

Vettori unitari, terza Cartesian, intersezione
di 3 assi.

vettore in un punto Somma di 3 componenti.

$$\mathbf{A}(x, y, z) = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z}$$

punto di osservazione
punto dove è associato il
vettore $\mathbf{A}$

Stessa posizione può essere individuata da coord. polari
cilindriche, definite dalle coord ρ, φ e z .

Vettori costanti, vettori tangenti alle superfici.

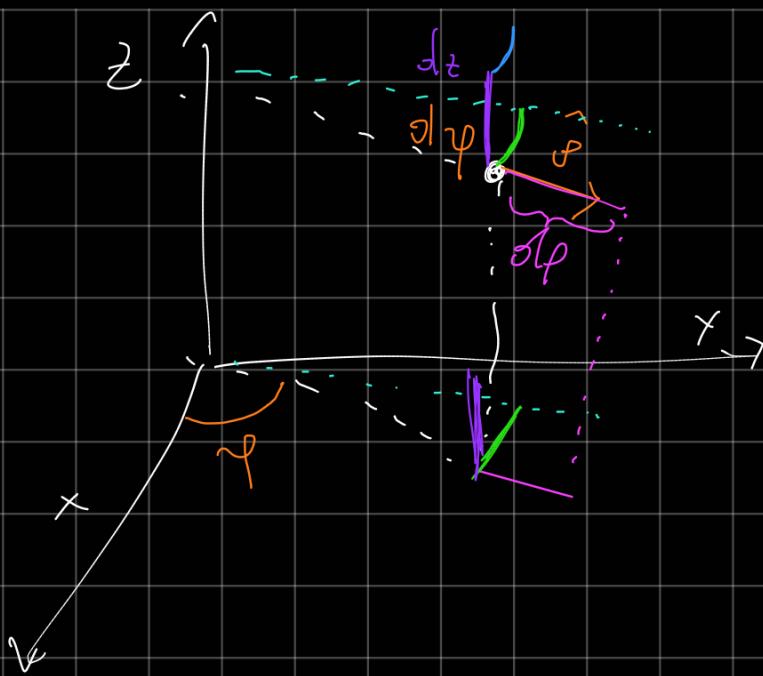
$\hat{z}$ vettore perpendic. alla sup. cilindrica
 $\hat{\varphi}$ perpendic. al piano xz e tangente alla sup. cilindrica
 $\hat{\rho}$ parallelo a $\hat{z}$

Se cambi posizione del punto ρ e φ cambia posizione
nello spazio

ρ e φ collegati

$$\hat{\rho} = \cos \varphi \hat{x} + \sin \varphi \hat{y}$$

Valori differenziali



$dr \hat{r}$ increment r lungo $\hat{r}$

$r d\varphi \hat{\varphi}$

$dz \hat{z}$

$$d\ell = dr \hat{r} + r d\varphi \hat{\varphi} + dz \hat{z}$$

$$dS_r = dr dz \hat{r}$$

$$dS_\varphi = dr dz \hat{\varphi}$$

(ha normale $\hat{r}$)

volume associato a questi 3 incrementi

$$dV = dr r d\varphi dz$$

$$dS_z = dr d\varphi \hat{z}$$

In generale posso scrivere

$$\underline{A}(r, \varphi, z) = A_r(r, \varphi, z) \hat{r} + A_\varphi(r, \varphi, z) \hat{\varphi} + A_z(r, \varphi, z) \hat{z}$$

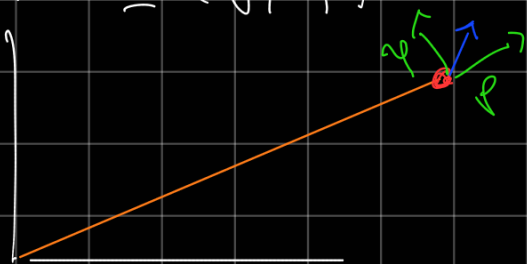
Se sono su un piano a z costante

$$\underline{r} \text{ sarà } \underline{r} = r \hat{r} + \varphi \hat{\varphi} + 0 \hat{z}$$

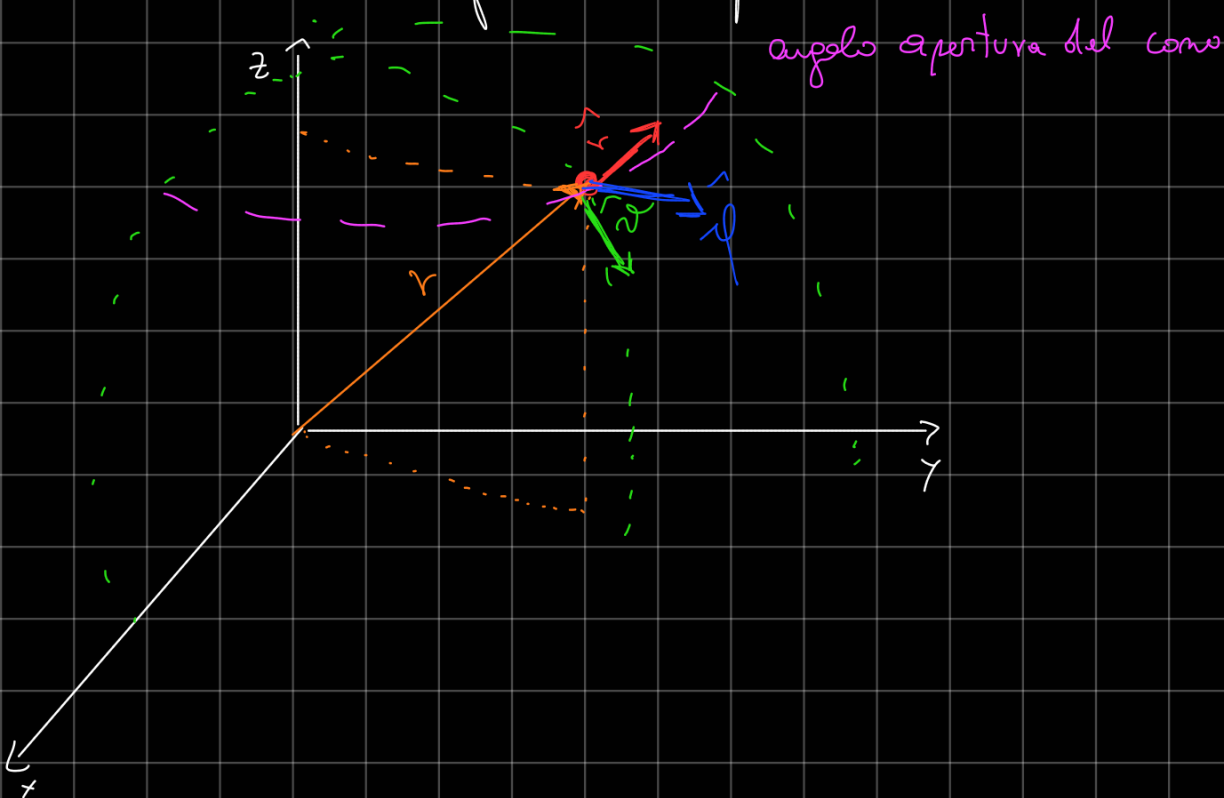
un generico vettore sarà

avrà componenti lungo $\hat{r}$ e $\hat{\varphi}$

$$\bullet \underline{A}(r) = \underline{A}(r, \varphi) = A_r(r, \varphi) \hat{r} + A_\varphi(r, \varphi) \hat{\varphi}$$



Coordinate polari sferiche



1) Si prende una sup. sferica con centro nell'origine che passi per quel punto. essa avrà un raggio dove incontra il polo (raggio)

2) Prendo un cono, apro il cono, angolo di apertura finché non tocchi il polo

L'intersezione tra il cono e la sfera è una circonferenza

3) il terzo polo lo stesso prendo il piano xz , che lo giro finché non intersechi il polo, avendo un angolo φ

avrei 3 coordinate $(\rho, \vartheta, \varphi)$

dove $0 < \rho < \infty$ $0 < \vartheta < \pi$ e $0 < \varphi < 2\pi$

A queste 3 Superfici, si aggiungono 3 versori unitari perpendicolari alla Sup.

$\hat{r}$ perpendicolare alla sup sferica

$\hat{\vartheta}$ perpendicolare alla superficie conica, e' sul piano φ costante

$\hat{\varphi}$ tangente alla sfera perpendicolare al piano xz

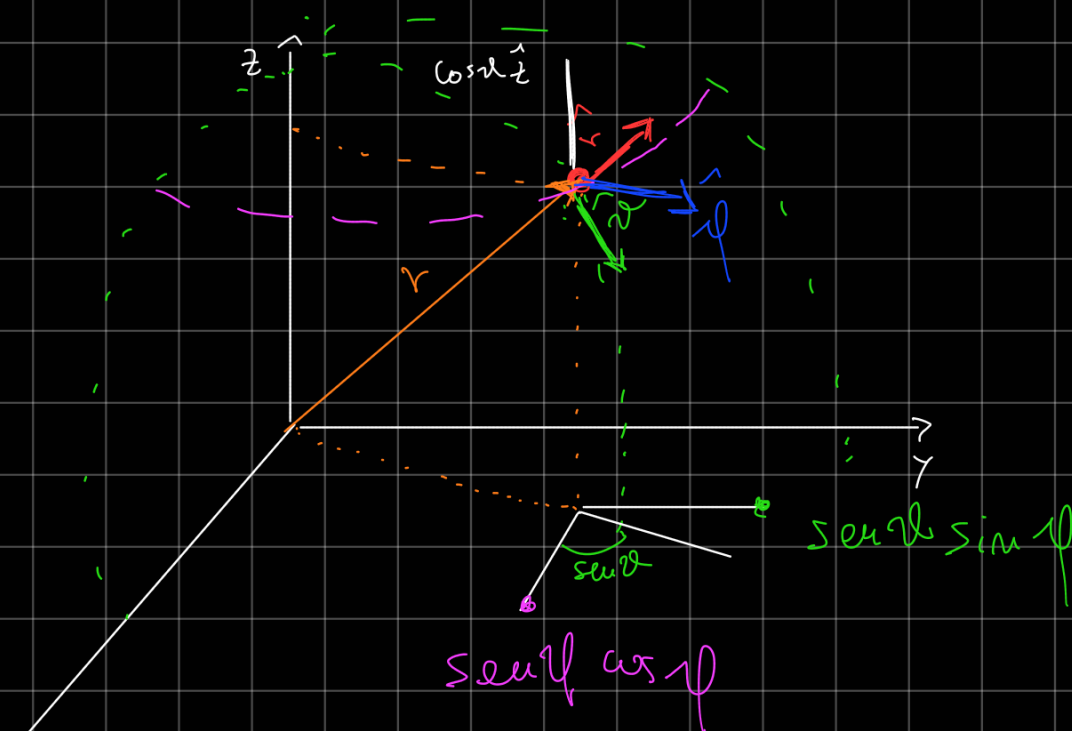
$(\hat{r}, \hat{\vartheta}, \hat{\varphi})$ è una sfera ortonormale

Calcolando il punto di osservazione, la forma conica di direzione e verso

$$\hat{r} = \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 \hat{x} + \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 \hat{y} + \cos \vartheta_1 \hat{z}$$

$$R_1 = \overline{OP} = r_1 \hat{r}$$

Care lo stesso?
proiettando...

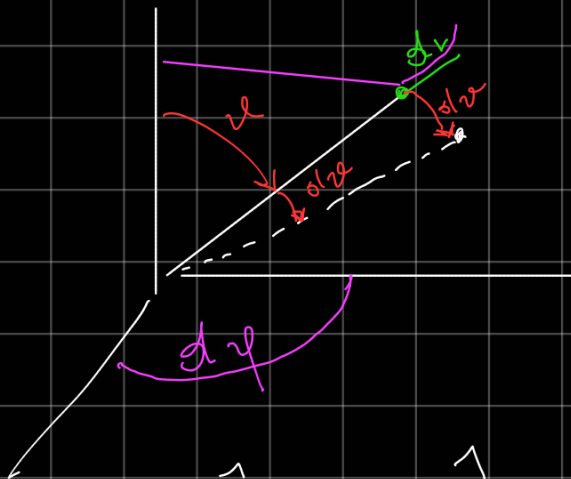


representazione di un vettore in un punto generico

$$\underline{\Delta(p, \vartheta, \varphi)} = \dots$$

Gli incrementi

$d\hat{r}$ incremento lungo r



$$r d\vartheta \hat{\vartheta}$$

$$r \sin \vartheta d\varphi \hat{\varphi}$$

incremento dello
spazio del piano
 xy

$$d\hat{l} = d\hat{r} + r d\vartheta \hat{\vartheta} + r \sin \vartheta d\varphi \hat{\varphi}$$

$$ds_p = p$$

anche qui ho 3 asse di riferimento

$$dV = R^2 \sin \vartheta dR d\vartheta d\varphi$$

$$\text{con } 0 < r < \infty, \quad 0 < \vartheta < \pi \quad 0 < \varphi < 2\pi$$

Trasformazioni tra coordinate

$$\begin{bmatrix} r \\ \vartheta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{r} \cdot \hat{x} & \hat{r} \cdot \hat{y} & \hat{r} \cdot \hat{z} \\ \hat{\vartheta} \cdot \hat{x} & \hat{\vartheta} \cdot \hat{y} & \hat{\vartheta} \cdot \hat{z} \\ \hat{\varphi} \cdot \hat{x} & \hat{\varphi} \cdot \hat{y} & \hat{\varphi} \cdot \hat{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\vartheta \\ A_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\vartheta \cos\varphi & \sin\vartheta \sin\varphi & \cos\vartheta \\ \cos\vartheta \cos\varphi & \cos\vartheta \sin\varphi & -\sin\vartheta \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\vartheta \\ A_\varphi \end{bmatrix}$$

ELETTROSTATICA NEL VUOTO

vedi PDF