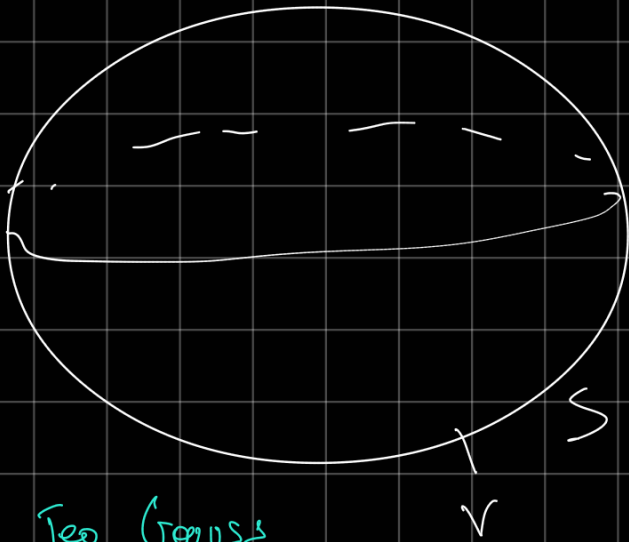


Dato una regione di spazio che contiene
un volume



Teo Gauss

punto di osserv. sulla superficie

avvicina, intanto alla
sup

$$\Phi(E) = \oint \vec{E}(r) \cdot \vec{n} \, dS =$$

normale, esterne

$$= \frac{Q_T}{\epsilon_0} \rightarrow \text{carica netta, se ho } n \text{ cariche puntiformi}$$

devo fare la somma algebrica,

superficie sia interna che esterna

Se ho delle cariche esterne, devo calcolare solo
quelle interne

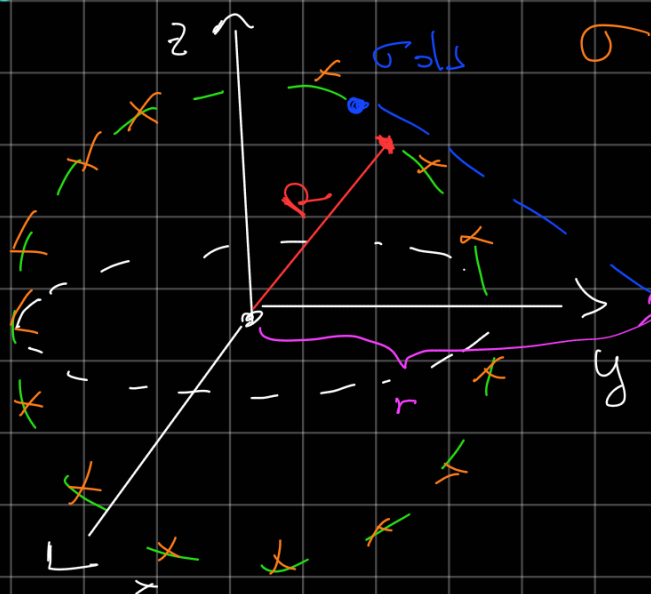
Calcolo Flusso / campo Sop sferica

ho una sfera con densità
superficiale di carica, ^{positiva}
di densità uniforme

Sop. sferica centrata nell'origine su
cui è distribuita una densità di carica (superficie
uniforme)

dentro non c'è carica

$$\sigma = \frac{Q}{m^2}$$



Superficie di carica
uniforme
(può essere teoricamente
su un dielettrico, e le
cariche non si possono
muovere)
(oppure su un materiale
costituito da metallo
tutte le cariche si distribuiscono
all'esterno)

σ uniforme C/m^2

$$Q_{\text{Tot}} = \sigma \underbrace{4\pi r^2}_{\substack{\text{carica unif. sup} \\ \sigma \cdot \text{sup}}} \quad [C]$$

però calcolare il C.E.
usando Teo Gauss e sfruttando
la simmetria della
sfera.

Ci mettiamo in un punto con distanza r

Se prendo un punto della sfera, e la moltiplico per σ ,
diventa una carica puntiforme. $ds \cdot \sigma = dq$

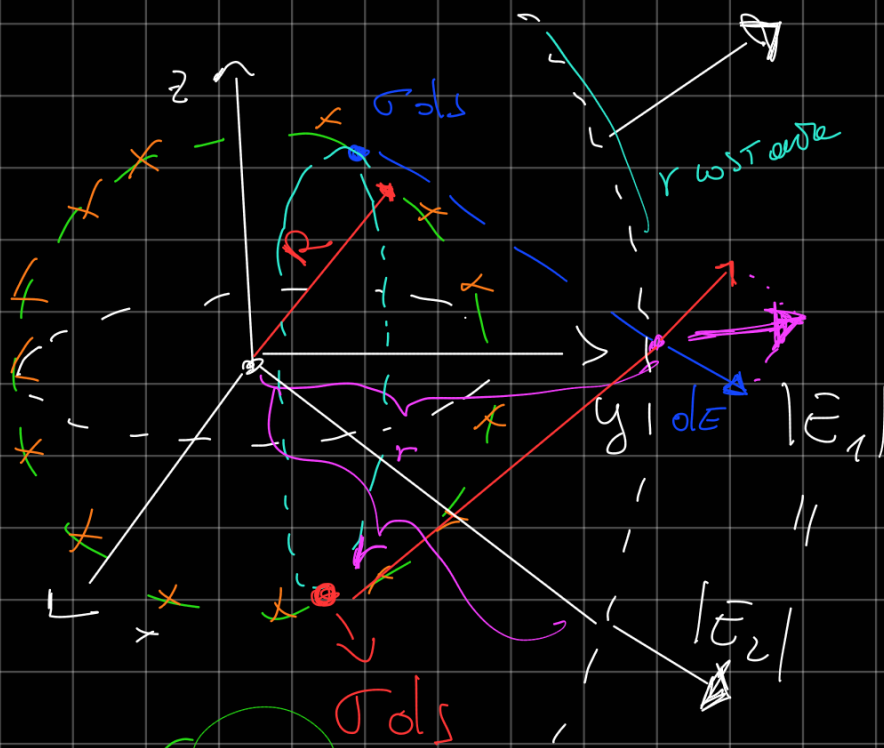
Ci mettiamo proprio sulla linea d'ombra

Carica positiva, $E(ds)$ sarà sicuramente radiale
 $\uparrow$
contributo dE .

Consideriamo l'angolo che punti in cui
la distanza è uguale la stessa
no solo componente radiale, r cost.

$$\int ds = E(r) 4\pi r^2$$

modulo lungo la sfera circonferenza,
 - sarà verso lo zero e velp
 per tutti i punti alla sfera stessa
 del centro



$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 4\pi r^2}{r^2}$$

come se fosse
una carica concentrata
nell'origine

lines. note

PROBLEMA? DENTRO!

Qui scatta GAUSS.

Sup. chiusa MATEMATICA,
NON GEOMETRICA!

Se ho una superficie chiusa, posso
 calcolare il flusso attraverso questa
 superficie, che si calcola facilmente
 perché in tutti i punti della
 sfera, il campo elettrico è parallelo

alla normale.

E in $\mathbb{R}^3$ i punti da dove si misura
il modulo è lo stesso

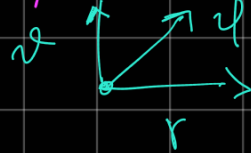
può si oss.
generico

$$\vec{E}(\underline{r}) = \vec{E}_r(r) \hat{r} + \vec{E}_\theta(\theta) \hat{\theta} + \vec{E}_\phi(\phi) \hat{\phi}$$

↑
in ogni punto in cui
mi muovo,
ho 3 componenti
punto generico

↑
solo in
direzione radiale

coord sferiche



campo elettrico solo
dei punti interni

nell'integrale del flusso allora $\underline{r}$ è
solo i punti INTERNI della sfera.

non dipende dal punto, ma solo dalla distanza

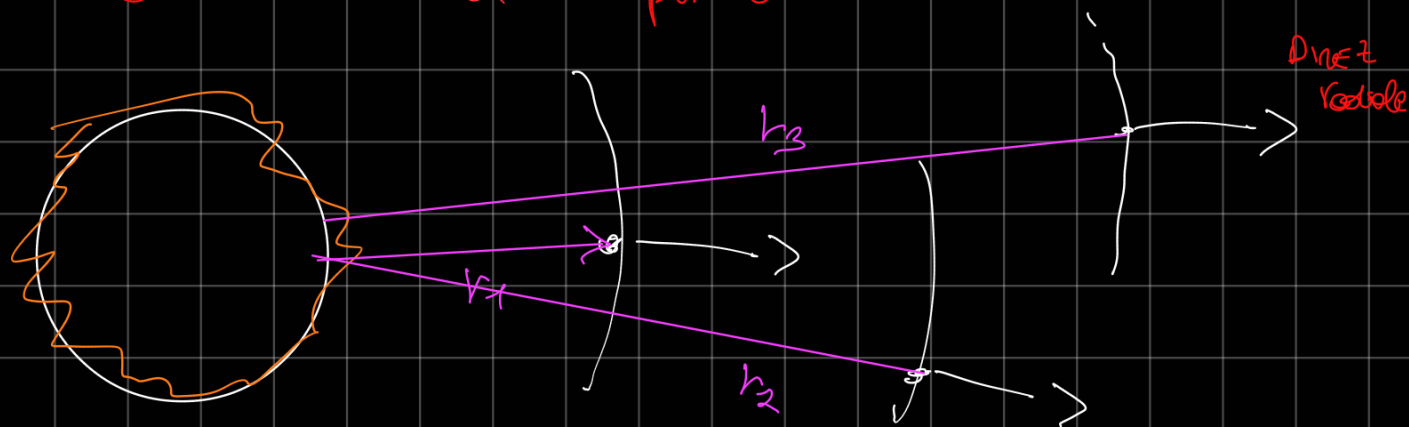
Campo elettrostatico fuori della

Sfera dipende solo dalla distanza r .

Se mi muovo lungo la stessa sfera sferica

alla stessa distanza, il modulo non è

sempre lo stesso e la direzione sarà normale



Così superficie divisa nello spazio attraversata da un flusso. Superficie normale al campo elettrico

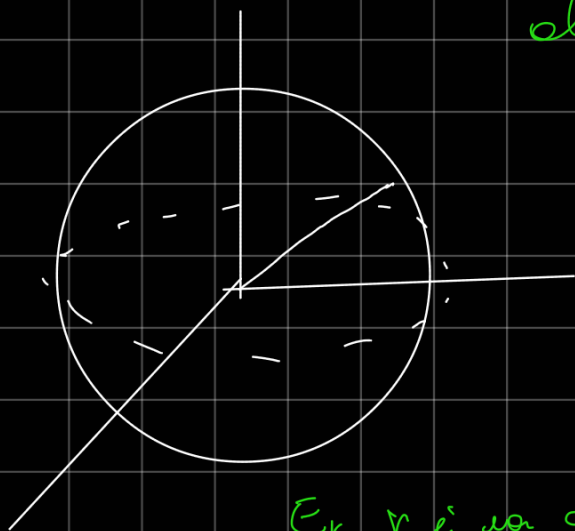
Mi metto sulla SUPERFICIE GAUSSIANA *divisa*

$$\oint_S \mathbf{E}_r(r) \cdot \hat{r} \, dS = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} E_r(r) \, dS = \frac{Q_{\text{Tot}}}{\epsilon_0}$$

Diagramma: Una sfera di raggio r è circondata da una superficie gaussiana (una sfera di raggio r). La superficie gaussiana è indicata da una linea verde. La sfera è indicata da una linea arancione.

Note:

- La superficie gaussiana è una sfera di raggio r .
- La sfera è una sfera di raggio r .
- La superficie gaussiana è una sfera di raggio r .
- La sfera è una sfera di raggio r .



la conica e' olisdrilica
su $\mathbb{R}^n$ prolo, non su $\mathbb{R}^n$ prolo

Er ist ein cos Pol

$$\Rightarrow \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} E_r(r)^2 \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{\epsilon_0} \quad \left. \vphantom{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi}} \right\} Q_{\text{TOT}}$$

$$E_r(r) r^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\epsilon_0} =$$

// *Integrale sull'angolo pieno*

$$4\pi r^2 E_r(r)$$

sostituiamo

$$E_r(r) \cancel{4\pi} r^2 = \frac{\sigma \cancel{4\pi} R^2}{\epsilon_0}$$

$$E_r(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2}$$

$$\underline{E(r)} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2} \hat{r}$$

perché diretto radialmente

in cond. sferiche, se lo voglio in cond. devo prendere tipo gli altri

Se ci descrivo il $\frac{1}{r^2}$ ho una interpretazione

$$\underline{E(r)} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2} \hat{r} = \frac{\overbrace{\sigma 4\pi R^2}^{Q_{tot}}}{\underbrace{4\pi \epsilon_0}_{k_e}} \frac{1}{r^2} \hat{r} = k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

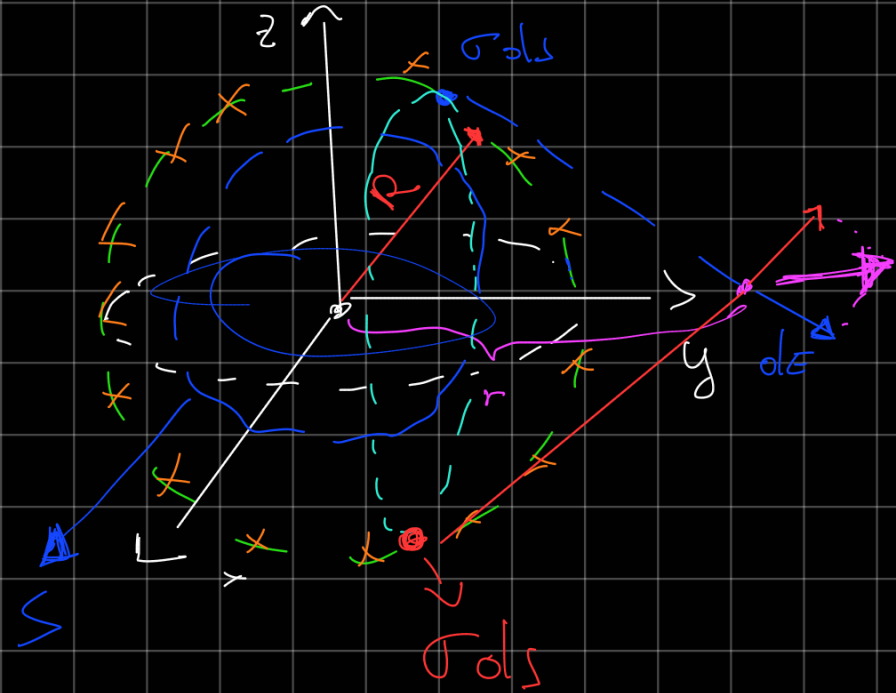
è una interpretazione non è corretta

Campo elettrico che genererebbe una certa forza nell'originale

Cosa succedeva se $V \subset R$? qualcuno si volge
nell'origine... devo forse m p' di cancellare

$$\gamma \in \mathbb{R}$$

Problem
Se a
matrizes
dentro



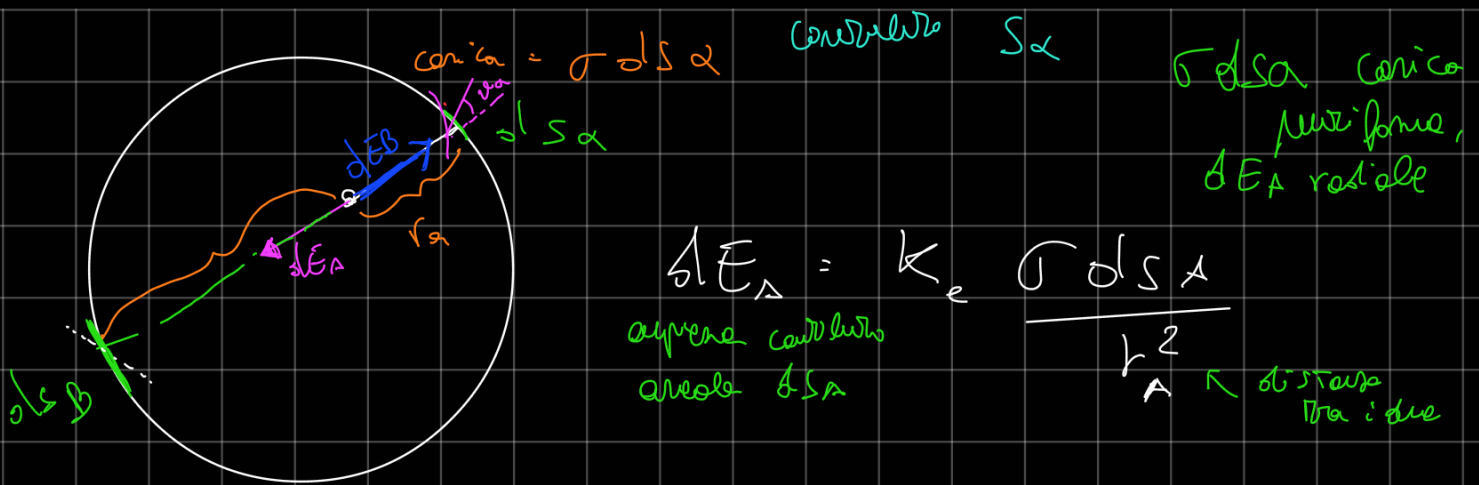
campo general do, osseano do interior

Flusso in questa superficie è 0

1) σ il numero delle linee di E che entrano
o uscono o quelle che escono
o entrano

2) il corpo elettrolitico è 0.

Prendo un punto interno alla sep. e calcolo
il contributo del corpo + coppia di coniche Tds



Calcolo angolo solido, faccio passare in area

$$dS_{Am} = dS_A \cos \theta_A$$

Calcolo angolo solido dell'altra parte che sarà lo stesso

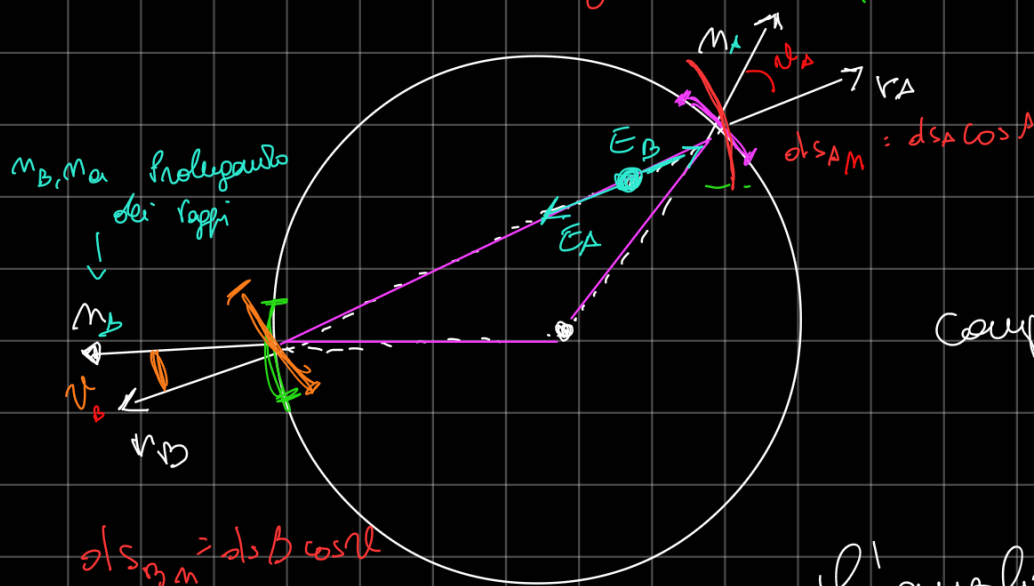
$$dS_{Bm} = dS_B \cos \theta_B = dS_A$$

Riproviamo a spiegare

r_A, r_B due raggi spuntati dal punto

1) punto può sulla sfera

r_A raggio della superficie sferica



oro due contributi di campo uguali e opposti

l'angolo solido è lo stesso (in 3d)

in formula

$d\Omega =$ ricordo che

$$\frac{dS_{Am}}{r_A^2} = \frac{dS_{Bm}}{r_B^2}$$

$$dE_A = K_e \frac{\sigma_{olsa}}{r_A^2} = K_e \frac{dS_{Am}}{r_A^2} \frac{1}{\cos \theta_A}$$

$$dE_B = K_e \frac{\sigma_{olsa}}{r_A^2} = K_e \frac{dS_{Bm}}{r_B^2} \frac{1}{\cos \theta_B}$$

SOTTENDONO
ALLO STESSO
ANGOLO
SOLIDO

NO CREATO POI

UN ANGOLO ISOSCELE DENTRO

$$\theta_A = \theta_B$$

$$\text{risol. } [\cos \theta_A = \cos \theta_B]$$

I campi elettrici interni son uguali
e opposti, si annullano.

Una distribuzione sferica di carica unif.

genera un CAMPO ELETTROSTATICO INTERNO

Pari a $\oint$

solo se la
DISTRIBUZIONE
è
UNIFORME

all'interno campo elettrico è 0,
e anche flusso è pari a 0

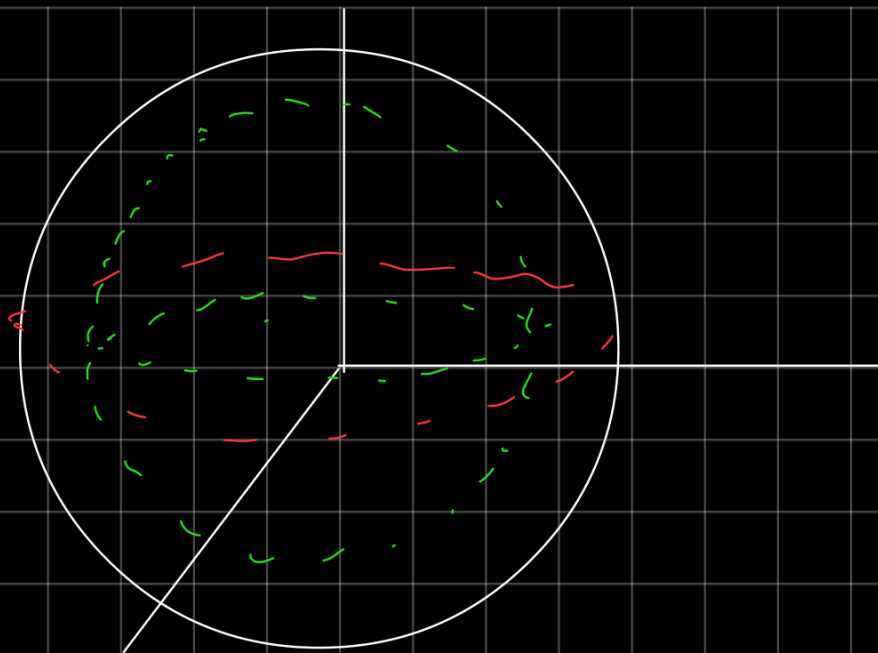
Es. Teo. GAUSS Distribuzione di carica su sfera

Considero una distribuzione isotropica

Soppongo della simmetria sferica.

non cambia ^{avvicina} ^{il campo elettrico} se cambia r , ρ , ma

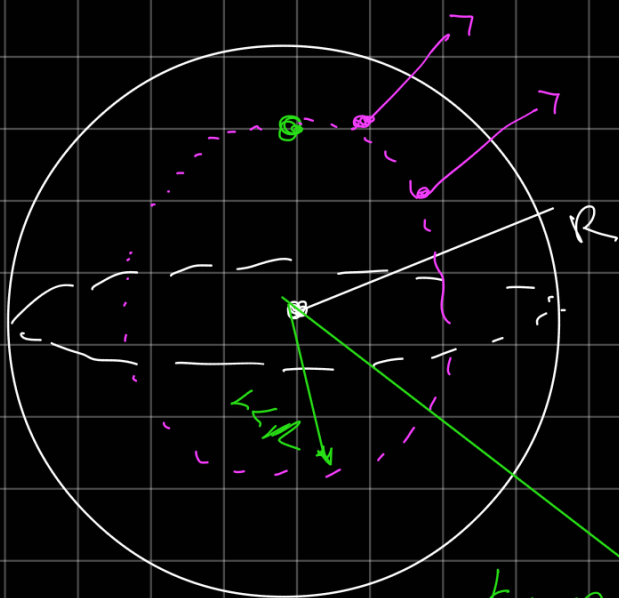
solo se cambia r ^{camp. elett.} cambia solo se cambia r .



La densità degli elettroni diminuisce non meno
che ci allontaniamo da un polo

Ma se mi metto nella sup. sferica
alla stessa distanza
costante (anche
ho la stessa densità)

SS rindi



Se mi metto sempre
DISTRIBUITO di carica ρ
SOST. sferica di raggio R

il corpo è solido
anche se abbia
simmetria sferica
in cui la densità
varia solo se
variano di r

quindi

$$r > R$$

Ho + più un corpo elett. di dimens. lungo r

più grande della di. di. ... e considero come sup. di Gauss

$$r > R$$

campo è costante
sempre radiale

a r costante

$$\underline{E}(r) = E_r(r) \hat{r}$$

derivata
funzione scalare
rispetto

Carica totale nella
racchiusa nella
sfera

$$E_r(r) 4\pi r^2 = \iiint_V \rho(r) dV$$

Flusso
radiale (elettrico)
superficie

$$\hat{n} = \hat{r}$$

Applico Gauss

$$\epsilon_0$$

vedo col'integrale
dove la densità è $\neq 0$

$$\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_r(r) = \frac{\iiint_V \rho(r) dV}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

entro sfera, superficie di GAUSS più

piccola di R

prima di applicare Gauss, calcolo
flusso. $\vec{E}_r = E_r \hat{r}$

quello all'interno avrà
campo el. radiale

$$r < R$$

$$\Phi(E_r) = \oint \vec{E}(r) \cdot \hat{n} ds$$

costante
radiale

$$= \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\int \rho dV}{\epsilon_0}$$

$$\rho(r) dV$$



La sup. di
flusso è sempre
la stessa,
ma la carica
dentro no

$\vec{r}$ e $\hat{n}$
paralleli

di Gauss

Solo il r

a cui raddo

valore
che sta
dentro

ad osservare

il campo

$$\epsilon_0$$

costante

da quale dipende

$$\oint (\vec{E} \cdot \vec{n}) \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi} \int_0^R (E_r) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \underbrace{E_r r^2 4\pi}_{\text{area ds}}$$

Se ho distribuzione costante

$r > R$

RESOLUZIONE INT.

carica uniforme
volume sphere

$$E_r(r) 4\pi r^2 = \frac{\rho 4\pi R^3}{3}$$

ρ costante

ϵ_0

r è fuori

E_r cost a r cost.
anche r cost.

$$E_r(r) = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

$$E_r(r) = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho 4\pi R^3}{r^2}$$

dimensioni reali

Stesso corpo
el. di
una carica
puntiforme
nell'apice di
conica θ .

fuori, come se avessi una carica Q in ϵ_0

il valore totale che
vado a considerare fuori.

$r < R$ osservo dentro

$$E_r(r) 4\pi r^2 = \frac{\rho 4\pi r^3}{3}$$

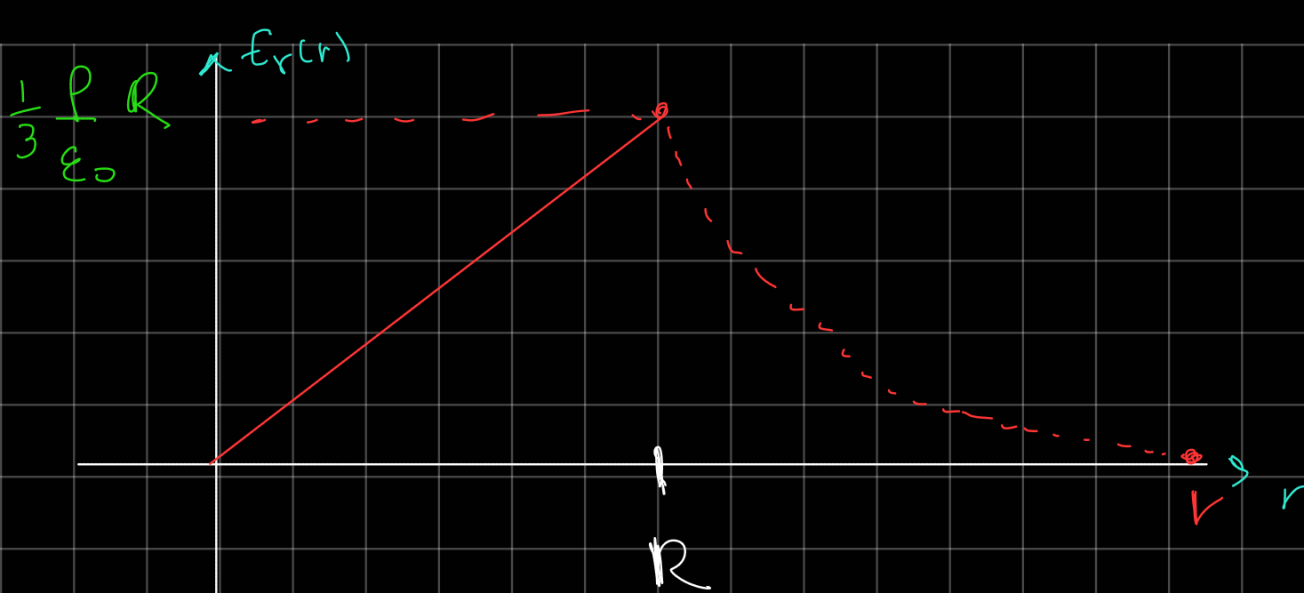
volume interno... r è lo stesso

$$E_r(r) = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} r$$

Corpo elettrostatico
che AUMENTA
LINEARMENTE con r

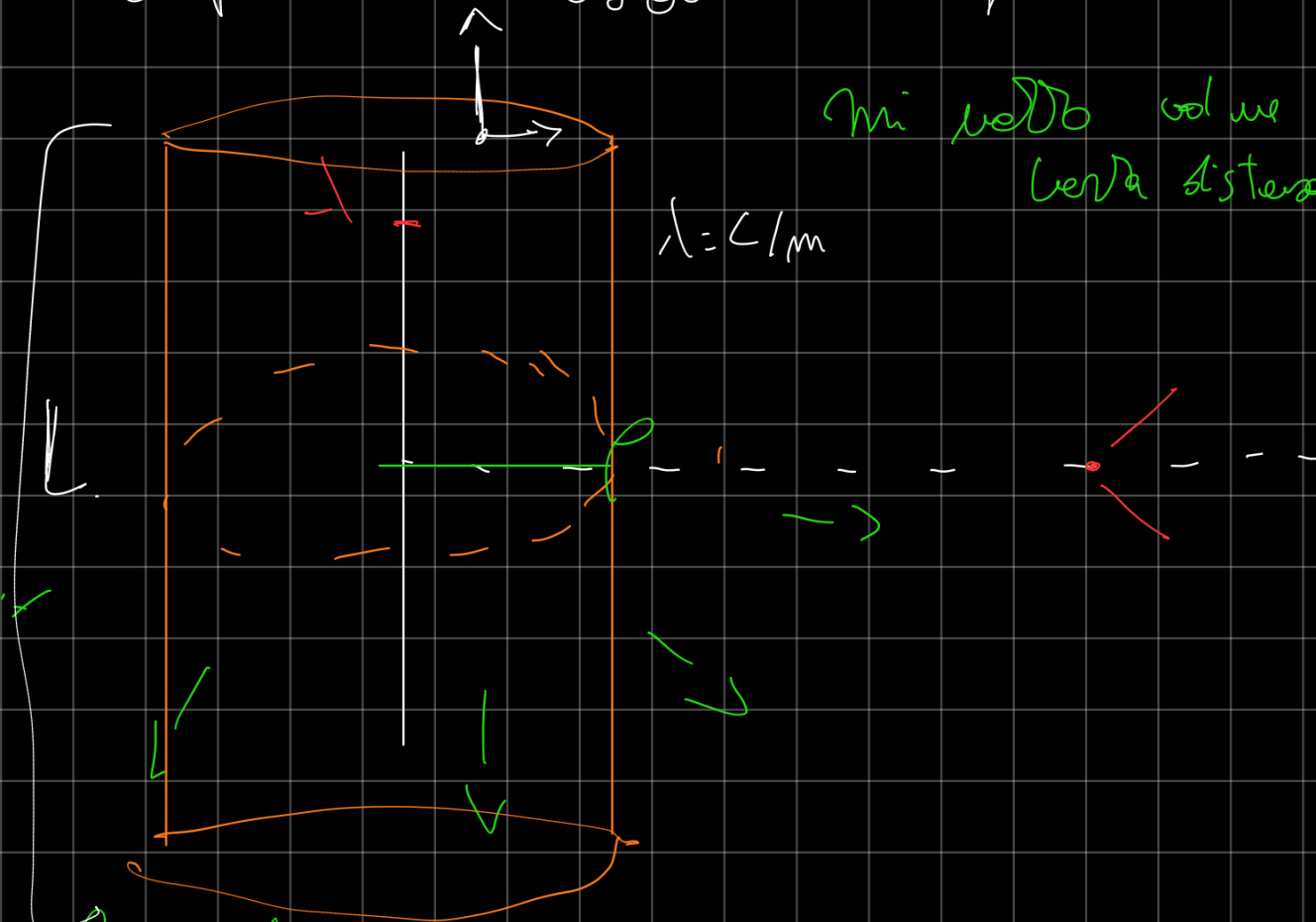
Cresce come r

il corpo elettrostatico aumenta all'interno, poi
Se $r = R$, vale $\frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} R$, e poi diminuisce
e poi scende



Campo elettrostatico filo ~ ~

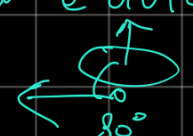
mi vedo come
vera distanza ρ



Peso filo su una superficie cilindrica
di simmetria

Prendo un cilindro con assi simetrico
il filo, alto L .

- Il campo elettrostatico E è
radiale e dipende da r uniforme e costante

il contributo del flusso sulle superfici
in alto e in basso è 0, normale sup. cilindro è ortog.
al campo, prodotto scalare è 0. 

contribuiscono al flusso solo le sup. laterali del
cilindro

per simmetria

$$\underline{E}(r) = E_p(r) \hat{p}$$

direzione radiale

Flusso

$$\vec{E}_p(r) \cdot \underbrace{2\pi r L}_{\text{sup. cilindro}} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

Q totale 1/60 T

$$\vec{E}_p(r) = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

Sup. cilindro
 $= 2\pi r h$ senza base
superfici inf.

r

$$\underline{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{p}$$

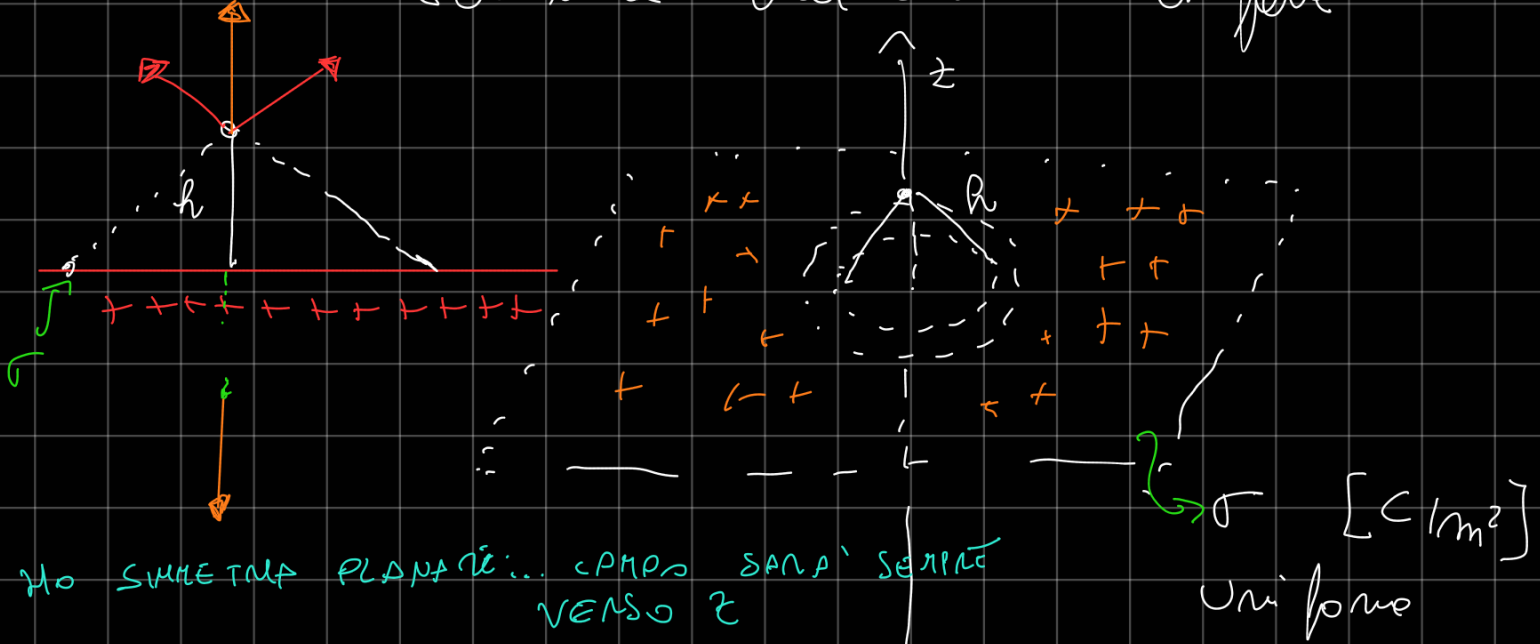
Campo elettrostatico generato da un
filo infinito nella t.s.
superficie (?)

DISTRIBUZ. LAMINARE UNIFORME sol piano

xy σ cost. CAMPO EL?

Problema: un piano infinito di

carica distribuita uniformemente



mi porto ad una distanza dal piano (allora), lungo z

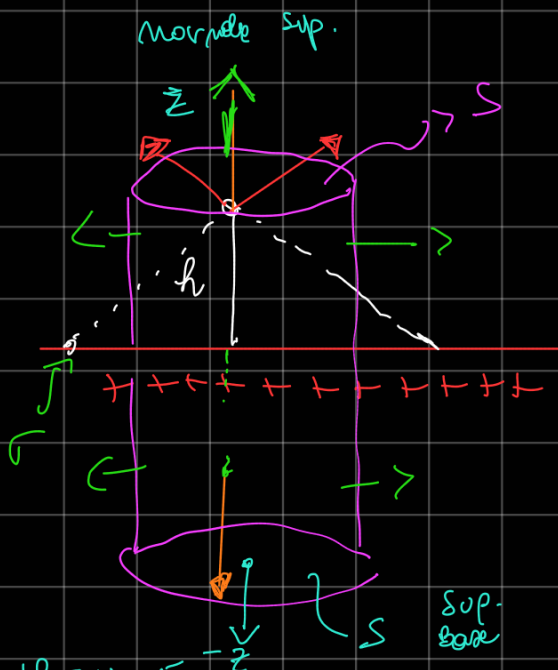
Tutte le aree concentriche stanno la
stessa distanza

Questo vale se la densità superficiale di carica
è uniforme

Il corpo è sempre perpendicolare
alla superficie. Come superficie di.

Gauss mi prendo un cilindro
il modulo zero lo sto. Stessa una certa
altezza h , il modulo non cambia se

mi nuovo luogo destra $\Rightarrow$ sinistra



Flusso varia
in base a come
muovo l'area di
simmetria

Se mi muovo di h costante
campo costante.

Posso benissimo ipotizzare

Come sup. Gauss nuovo cilindro

$$\vec{E}(h) = E_z(z) \hat{z}$$

sup. di simmetria
campo lungo z

normale
al cilindro
 $\hat{z}$

flusso superficie
di sopra

$$\Phi(\vec{E}) = \left(E_z(z) \hat{z} \cdot \hat{z} + E_z(z) (-\hat{z}) \cdot (-\hat{z}) \right) S$$

2 contributi

in ogni punto

avremo la normale

alla superficie laterale, ed è 0.

rimangono solo le 2 basi, le parti di S sopra

conica Totale

nella sup. chiusa

$$2E_z(z) S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$\frac{-x - x - x - x}{S \cdot \sigma}$$

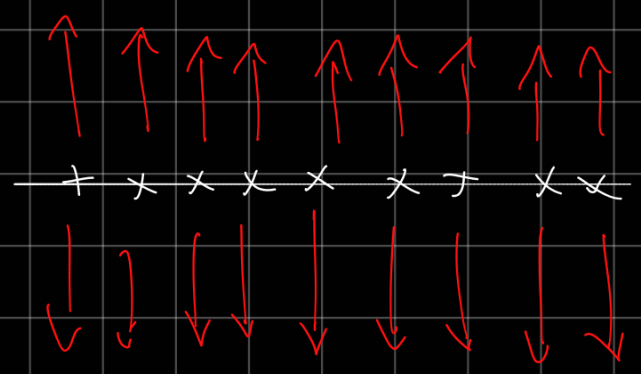
$$E_z(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{N}{C}$$

campo è lineare
perpendicolare

$E(r) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > 0 \\ \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (-\hat{z}) & z < 0 \end{cases}$

e non vale riprodotto
 all'altezza, i campi
 in ogni punto e vale $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

IL CAMPO el. NON DIPENDE dalla DISTANZA. LINEE DI FORZA COSTANTI



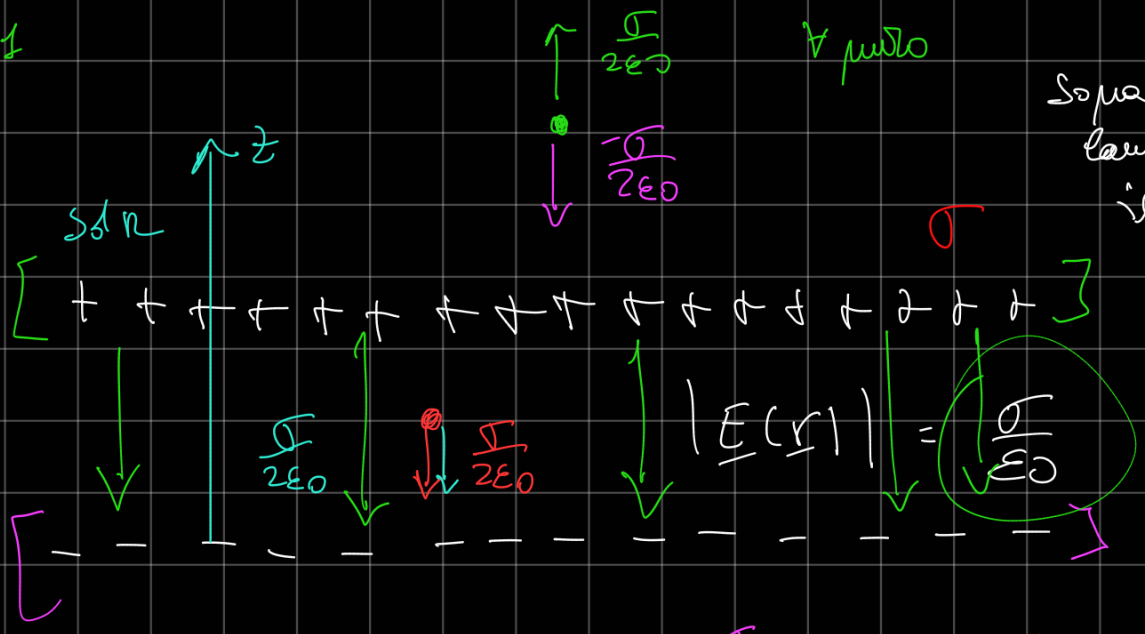
DISTRIBUZIONE piano DI CARICA. CAMPO ELETTROSTATICO COSTANTE, $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ verso il piano.

Stessa densità linee di forza, ovvero campo costante

ESEMPIO EXTRA

campo el. 2 distribuzioni 2 cariche: le di cariche

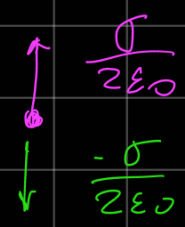
I reg. 1



Sopra e sotto la lamina positiva il campo elettrico è nullo

II

III



uso PSE considerando che ogni corpo non dep. dalla distanza

I, II $E(r) = 0$

II Campo el. che è la somma dei 2

$$\underline{E}(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (-z)$$

Campo che va dalle
linee positive
alle negative.