

Se ho una distribuzione
di carica costante nel tempo
posso facilmente calcolare il
campo elettrostatico

È più difficile se è distribuito
in valori ecc. il calcolo può essere
complicato.

Poi possono essere influenzati
da fenomeni dinamici.

- Possiamo calcolare il campo elettrostatico
in altri modi più rapidi, es.

- Teo. di Gauss

→ FLUSSO DI UN CAMPO ELETTRICO

Introduciamo il concetto di Flusso.

Sappiamo di avere in uno spazio

campo elettrico con un campo vettoriale elettrico

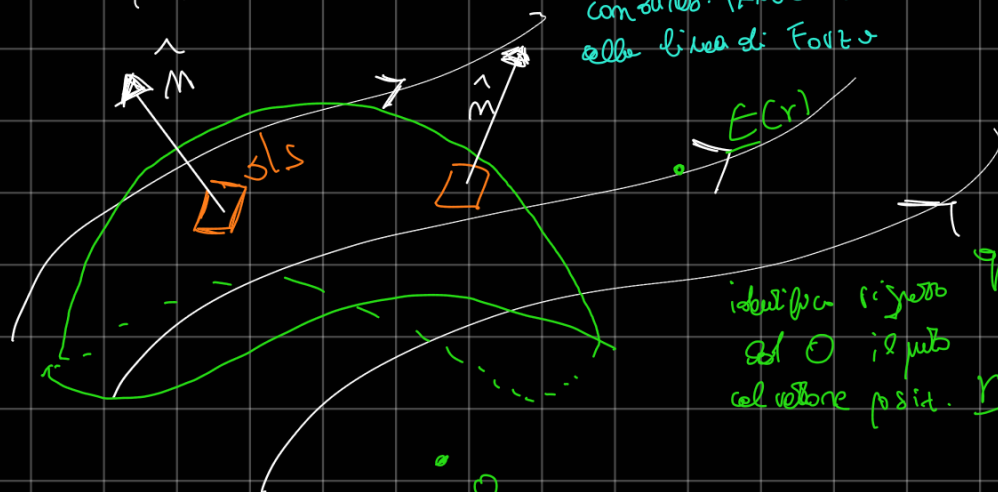
posso definire
in questo
campo

contiene in base al punto di partenza

$A(x, y, z)$

linee di forza
che definiscono
il campo

campo elettrico,
condizione TANGENTE
alla linea di forza



all'incirca
una superficie
presa in un
campo
vettoriale

identifico il punto
sul O il punto
col valore posit. r

Prendo sup aperta che si affaccia su un percorso

Prendiamo una circonferenza su questa regione

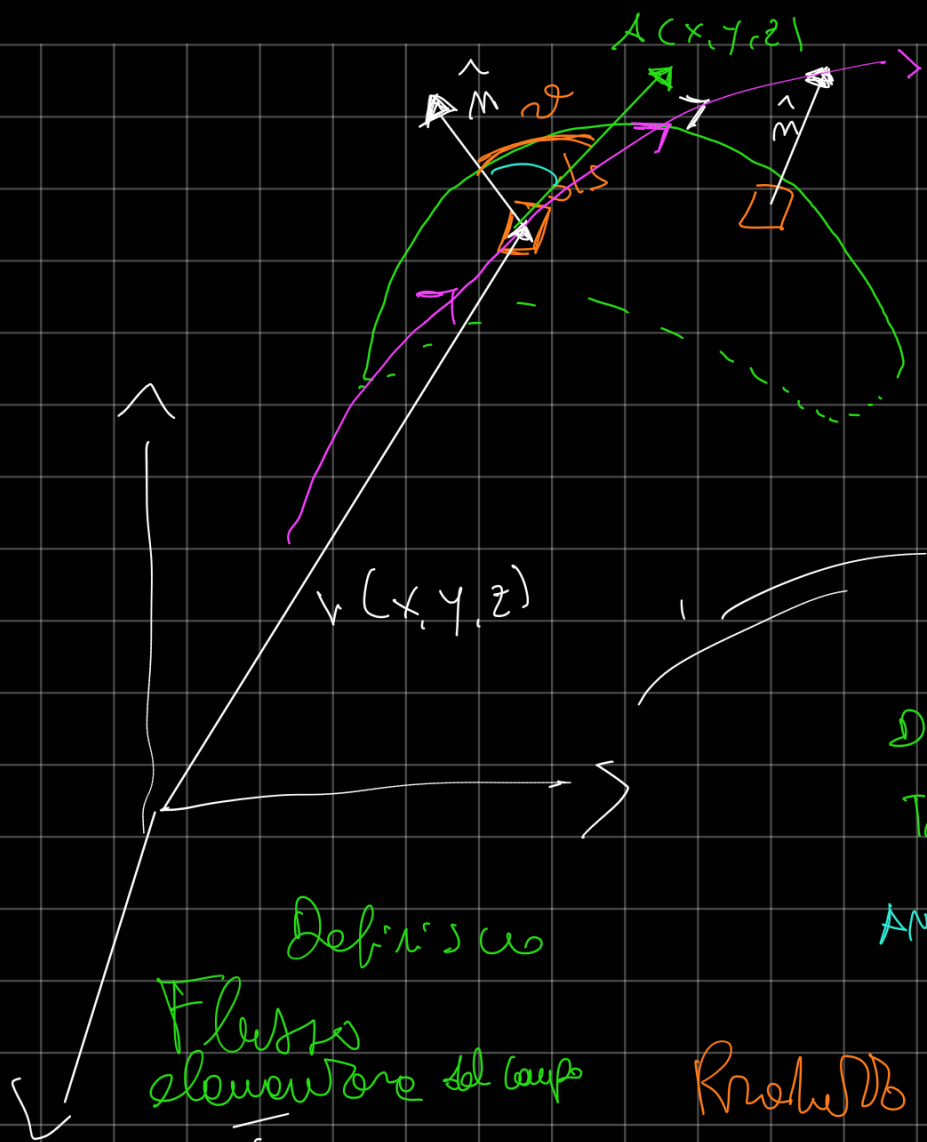
Se la sup. è aperta posso considerare

la normale, considerando una
orientazione per il bordo

(senso antiorario se lo vedo
da sopra)
Dato un senso di percorrenza,
definisco una normale
con regola mano destra

A : linea tangente alla linea di forza
che passa per il punto considerato

Prendo AREA sulla superficie, ha due dimensioni



Definisco
Flusso
elementare del campo

DEFINISCO un prodotto scalare
Tra vettore e il punto
ANCHE $\hat{n}$ DIPENDE SE PUNTO
DI OSSERVAZ.

Prodotto scalare, restituisce un solo

$$\oint_{\text{SFC+VE}} \Phi(r) = A(x, y, z) \odot \underbrace{\hat{n} dS}_{\text{area consid.}} = A(x, y, z) dS$$

il prodotto scalare è un coseno... restituisce la

$$\Rightarrow |A| dS \cos \alpha$$

PROIEZ. DEL CAMPO
LUNGO LA NORMALE

- Se sono PERPENDIC. • $\alpha = 0$
- $\cos 0 = 1$ • $= |A|$

Se A è parallela alla superficie, il flusso è 0,
se è perpendicolare, il flusso è massimo
 $d\Phi$: idea di quanto campo fluisce nell'area

Tavella la superficie con tante piccole
areole, per coprire tutta, e

Flusso Totale Attraverso Tutta la Superficie

$$\Phi = \iint_S \underline{A}(\underline{r}) \cdot \hat{n} dS$$

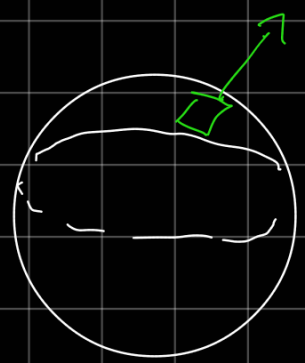
Sono tutti i contorni ed i derivati delle infinitesime aree

Flusso del vettore $\underline{A}$ sulla sup. S aperta
 e uno punti in cui il flusso e' max, o ecc.

se invece ho
 Posso farlo anche attraverso una sup. chiusa

$$\Phi = \oiint_S \underline{A}(\underline{r}) \cdot \hat{n} dS \quad \left\} \frac{Nm^2}{c}\right.$$

normale esterna

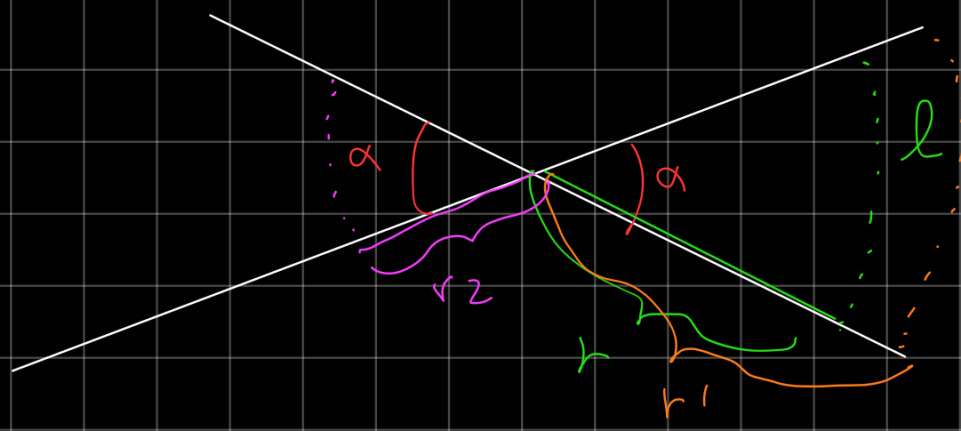


qui non c'e' ambiguita' per la normale, la prendo sempre esterna alla sup.

Flusso: "quanto campo elettrico attraversa una superficie"

Introduciamo Angolo Solido

Prendiamo 2 rette in un piano che convergono in un punto



Come misuro angolo α ?

Basta una circonferenza misuro

rapporto del raggio o l'arco rapporto tra
lunghezza e raggio

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

è dimensionale $\left[\frac{m}{m} \right]$
è INDIP. SE CALCO r E α

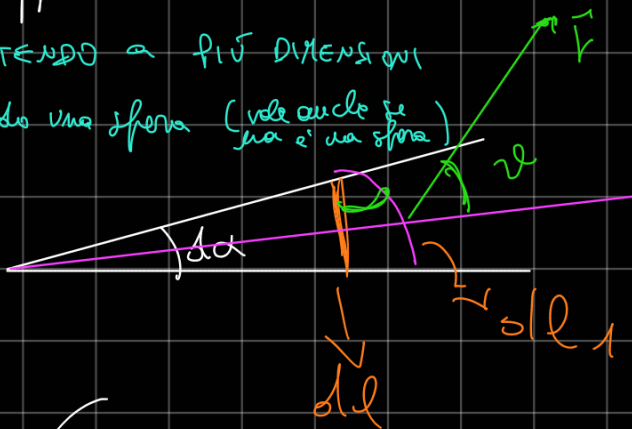
DEFINIZ. DI
ANGOLO IN
RADIANTE

α è sempre costante, se prendo raggi
per l'angh, sono arco l raggio

A volte più angoli sono infinitesimi
successi che sono del. angoli come
rapporto tra arco del. e raggio

LO ESTENDO A PIÙ DIMENSIONI

Prevedo una sfera (vale anche se
non è una sfera)

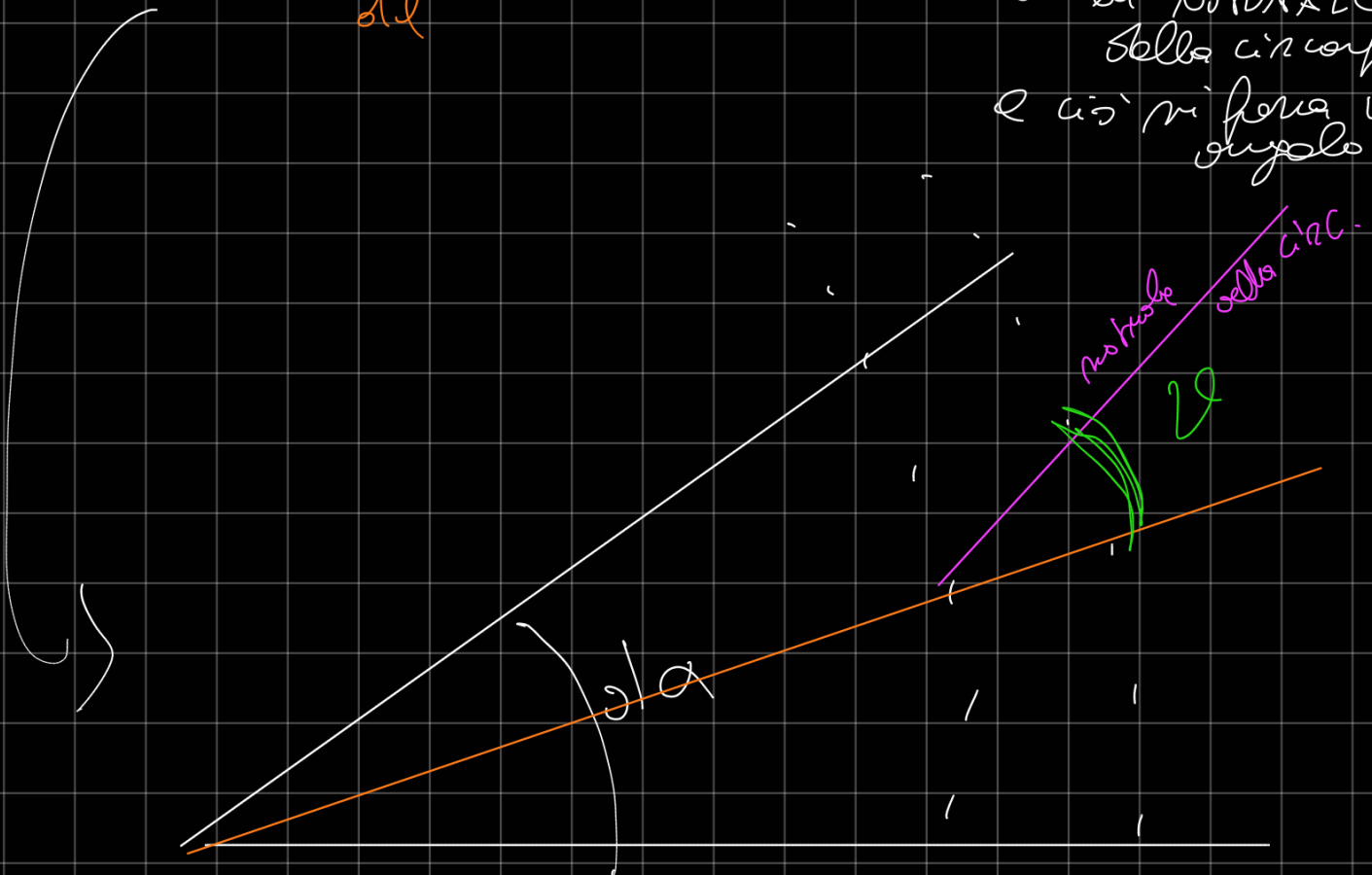


ma l'arco di
cerchio con un
torello nel

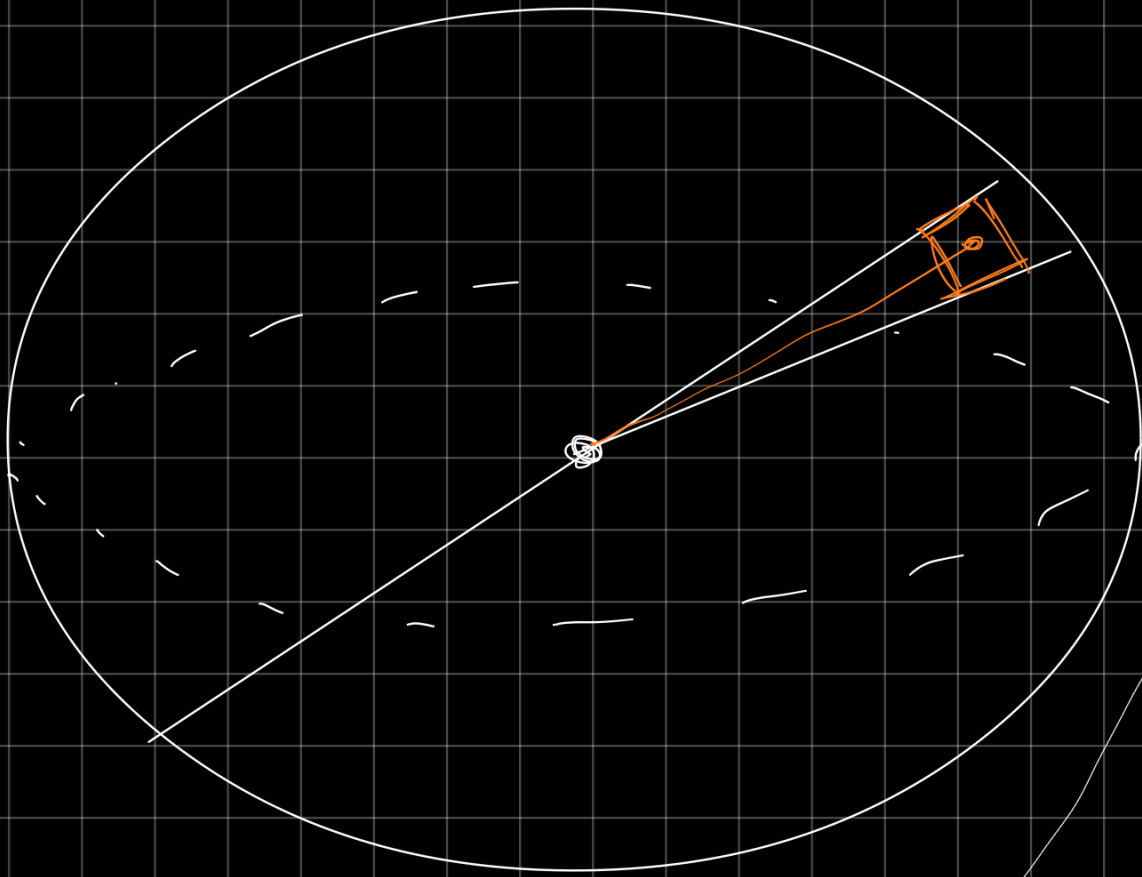
non consiste in

un altro arco

consistono la NORMALE
sulla circonferenza,
e così mi forma un
angolo α



questo mi è utile in 3d



area per l'angolo
del vertice che
intercetta area

angolo
solido
angolo al
vertice
dell'angolo

vertice

$$dS = dl_1 \cdot dl_2$$

dato un punto, faccio un'area
all'altro il punto

angolo semi sps lungo dx

$$a_1 = \frac{dl_1}{r}$$

faccio 2 archi di circonferenza

$$a_2 = \frac{dl_2}{r} \text{ a } sx$$

possiamo definire

angolo piano • angolo piano = angolo solido

$$\frac{dl}{r} \quad \frac{dl}{r} = \frac{dS}{r^2} = d\Omega \quad \text{angolo solido}$$

estensione di 3

ANGOLO SOLIDO ELEMENT SOTTESO ALL'AREA dS

Δ = volume tra superficie e vertice

Si misura in STERADIANTI

ho fatto $d\Omega = \frac{dl}{r}$ in 2dim dopo

una intera sfera e' $4\pi r^2$

sotto cui vedo tutta la sfera e'

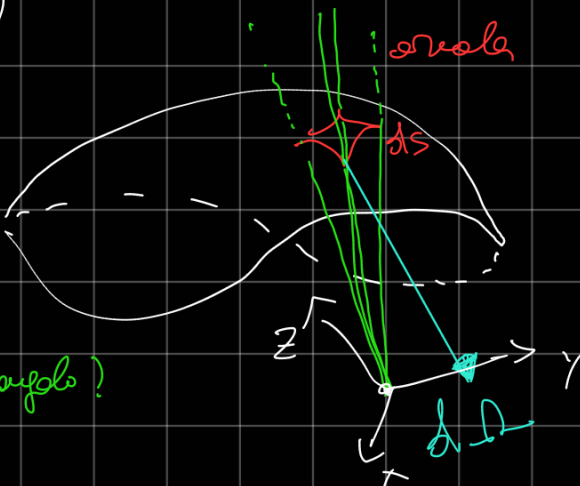
4π angolo solido sotto sfera intera

MISURA dell'angolo solido

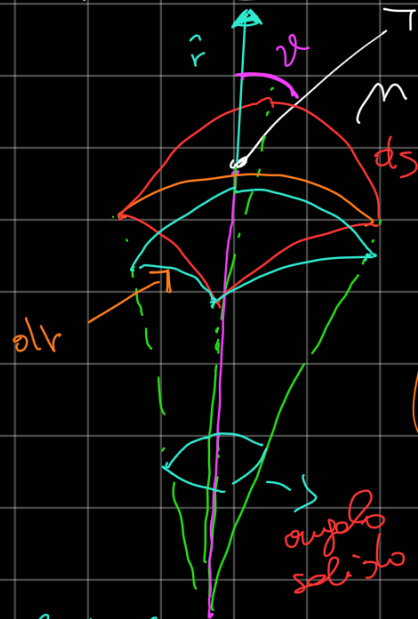
$$d\Omega = \frac{dl}{r}$$

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$

Superficie di sfera us come area



qual e' l'angolo?



definisco una circonferenza

area della sfera su una circonferenza di raggio r

l'area proiettata ha come riferimento la normale

quante volte r si proietta

area proiettata

ho proiettato l'area elementare su una superficie sferica passante per l'area elementare

θ angolo tra la normale e $\hat{r}$
 θ angolo tra $\hat{n}$ e $\hat{r}$

area circ. raggio r

$$dS_m = dS \cos \theta$$

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2}$$

Se le 2 aree coincidono

$$dS_m = dS$$

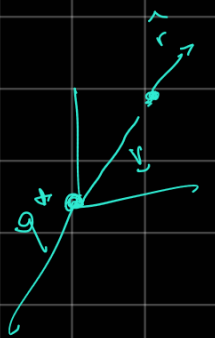
ricordando che

$$d\Phi = A(r) \cdot \hat{n} \cdot d\mathbf{s} =$$

lo può risolvere usando l'angolo ϑ

$$d\Phi = |A(r)| ds \cos \vartheta$$

$$E(r) = k_e \frac{Q}{r^2}$$



Pseudo una superficie chiusa

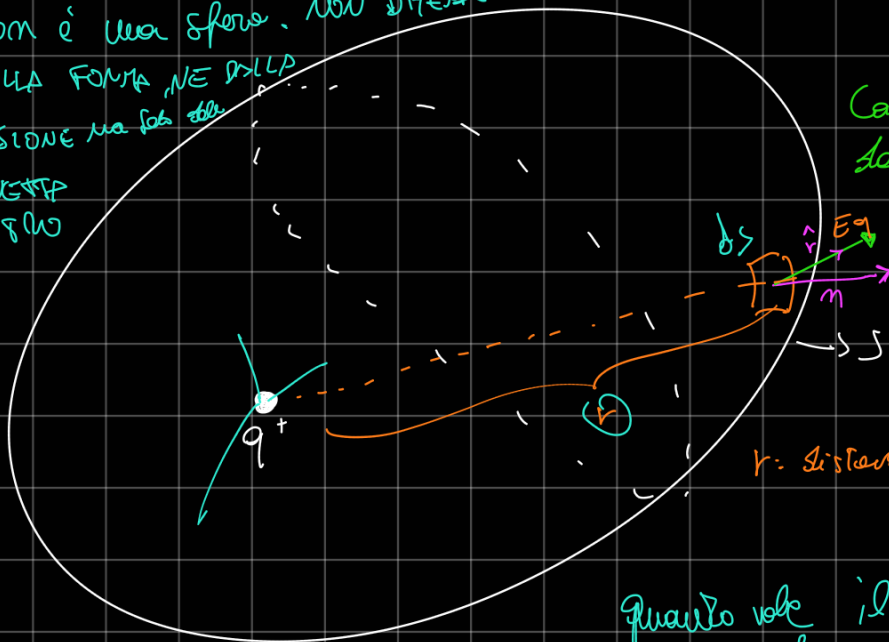
Teo Gauss vale anche se sup. chiusa non è una sfera. Non dipende

all'incirca
dentro una
carica puntiforme

NE' DALLA FORMA NE DALLA
DIMENSIONE ma solo dalla
CARICA NELLA
DENTRO

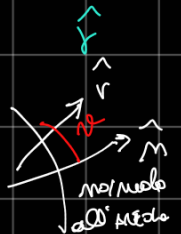
Calcolo il flusso
del campo elettrico.

il campo elettrico è
radiale



r : distanza, valore positivo. campo elettrico
diretto come

quanto vale il flusso attraverso
la sup. sferica?



$$d\Phi = E_0 \cdot \hat{n} \cdot d\mathbf{s} = E_0 \hat{r} \cdot \hat{n} ds = E_0 \cos \vartheta ds$$

$$= k_e Q \frac{ds \cos \vartheta}{r^2}$$

ma questo è l'angolo
solido!

$$= k_e Q \frac{dS_m}{r^2}$$

area
proiettata lungo
 $\hat{r}$



proiettata su una sup.
sferica di raggio r lungo $\hat{r}$ che passa per

calcoliamo sferica
infinitesimale su cui
l'angolo viene
proiettato con $\cos \vartheta$

$$d\Phi = k_e Q d\Omega$$

FLUSSO
ELEMENTARE

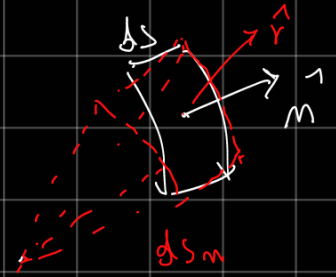
Flusso sup.

Le due ds e ds_m hanno lo
stesso angolo solido

$$\Phi = \oint_S k_e Q \frac{ds \cos \vartheta}{r^2}$$

divisa di carica
q+ all'interno

S
qualche punto s'ha



$$= k_e Q \oint_S d\Omega = k_e Q 4\pi$$

vedi all'angolo
solido della sup.
sferica che
forma di 4π
Pezzi più
piccoli di un
sono 4π

sup. sfera $4\pi r^2$
area $\frac{4}{3}\pi r^3$

dove $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Flusso del campo
elettrostatico attraverso una sup
chiusa

$$\Rightarrow \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q 4\pi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

carica dentro

costante dielettrica

Flusso sup. CHIUSA qualsiasi con carica puntiforme racchiusa q...

Teorema di Gauss!

Vale per
superfici
chiuse perfette

• Se ho 2 cariche puntiformi,
il flusso totale è la somma dei

due flussi. (somma algebrica dello
due vettori,
P.S. EPRORI)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r})$$

r konstant in einer Kugel



$$dS = \underbrace{r \sin\theta d\theta}_{r d\theta} r d\varphi = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$\underbrace{d\Omega}_{\text{auf}} = \underbrace{r^2 \sin\theta d\theta d\varphi}_{\text{ab}} = \sin\theta d\theta d\varphi$$

perché le cariche devono essere prese con segno)

$$\Delta E_k = k_e Q_1 \frac{1}{r} + k_e Q_2 \frac{1}{r}$$

Teo di Gauss.

$$= k_e \frac{1}{r} (Q_1 + Q_2)$$

ASC... vuol dire sono N

Il flusso attraverso una $\vec{r}$ forma di qualsiasi

$$k_e \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^N Q_i$$

chiusa V del vettore di un campo

elettrostatico, è uguale

IMPORTANTE IL SEGNO

alla somma algebraica di tutte

CARICA NETTA ALL'INTERNO DELLA SUP.

le cariche contenute nella

superficie

Teo. GAUSS

$$\Phi = \oint_V \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{n} \, dS = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i}{\epsilon_0}$$

flusso tot. del
VETTORE CAMPO ELETTRICO
ATTRAV. UNA SUP. CHIUSA

SOMMA
= ALGEBRAICA
CARICHE NELLA
SUP / ϵ_0

$$Q_T = \sum_{i=1}^N Q_i$$

le ho cariche
puntiformi

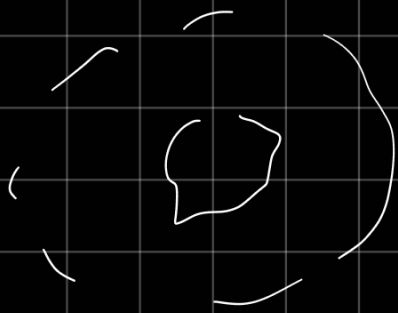
CARICA NETTA TOTALE

il flusso del campo elettrico totale è poi dato dalla somma algebrica di tutte le cariche nella superficie

Se ho una distrib. di carica

$$Q = \sum q_i$$

Cariche puntiformi



$$Q = \iiint_V \rho(x', y', z') dV'$$

$$Q = \iint_S \sigma(x', y', z') dS'$$

$$Q = \int_V \lambda(x', y', z') d\ell'$$

densità di carica

E SE LE CARICHE FOSSENO
IL FLUSSO DEL CAMPO EL. E' 0

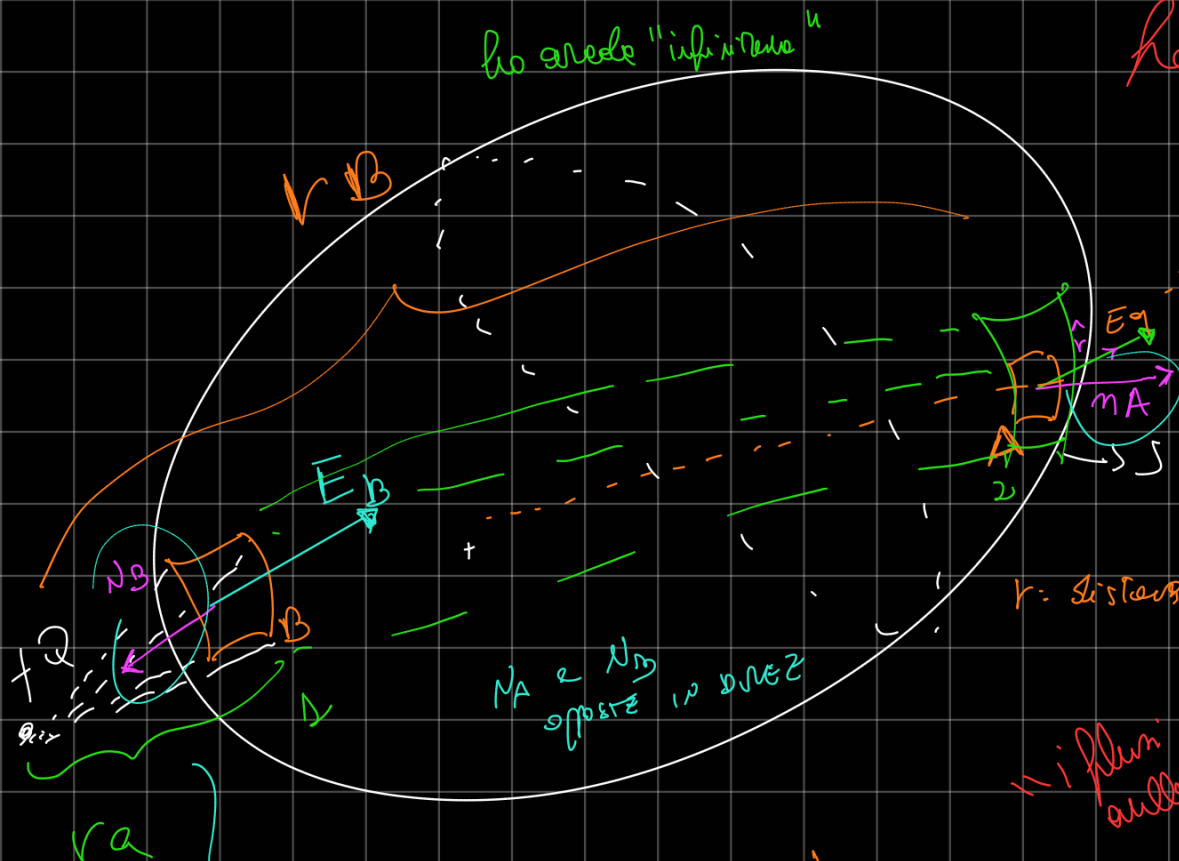
FUORI dalla SUPERFICIE?

+ q è fuori faccio vedere che
il flusso è nullo

Cariche fuori dalla sp non
contribuiscono al flusso

ho area "infinita"

ho due aree



campi elettrici
sono vettoriali
stessa direzione

CAMPO ELETTRICO
PUO' AVERE

DIRET. DIVERSE
DALLA NORMALE

r: distanza

il flusso si
allunga $\propto r^2$

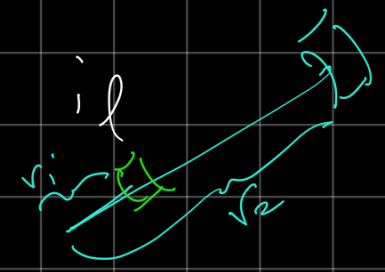
campi elettrici
opposti alla
normale

il flusso attraverso
la è uguale a
quello di r_b

Se la carica è fuori, il Flusso

Totale e' 0. (tutte le linee
 di forza che attraversano la sezione
 B. attraversa anche l'area A,
 quindi il flusso totale e' 0)
 Se sto dentro, le linee di

forza escono e basta, il
 flusso e' $\neq 0$



angolo 1 $\hat{E} \cdot d\vec{S} = E_A dS_A \cos \theta_A = k_e Q \frac{dS_A \cos \theta_A}{r_A^2}$

angolo 2 $d\Phi_B = \vec{E}_B \cdot d\vec{S}_B \cos \theta_B = \text{normali opposte} \quad -k_e Q \frac{dS_B \cos \theta_B}{r_B^2}$

Le cariche esterne non contribuiscono alla
 carica Totale e quindi al flusso

Ho una distribuzione volumetrica di cariche
 racchiusa completamente in una superficie
 chiusa

Considero un volume dV



gli angoli
 sono
 uguali ma
 le normali
 sono
 opposte



$$\rho(r) \left[\frac{C}{m^3} \right]$$

il flusso elementare sarà $d\Phi = \rho dv$

$$d\Phi = \frac{\rho dv}{\epsilon_0}$$

se ci sono solo queste
il flusso totale nello spazio

$$\Phi = \iint_S \underline{E}(r) \cdot \hat{n} ds = \frac{\iiint_{S_0} \rho(r) dv}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \oiint_S \underline{E}(r) \cdot \hat{n} ds = \frac{\iiint_V \rho(r) dv}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \oiint_S \underline{E}(r) \cdot \hat{n} ds = \frac{\int_V \lambda(r) ds}{\epsilon_0}$$

Quindi integrale solo per ciò che è dentro
la superficie chiusa

Il Teo di Gauss

$\vec{E}(r) \cdot \hat{n} ds$ ^{cos θ ...} ^{angolo tra $\vec{r}$ e $\hat{n}$} è un prodotto scalare,

nel flusso ci finisce la proiezione

del valore del campo lungo la normale

Il campo elettrico però è un vettore,

invece qui ho uno scalare.

il risultato del flusso è uno scalare

Non posso usare il Teo di Gauss per

calcolare il campo elettrico pag 1.14

date linee di forza posso individuare dei TUBI DI FLUSSO con $\vec{E}$ sup. perpendic. alle linee e a $\vec{E}$ laterali tangenti.

TUBI DI FLUSSO

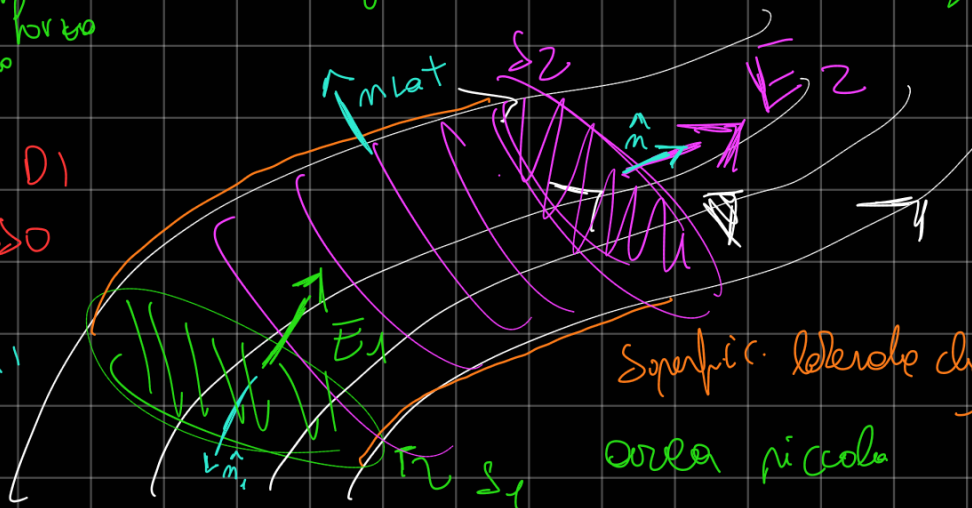
Sappiamo che avere un campo elettrico

il campo elett. è tangente alle linee di forza

ho linee di forza
vicine tra loro

TUBO DI
FLUSSO

NON
NO SONO ENTI
NEL FLUSSO



$\hat{n}_1, \hat{n}_2$ normale
al corpo
elettrico

n_{lat} = normale
laterale

Superficie laterale che tocca le
linee di
forza
area piccola

all'interno un tubo, superficie chiusa
 per calcolare il flusso.

ho due
 sezioni
 integrali della
 linee di
 forza

$\Delta S_1 < \Delta S_2$ per convenzione

$$\Phi = 0$$

$$\Phi = \iint_{S_{\text{lat}}} \underline{E} \cdot \hat{n}_{\text{LAT}} dS + \iint_{S_1} \underline{E} \cdot \hat{n}_1 dS + \iint_{S_2} \underline{E} \cdot \hat{n}_2 dS = 0$$

per convenzione
 ogni punto
 della sup.
 laterale ha
 normale ortog.
 al campo elettrostatico

Corpo elettrostatico
 segue legge di
 Gauss

allora $\iint_{S_1} + \iint_{S_2} = 0$

il tubo è infinitesimo, e racchiude
 delle linee di forza

supponiamo che E sia costante e parallelo
 alle normali.

$$E_1 \cos(180^\circ) S_1 + E_2 \cos(0^\circ) S_2 = 0$$

per convenz.
 di tipo
 di flusso

anche

$$\Rightarrow E_1 S_1 = E_2 S_2$$

Perché non ho sup. interne.
 il flusso del corpo o' 0

$$\rightarrow E_2 = \frac{E_1 S_1}{S_2}$$

Se la sup. S_2 è
più grande, $S_1 < S_2$
quindi l'area di E_1
è minore di E_2

in un tubo di flusso, dove le linee di
forza sono più dense, l'area è più
grande. Qui l'area di E_1 è
più grande di E_2 (perché $S_2 > S_1$)

(si verifica usando il teo. GAUSS ad un tubo di
flusso)