giro $\sum \mu_0 I$

VERSIONE DIFF. della legge di LAMBERT

IL Campo di INDUZIONE MAGNETICA NON È Conservativo

dato un tubo di flusso
ho COMENTE dello
del Flusso, trasporto di
cariche



la superficie
del conduttore
sono essere più
piccola della sp.
aperta dove si
appoggia

es I non unif.

SIA S una
SOLERFICIE PIÙ
grande del tubo
di FLUSSO

Ho un
TUBO DI FLUSSO

densità corrente di
Circuito

CONTORNO
ORIENTATO
VERSO
PERCORRENZA

CORRENTE DI
CONDUZIONE

$$I = \iint_S \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dS$$

Si prende un vettore densità di
corrente

Stiamo parlando di DENSITA'
DI CORRENTE DI CONDUZIONE
dovute ai portatori di carica

QUI ABBIAMO CORRENTI DI

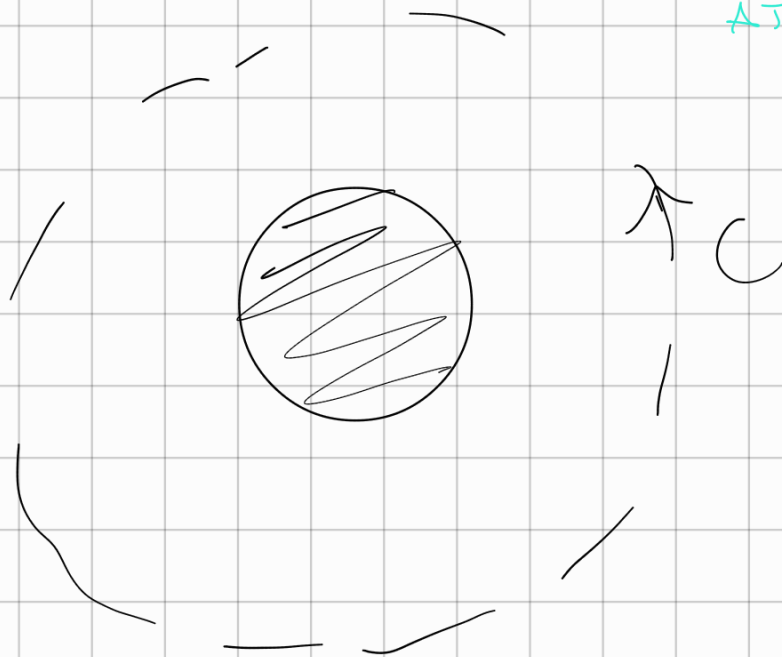
CONDUZIONE, cariche in moto

che si muovono alla velocità di deriva.

ESSENDO CI

TRASPORTO
DI CARICHE,
ATTORNO CI SONO

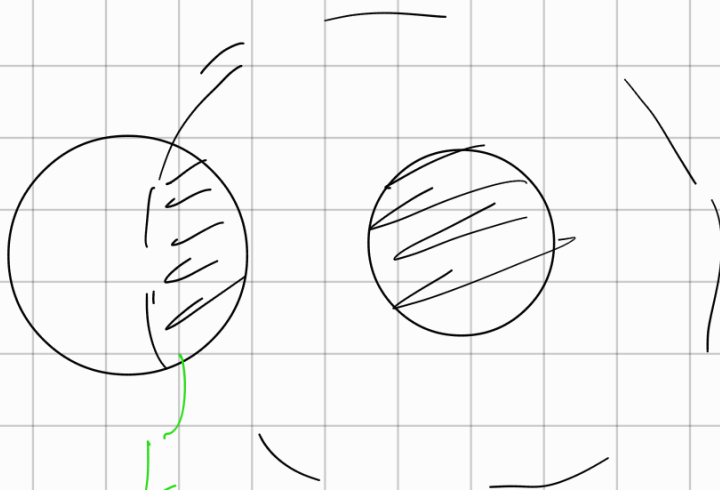
B(r) campo
induc. Magnetico



Corrente
paralela
qu.

Completamente
radiale

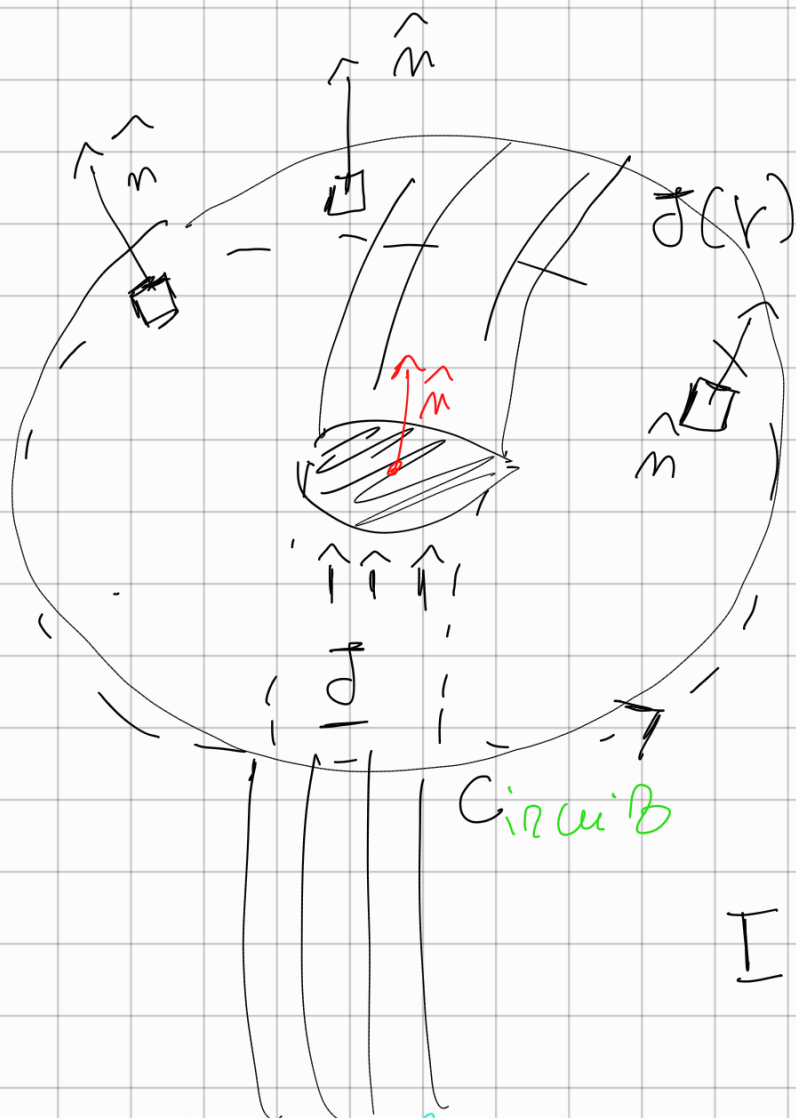
se ci
corrente



Corrente di
conduzione che considero

la corrente di conduzione e' prob
che ... regioni 60 min

qual e' la normale sta
prendere? quella che
rispetta la regola
della mano destra



Faccio giri attorno al contorno

$$\oint_C B(\vec{r}) \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I = \mu_0 \iint_S \vec{j}(\vec{r}) \cdot \hat{n} \, dS$$

$\vec{r}$ punti del contorno $\vec{r}$ dove c'è corrente dove $\vec{j} \neq 0$

prendo una superficie piana che ha
appoggia sul contorno, tale che
il contorno e la normale $\hat{n}$

rispettiamo la regola alla mano
destra

USO STOKES

Come (S) quella che contiene C

Se su S non c'è nessuna J,

allora $\oint \underline{B}(\underline{r}) \cdot d\underline{l}$ è 0

STOKES = CIRCOLAZIONE

= Flusso del rotore
adimensionale

la superficie aperta deve essere chiusa come
un contorno C si apre su C

Teorema di STOKES
e DIVERGENZA, il
vi uso qui

Flusso ROTORE

$$\oint_C \underline{B}(\underline{r}) \cdot d\underline{l} = \iint_S [\nabla \times \underline{B}(\underline{r})] \cdot \hat{n} \, dS$$

Teorema di STOKES

$$= \mu_0 \iint_S \underline{J}(\underline{r}) \cdot \hat{n} \, dS$$

la normale
e la superficie
sono la stessa

però l'area è diversa

$$\Rightarrow \iint_{\underline{S}} [\nabla \times \underline{B}(\underline{r})] \cdot \hat{n} \, dS - \mu_0 \iint_{\underline{S}} \underline{J}(\underline{r}) \cdot \hat{n} \, dS = 0$$

condizioni la stessa NORMALE E SUPERFICIE

$$\Rightarrow \iiint_S \left\{ [\nabla \times \underline{B}(\underline{r}')] - \mu_0 \underline{j}(\underline{r}') \right\} \cdot \hat{n} dS = 0$$

nel punto $\underline{r}$, buona app.

Dato un corpo Σ
in cui ho un filo di
indot magnetica

$\underline{B}$. Se in
quel punto $\underline{j}$
avete $\underline{j} \neq 0$

allora
ANCORA $\underline{B}$:
FLUSSO $\underline{j}$

• punto per punto

$$\nabla \times \underline{B} = \mu_0 \underline{j}(\underline{r})$$

Legge di AMPERE in

FORMA DIFFERENZIALE

In ogni punto ho una uguale
e se sono fuori, non c'è densità.

di corrente, vale punto punto
sono correnti di conduzione (danno in
condizioni statiche)

$$\forall \underline{r} \quad \underline{j}(\underline{r}) = 0 \quad \text{NO DENSITA' CORR.}$$

$$\text{allora } \nabla \times \underline{B}(\underline{r}) = 0$$

FLUSSO DI $\underline{B}$

La divergenza del vettore

campo elettrostatico che

regola a

avendo trovato nel caso elettrostatico

$$\text{Legge Gauss. } \iiint_V \underline{E} \cdot \underline{n} dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \underline{E}(r) = \frac{\rho(r)}{\epsilon_0}$$

Dielectric $\nabla \cdot \underline{D}(r) = \rho(r)$ where $\underline{D}$ is the electric displacement vector

Se penso una carica, le linee si convergono nella carica

da $\oint_C \underline{E} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S \nabla \times \underline{E} = 0$

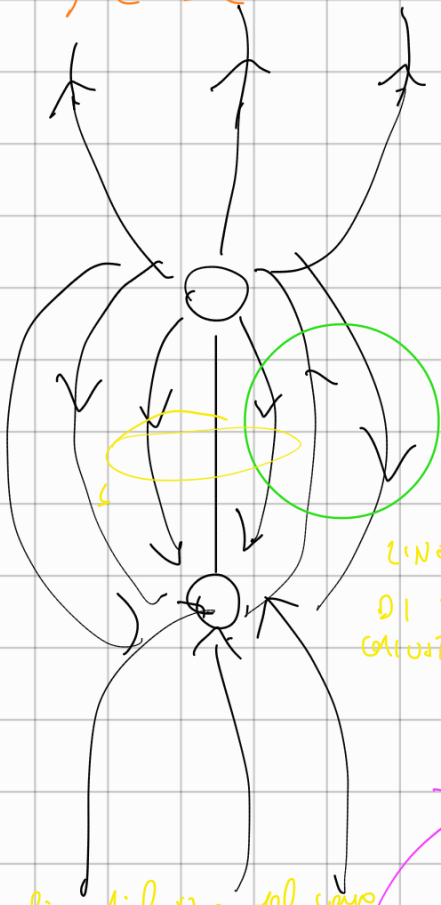
1 e se ho un dipolo elettrico

nel caso costante $\underline{D}(r) = \epsilon_0 \epsilon_r \underline{E}(r)$

caso magnetico... sorgenti sono i magneti, non i correnti stazionari

qui la divergenza è 0

$\nabla \times \underline{B} = \mu_0 \underline{J}(r) \neq 0$ Campo mag. NOTAZIONE: $\underline{B}$



LINEE DI FORZA CHIUSE

ma non esistono le cariche magnetiche

trovare una sup. le linee di forza entrano ed escono

$$\nabla \cdot \underline{B}(r) = 0$$

GAUSS DIFF PER CORRENTI INDEP.

non ci sono linee che entrano o escono ad una carica magnetica

le linee di forza del campo magnetico sono sempre chiuse

SOLENOIDE perché non esistono le cariche magnetiche la divergenza è sempre 0

il valore invece è $\mu_0 \underline{J}(r)$ $\iint_S \underline{B}(r) \cdot \hat{\mathbf{n}} d\mathbf{s} = 0$

questo volume elementare

$\iiint_V \nabla \cdot \underline{B} dV = 0$

TEO DIVERGENZA

NON ESISTONO CARICHE MAGNETICHE

le linee si fanno chiuse

linee chiuse ed aperte

non esiste... divergenza e'

Se il rotore $e' = 0$,

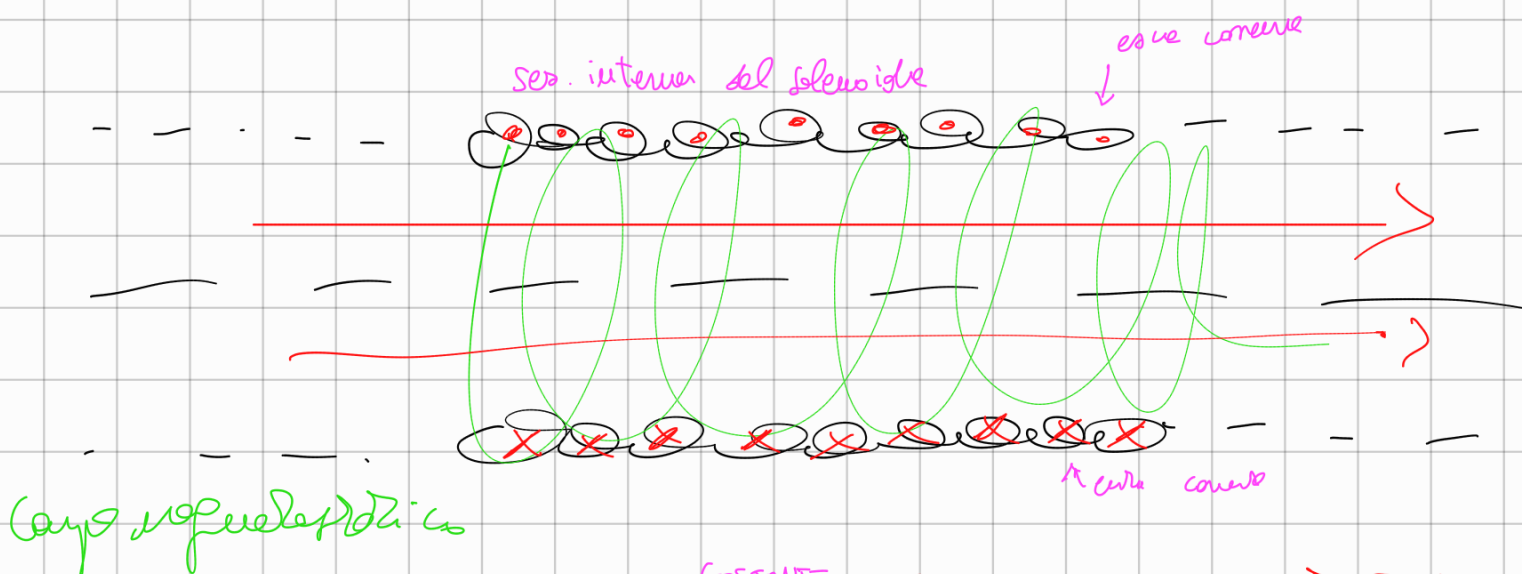
1) ROTAZIONE

nessuna più sotto lesione

2
FINE
TEORIA

applicazione
Forze di Lorentz

SOLENOIDE INFINITO



$B(z) =$
al centro

$$\mu_0 N I$$

costante
in tutti
i punti

Campo magnetico
solo dentro

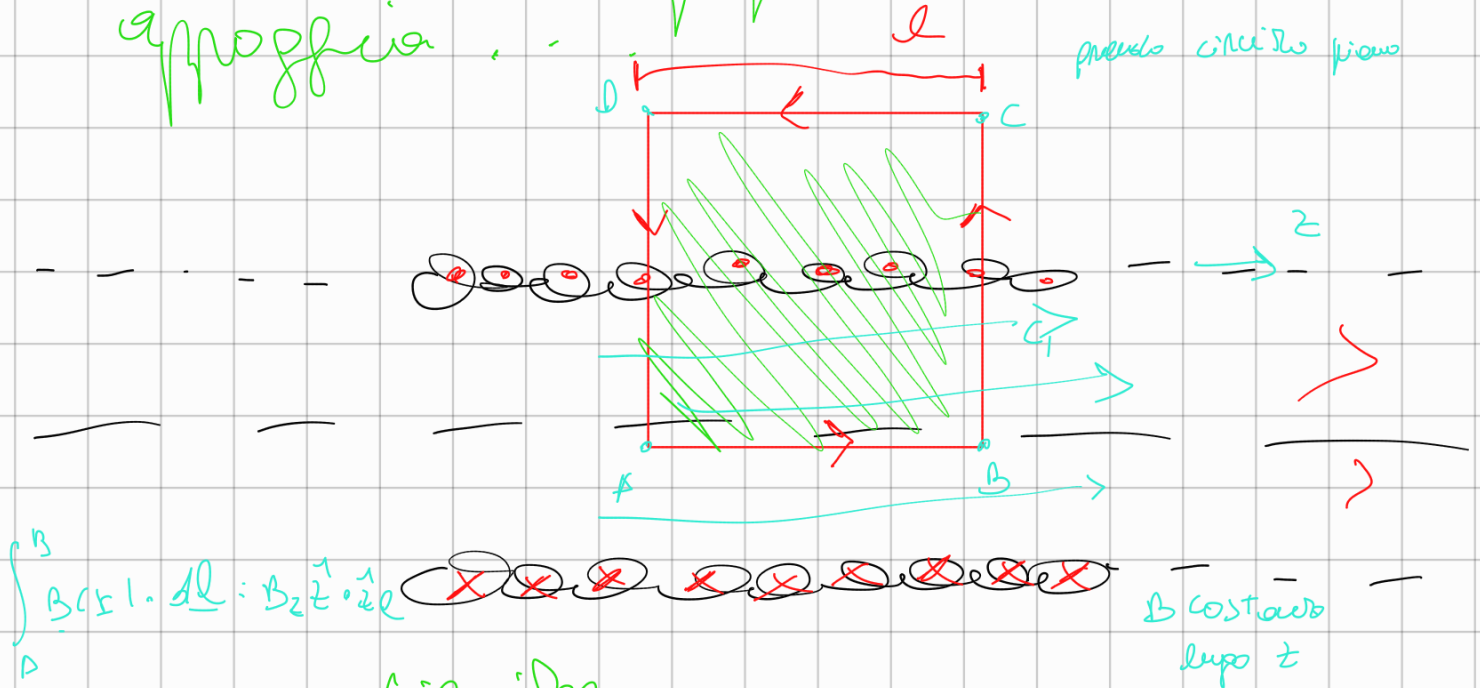
dove
$$N = \frac{N_{spine}}{m}$$

spine per unità di lunghezza

uso capacità enorme per calcolare campo magnetico

Considero questo circuito $ABCD$.

in verde la superficie che si appoggia...



$$\int_A^B \underline{B}(\underline{r}) \cdot d\underline{l} = B_z \hat{z} \cdot \hat{z} l$$

Circuitos.

$$\oint \underline{B} \cdot d\underline{l} = B l + 0 + 0 + 0 = B l$$

LINIE FORZA appaiono
sono tutte focalizzate a z

→ sezione infinita, CAMPO FUORI E' ZERO

→ DENTRO $\underline{B} \cdot d\underline{l} = 0$ ORTOGONALE

sono portate a destra μ_0 . tutte le correnti concorrenti

$$\int_C \underline{B}(\underline{r}) \cdot d\underline{l} = \mu_0 \int_C \underline{J}(\underline{r}) \cdot \hat{n} dS$$

il tratto è lungo l, ci sono $I(N)$ correnti, tutte correnti ci sono in L

UNICO CHE RIMANE E' TRATTO AB

$$B l = \mu_0 N l I$$

$$B = \mu_0 N I$$

μ_0 $\frac{Vs}{Am}$

Campo al centro di un solenoide infinito

Comunque
superficie

usare

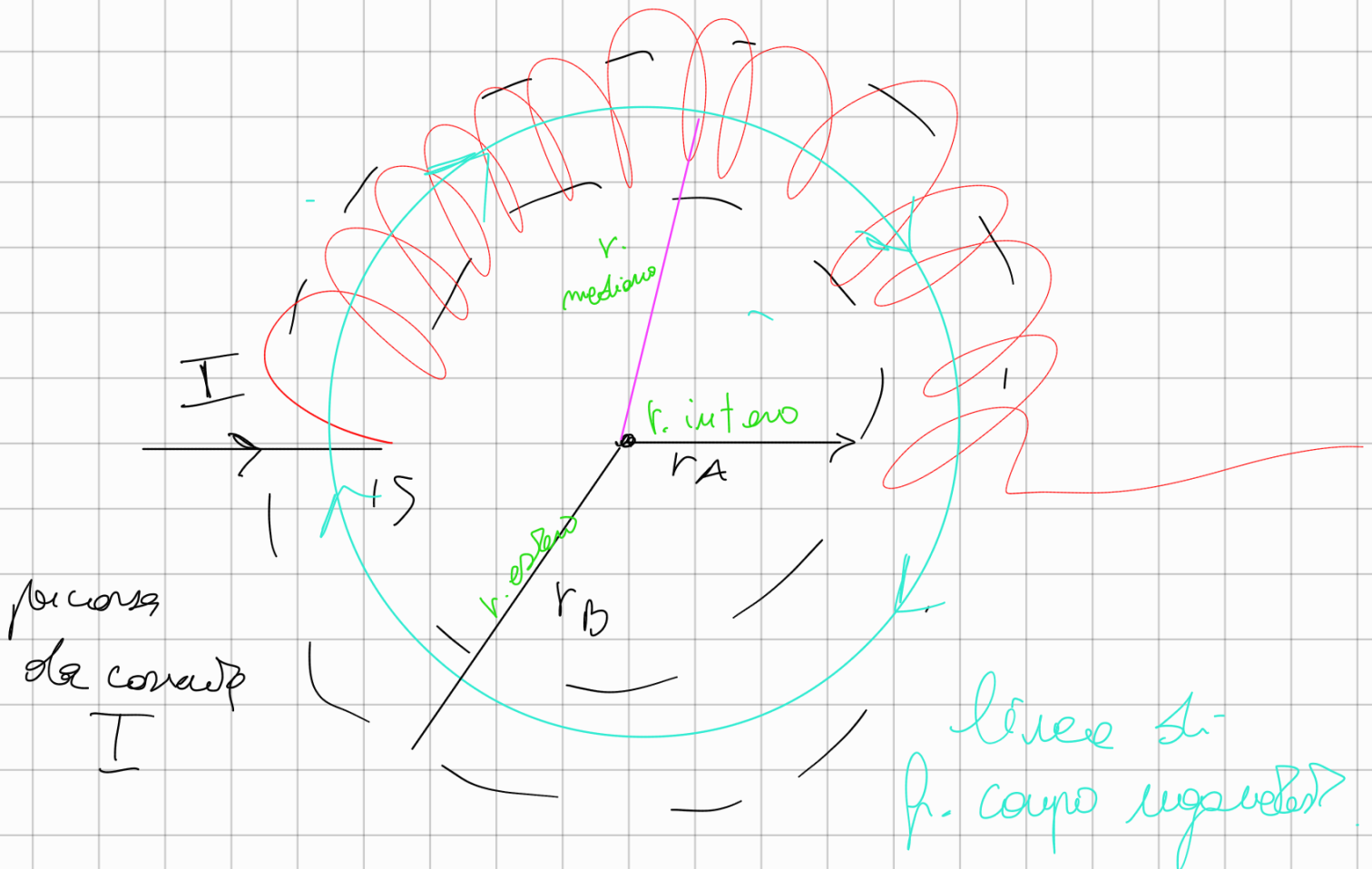
la legge di

N

$$\underline{B} = \mu_0 N \underline{I} \hat{z} \quad \text{costante}$$

Altro esempio

SOLENOIDE TOROIDALE IN PNL



1) Campo magnetostatico generato esternamente è NULLO

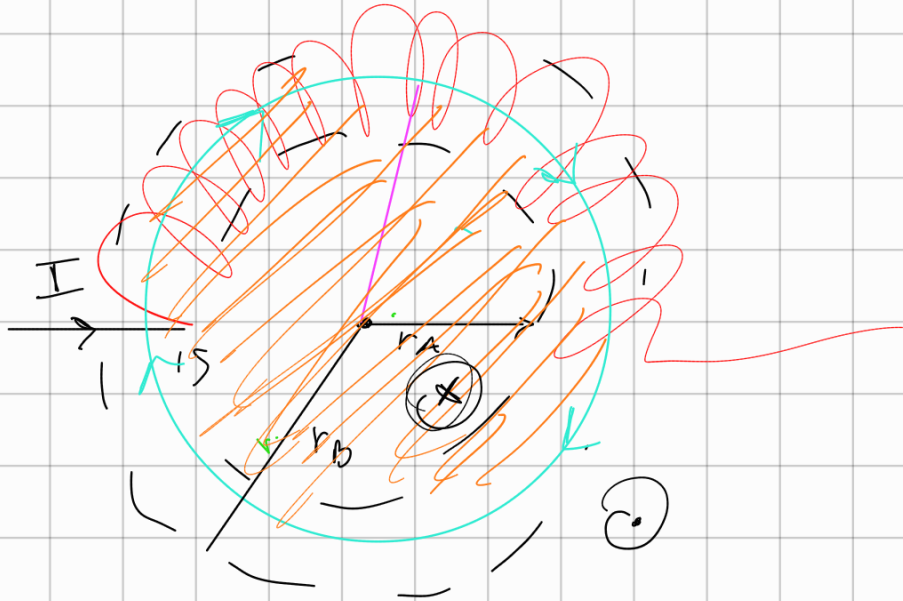
$$L = 2\pi r$$

Limite
aperto

lunghezza
raggio
 $B \cdot 2\pi r_m = \mu_0 n I$
media

numero
spire
N · l = m

Superficie aperta
fuori si ripete, ...



la corrente entra una volta per giro
spira

al centro

$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{n I}{r_m} \frac{W \cdot l}{m^2}$

#spire

Se mi sposto dal
centro, il denominatore
cambia, più deboli sulle parti esterne

Se $V_B - V_A \ll V_m$

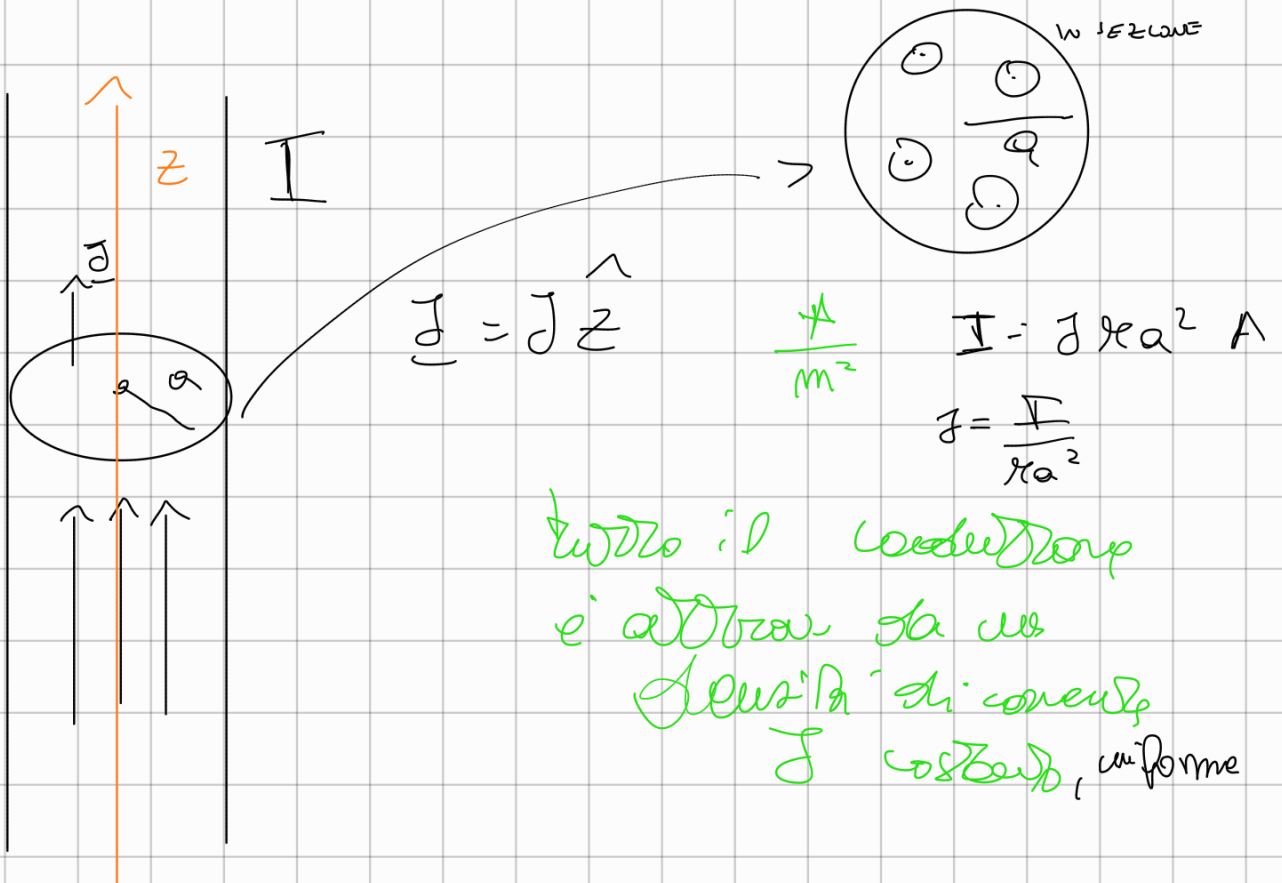
avolo grande, piccoli analizzato

posso dire che B è costante

FILLO INFINITO DI SEZ. A

dentro il cilindro la densità costante di corrente

Filo è un cilindro



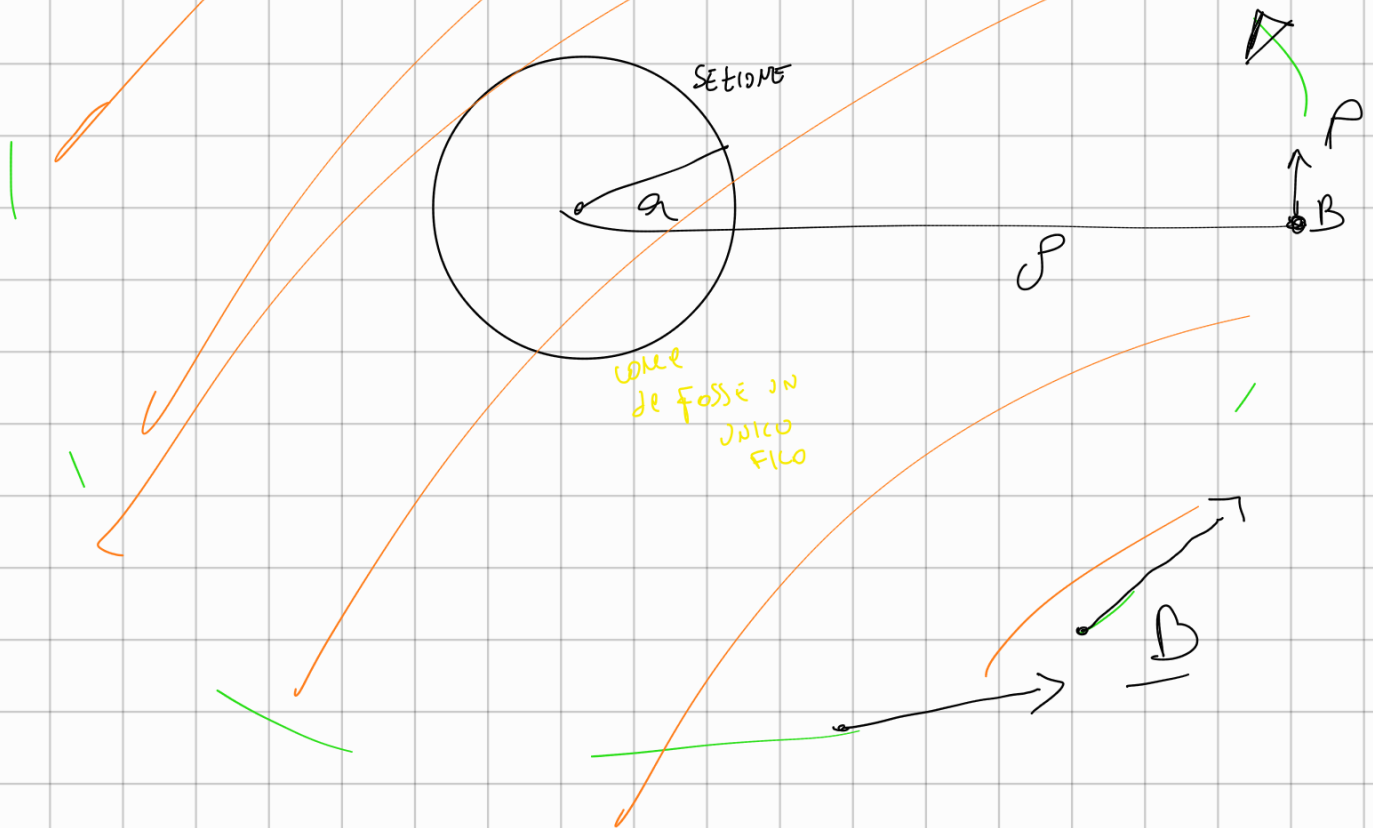
campo ind. magnetico
dentro e fuori il cilindro,
uso una volta area

$$\pi a^2 I \Rightarrow J = \frac{I}{\pi a^2} \frac{A}{m^2}$$

Ho una sezione perfettamente circolare

$$B(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho}$$

LEGGE BIOT
SAVART



perché in tutti i punti si ha
canc. di ρ il valore B sarà

e B sarà costante in tutti
i punti della circ. e tangente

DENTRO, CONSIDERO UNA CIRCONFERENZA C

Prendo una circ. INTERNA
percorso su

e facendo la circonferenza
anche fuori

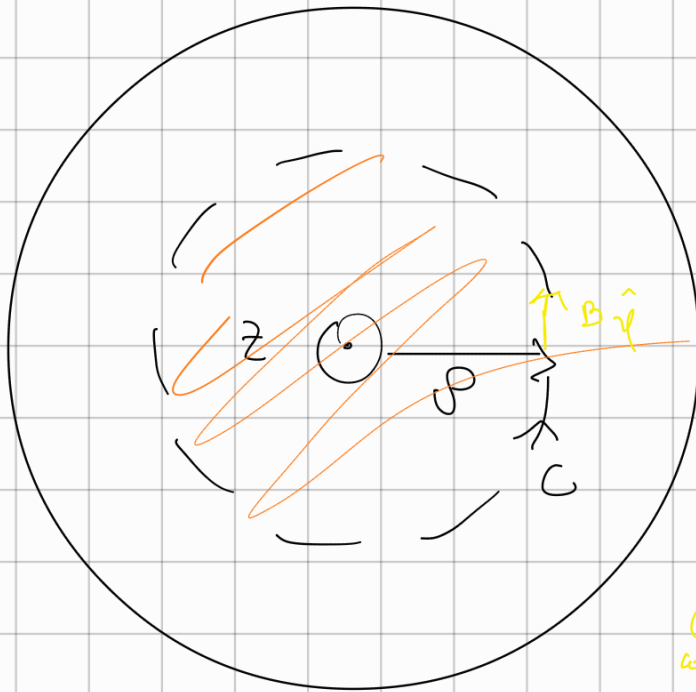
$$\oint_C B(r) \cdot dl = B 2\pi \rho = \mu_0 I$$

$$\underline{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \hat{t} \quad \text{Biot Savart.}$$

non cambia niente se il
conduttore ha una densità
di corrente costante. $\hat{t}$

e dentro al conduttore?

$$r < A$$



Campo dentro, ovunque
costante, $\hat{t}$ costante

B_{ϕ}

in tutti i punti della circonferenza B
è costante e orientata allo
stesso modo

superficie che si applica
al calcolo,

$$B 2\pi r = \mu_0 I \pi r^2$$

$$J = \frac{I}{\pi A^2}$$

Corrente concorrente

$$B_{\phi} 2\pi r = \mu_0 \int \underline{J} \cdot \underline{\hat{n}} dS \quad S = \pi r^2$$

importante! $\oint$ costante e ALLINEATO con $\hat{n}$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \oint \rho \, \hat{z}$$

$r < a$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{a^2} \rho \hat{z}$$

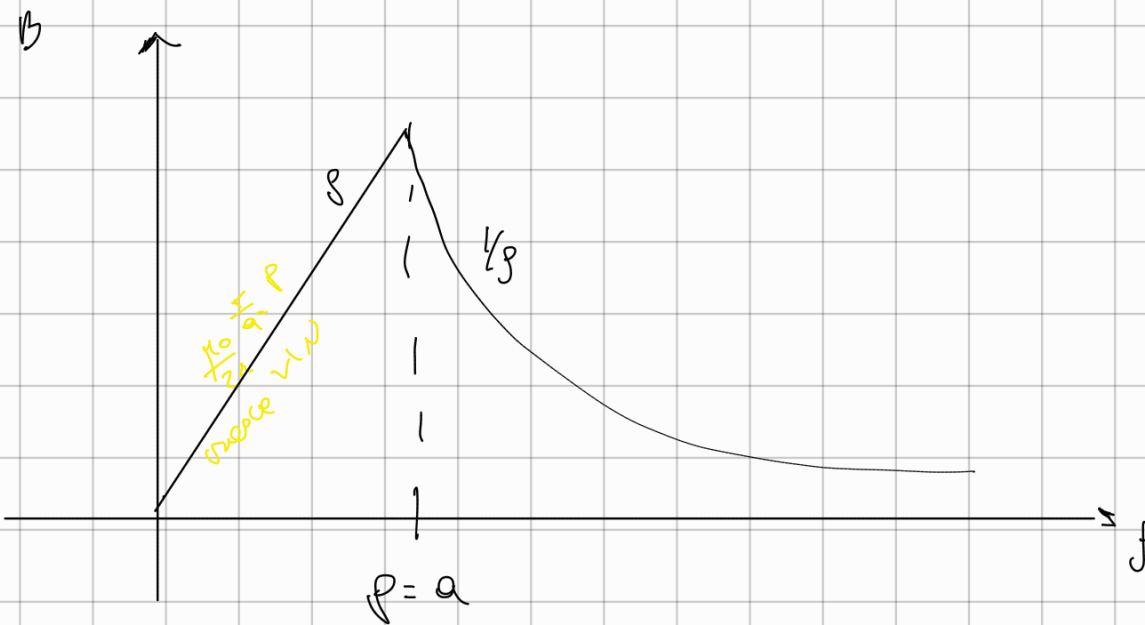
vale $\frac{\mu_0}{2\pi} \oint \pi a$

$$\hookrightarrow B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a^2} \rho \hat{z}$$

dentro
il filo

Sulla Superficie

e poi diminuisce



campo magnetico

vale max sulla Superficie

cresce all'interno, max su a e

poi decresce

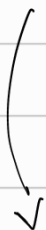
per un corpo magnetico

$$\oint_C \underline{B}(\underline{r}) \cdot d\underline{e} = \mu_0 \oint_S \underline{j}(\underline{r}) \cdot \hat{n} dS$$

se ho corrente flowing

$$\oint_C \underline{B}(\underline{r}) \cdot d\underline{e} = \begin{cases} \sum_{i=1}^n \mu_0 I_i \\ 0 \end{cases}$$

se non conosco
la corrente



$$\nabla \times \underline{B}(\underline{r}) = \mu_0 \underline{j}(\underline{r})$$

corpo magnetico
non conservativo

→ poiché $\oint_S \underline{B}(\underline{r}) \cdot \underline{n} dS = 0$

$\int_{div.}$

$$\nabla \cdot \underline{B}(\underline{r}) = 0$$

linee di forza sempre chiuse