

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi[B, t]}{dt}$$

FLUSSO TAGLIATO

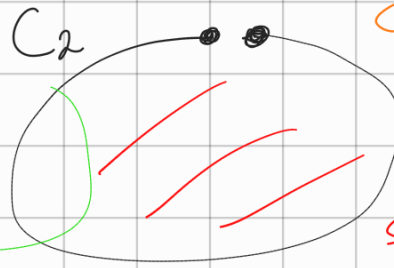
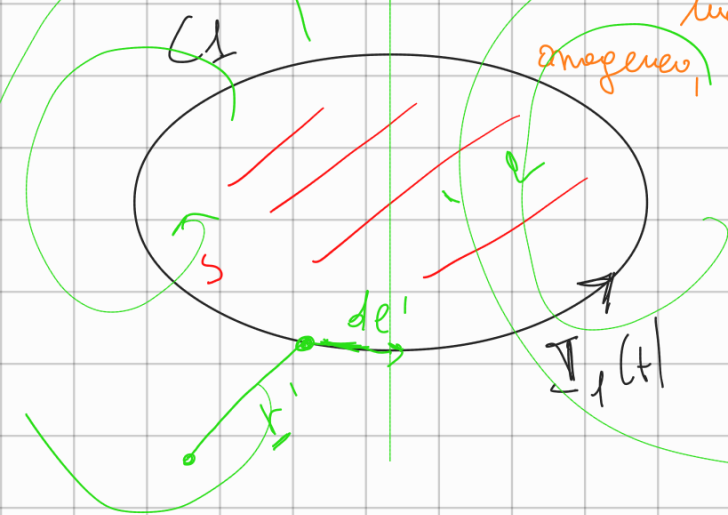
2 CIRCUITI MAGNETICAMENTE ISOLATI
E CONDIZ. QUASI STAZ.

in tutti i punti
 $B(r, t)$ diverso

Circolo percorso
da una corrente
variabile nel
tempo.

$I(t)$ costante lungo tutto
il circuito

immersi in un
materiale
omogeneo, isotropo, stazionario



C_2 aperto
parte di
 B_1 all'interno
 s_2 su
cui c'è
 C_2

Questo circuito genererà nello spazio un campo di induzione magnetica data dalla legge di LAPLACE

Se la corrente non è variabile, dalla 1a formula si legge

$$B(r, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} I(t) \oint_C \frac{d\mathbf{l}(r') \times (r - r')}{|r - r'|^3}$$

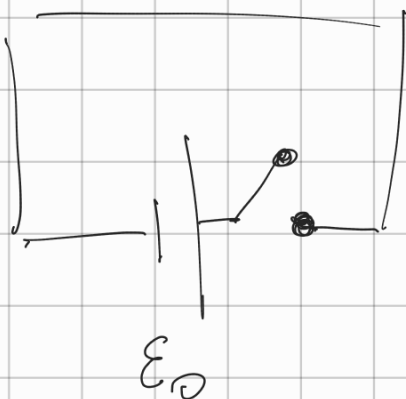
r' nel circuito, sopra
 r spazio

$\hookrightarrow$ circuito non si deforma nel tempo e sono nel vuoto

$I(t)$ costante
in tutti i
punti del
circuito

in condizioni $\uparrow$... Quasi STAZIONARIE

che significa? quando un circuito con un generatore
e un interruttore



quando chiuso interruttore,
campo elettrostatico su
tutto il circuito,
il quale ci mette un tempo
finito per stabilirsi in tutto il

all'infinito.

Per un piccolissimo intervallo, ma con una
corrente costante la subita.

Certo, ~~però~~ ~~osservare~~ e vedo istantaneamente

se non vedo a vedere quanto tempo ci

mette per stabilirsi il campo.

La velocità con cui si propaga la

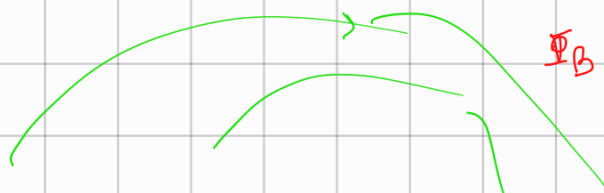
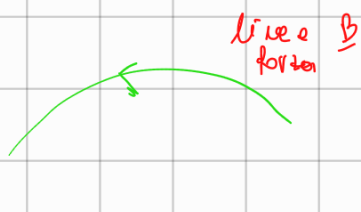
perturbazione è molto più veloce

rispetto al tempo per stabilirsi

il campo

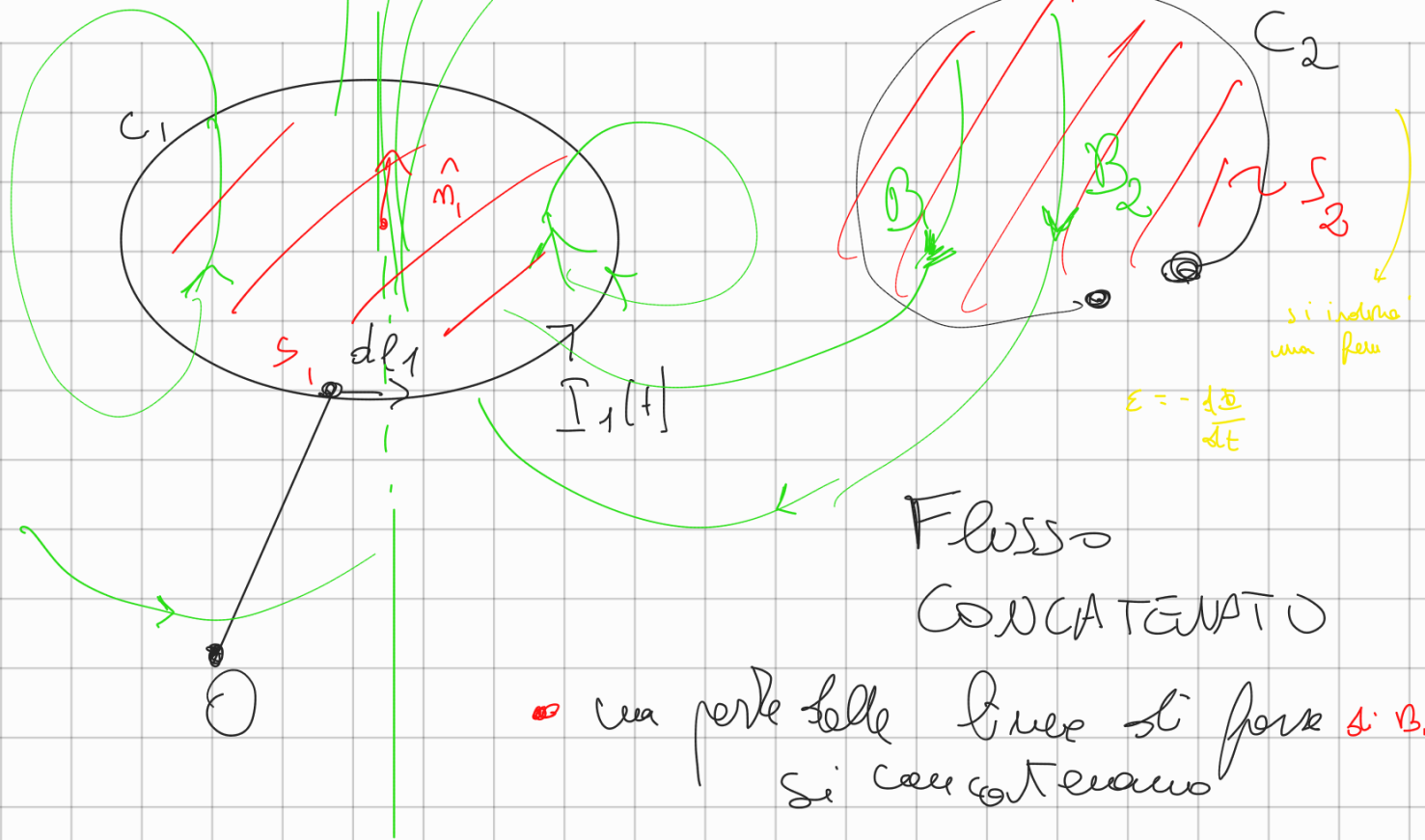
- Il campo di ind. elettromagn.
generato in cond. staz. è

$$\underline{B}(\underline{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \underline{I}(t) \oint_C \frac{d\underline{l}_1(\underline{r}') \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$



$$\Phi_B = \iint_{S_1} \underline{B}(\underline{r}, t) \cdot \hat{n}_1 dS_1$$

Flusso varia nel tempo



Cioè attraverso una qualunque superficie che si muove su questo campo, ho un flusso diverso da Φ su S_2

$$\Phi_2 [B_1(r, t)] = \iint_{S_2} B_1(r, t) \cdot \hat{n}_2 dS_2$$

flusso sulla sup. 2 generata dal campo 1

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{d\Phi_2}{dt}$$

sopra C_2 si svilupperà campo elettrico non conservativo
la cui circuitazione corrisponde ad una fem $\mathcal{E}_2$

$\mathcal{E}_2$

Anche il flusso Φ , varierà nel Tempo (Varia $I_1(t)$)

Se sono nel vuoto $B_1(r, t) = \mu_0 H_1(r, t)$ Mat. lin e isotro

$$B_1 = \mu_0 H_1(r, t)$$

BUT FIRST

Se il posto di B_1 incella integrale quasi residuo

avvi' relas. lineare tra $\mathcal{E}_2$ e $\mathcal{I}_1$

$$\rightarrow \mathcal{E}_2 = - \frac{\Delta \mathcal{I}_2}{\Delta \mathcal{I}_1} \frac{\Delta \mathcal{I}_1}{\Delta t}$$

coeff. de lega $\frac{\Delta \mathcal{I}_2}{\Delta \mathcal{I}_1}$

$$\mathcal{I}_2 = \left\{ \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{S_2} \left[\frac{\oint dl_1' (r_1') \times (r - r_1')}{|r - r_1'|^3} \right] \cdot \hat{n}_2 ds_2 \right\} \mathcal{I}_1(t)$$

r e' un vettore che ~~grazie~~ ^{e' una costante} ~~grazie~~ ^{grazie} ~~grazie~~ ^{grazie} $\mathcal{M}_2$

$\mathcal{M}_2$
coeff. di mutua
induzione

Siccome i circuiti sono statici e

dipende solo dalla configurazione geometrica
e del materiale in cui viene immerso

Quanto ho 2 circuiti induttori; di Torsori,
immersi in un materiale omogeneo, isotropo, stat.

e percorsi da correnti quasi stazionarie

$$\mathcal{I}_2 = \mathcal{M}_{21} \mathcal{I}_1(t)$$

Relazione lineare
tra flusso e
corrente

Forza elettromotrice indotta

e' linearmente dipendente dalle

variaz. di corrente nel tempo

CIRCUITI MAGNETICAM.

ACCOPPIATI

$$\mathcal{E}_{21} = -M_{21} \frac{dI_1(t)}{dt}$$

M_{21} = coeff di MUTUA
INDUZIONE

un variaz. di corrente in
un circuito induce una f.e.m. in un altro
circuito

$$[M_{21}] = \frac{W_b}{A} = \frac{V \cdot \text{Sec}}{A} = \Omega \cdot \text{Sec} = H$$

Henry

CONDIZ.
STAZ.

$$\frac{d\Phi_{21}}{dI_1(t)} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = M_{21} \text{ COSTANTE}$$

$$\hookrightarrow \Phi_{21} = M_{21} I_1$$

$$M_{12} = \iint_S \oint_{C_2} \vec{B}_2(r_2) \cdot d\vec{r}_2 \dots$$

però anche invertire, il coeff è
uguale se considero una $I_2(t)$ variabile

SISTEMA
RECIPROCO

$$M_{21} = M_{12} = M$$

Se tengo un filo in C_2

$$\Phi_{12} = -M_{12} I_2 \mu_0$$

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{21}(t) = \oint \vec{E}_{21}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{c}_2$$

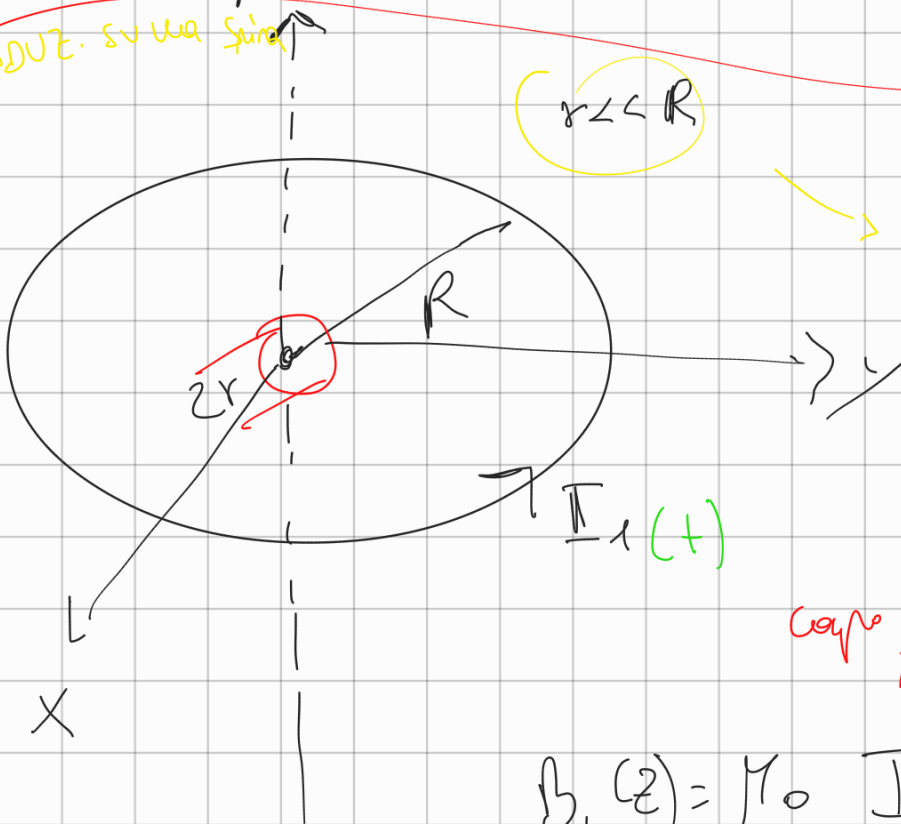
Il fatto di avere un circuito in cui varia corrente, significa che in tutto il filo si genera un campo elettromagnetico

Induce su una spira

$$r < R$$

Ma 2 spire
non più piccole

Campo indotto magnetico,
costante sulla spira 2
piccola



Campo indus. magnetico
in condiz. stazionaria

$$\underline{B}_1(z) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1 R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$\Rightarrow \underline{B}_1(z, t) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1(t) R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z}$$

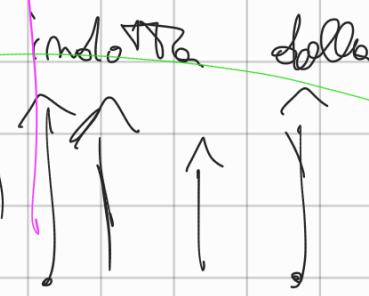
al centro della spira, $z=0$

$$\underline{B}_1(0, t) = \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1(t)}{R} \hat{z}$$

Campo di indus.
magnetico da $I_1(t)$ generato
sul centro della
spira

Quant'è la F.e.m

π_1
 π_2



Complet
clp esre

Complet
clp esre

$$\oint_{2,1} [B_1(0,t)] = \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1(t)}{R} \pi r^2 =$$

$$= \frac{\mu_0 \pi r^2}{2R} I_1(t)$$

coll. utra indr.

Considera clp res

$$M_{2,1} = \frac{\oint_{2,1}}{I_1(t)} = \frac{\mu_0 \pi r^2}{2R}$$

pross
geometric
costor.

hen indotta

$$\mathcal{E}_{2,1} = -M_{2,1} \frac{dI_1(t)}{dt} = -\mu_0 \frac{\pi r^2}{2R} \frac{dI_1(t)}{dt}$$

$$I_1(t) = \alpha t \quad 0 \leq t \leq t_0$$

$$\mathcal{E}_{2,1} = -\frac{\mu_0 \pi R^2}{2R} \alpha$$

$$\varepsilon_{21} = \boxed{-} M_{21} \frac{dI_1(t)}{dt}$$

Contributo
di Pons

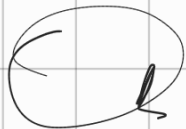
induzione
e' l'origine

Se ci mettiamo un filo conduttore con resistenza

R_2 nella zona piccola

$$|I_{21}| = \left| \frac{\varepsilon_{21}}{R_2} \right|$$

la corrente
per contrastare
il campo di
filo generato in senso
oppo

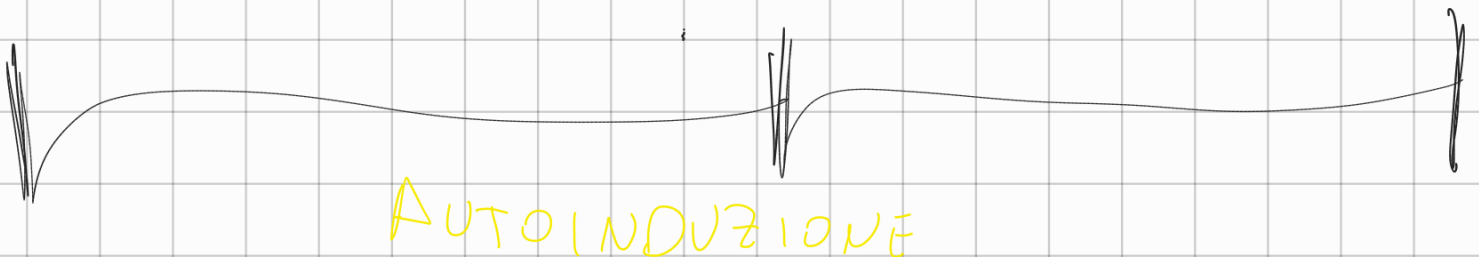


con un campo B rivolto verso
il basso

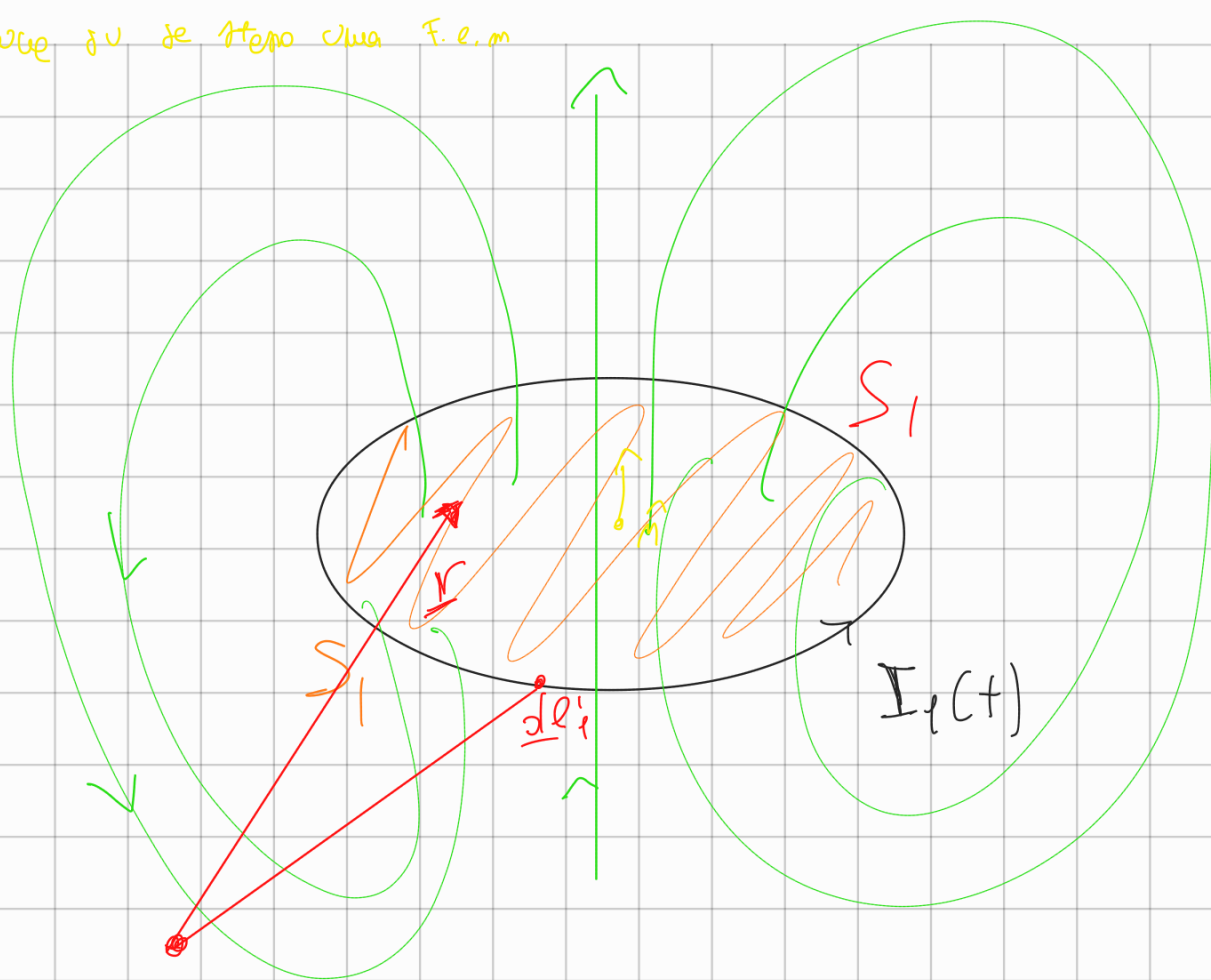
Se $R = 1 \quad r = 1 \text{ cm} \quad \alpha = 2$

In un solenoide ho 20 A, in quanti secondi la corrente
indotta, vale in modulo

$$|\varepsilon_{21}| \approx 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad 0,4 \text{ millivolt}$$



induce su se stesso una F.e.m.



il campo B è anche sulle superficie

stessa S_1

$B(r, t)$ varia solo se varia $I(t)$

allora anche $\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E}$ varia se varia $I(t)$

$$\Phi_{11} = \oint [B_1(r, t)] = \iint B_1(r, t) \cdot \hat{n}_1 ds, \neq 0$$

derivata a B_1 ...

derivata

$$\mathcal{E}_1 = \frac{d\Phi}{dt} \frac{dI_1}{dt} \text{ cui}$$

corrente di
fuori, ricost

$$\Phi[B_1(r, t)] = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{S_1} \left[\oint_{C_1} \frac{dl'_1(r') \times (r - r')}{|r - r'|^3} \right] \cdot \hat{n}_1 ds \cdot I_1(t)$$

relaz. lineare

tra Φ e I

$$\hookrightarrow \Phi(t) = L I(t)$$

è una costante

L

Flusso sovrinteso che
dipende dalla geometria

$$\Rightarrow \Phi[B_1(r, t)] = L I_1(t)$$

$\frac{d\Phi}{dt}$ dipende solo
dalla geometria
del circuito

Se circuito in a.c. è
una costante

$$\left[\mathcal{E}_{11} = \mathcal{E}_c = -L \frac{dI_1(t)}{dt} \right]$$

newman
has so
autoinduttore

per induttore

linearmente proporz. alla
variazione di corrente

Coef. D_1 AUTOINDUTTANZA [H]

Circuito generatore in C_1 una p.e.m. indotta
su se stesso e su un altro circuito

$\Rightarrow$ TUTTI I CONDUTTORI GENERANO SU SE STESSI UNA E_i

$\Phi(t) = L I(t)$ se circuito magico, isolato da
altre sorg. magnetiche, nel vuoto, corrente staz./quasi staz.

Se sono in un mezzo materiale deve capire valore che

$\Phi(t) = L I(t) \Rightarrow$ permeabilità magnetica μ_r deve essere
una costante

$\Rightarrow$ es. materiali ferromagnetici
anche μ_r in un induttore
LINEARIZZABILE

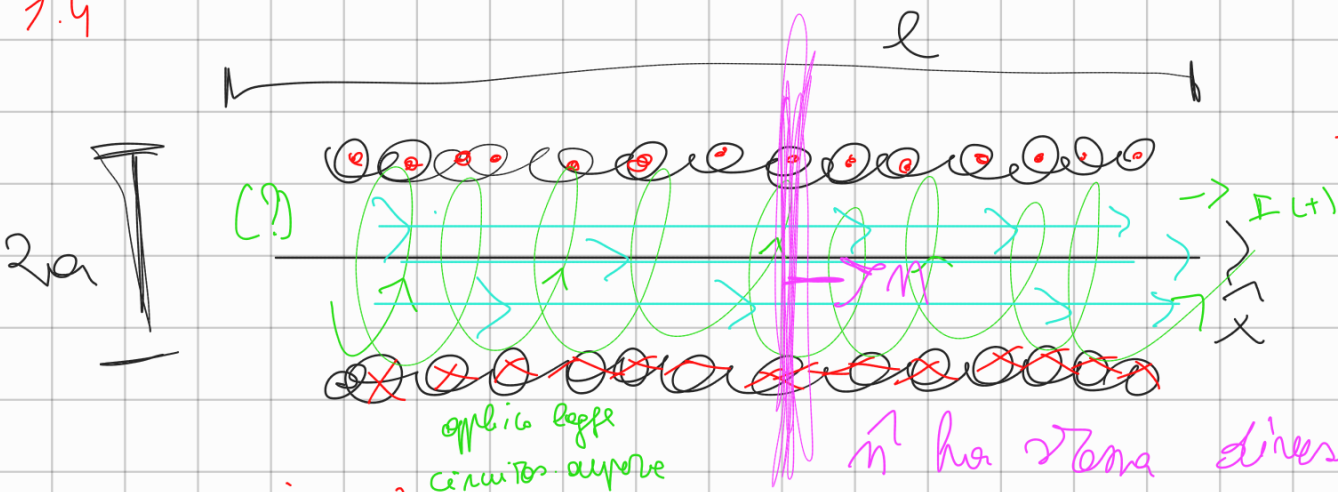
$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\underline{B}(r,t) = \mu \underline{M}(r,t)$$

$$e \gg 2a$$

Solenoidale Rettilineo infinito

7.4



$$N = \frac{\# \text{spire}}{m}$$

approssimazioni

① campo di induzione magnetica non colto

nella Descr

② Flusso di verso e' nullo, non vale Teo di Ampere.

$$\underline{H}(t) = N \underline{I}(t) \hat{x}$$

camp magnetico costante
e parallelo all'asse $\hat{x}$
linee si dividono all'infinito

$$\underline{B}(t) = \mu_0 \underline{H}(t) = \mu_0 N \underline{I}(t) \hat{x}$$

$\uparrow$ se nel solenoide $\uparrow$ μ_0 vuoto $\rightarrow$

$\underline{I}(t)$ sia costante
su tutto l'asse

avremo una

$$\text{Spina} = \mu_0 N \underline{I}(t) \pi a^2$$



$\underline{B}$ cost. e
perpendicolare
al piano della
spina

$$n = N \cdot l \quad \text{spine}$$

flusso totale, ho n spine

$$\Phi_T = \mu_0 N \underline{I}(t) \pi a^2 \cdot \underbrace{Nl}_{\text{costante}} = \mu_0 N^2 \pi a^2 l \underline{I}(t)$$

autoinduzione
nell'aria
nel solenoide

$$\frac{\Phi_T}{\underline{I}(t)} = \mu_0 N^2 \pi a^2 l$$

coeff di
mutua indus. lep

per indus.
della spirale

$$\Rightarrow \mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}$$

ov.

$$N = 10^4 \frac{\text{spine}}{\text{m}}$$

$$a = 1 \text{ cm} \quad l = 20 \text{ cm}$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{W}{A} = \text{Henry} = \Omega \cdot \text{sec}$$

V. Sec

$$Ml = 2090$$

$$L = 7,9 \text{ mH}$$

L [Henry]

Spina non nel vuoto

$$\underline{B}(\sigma) = \mu_0 \mu_r H(\sigma)$$

$$\mathbb{P} = \mathbb{P}_0 \cdot \mu_V$$

$$L = L_0 \mu_r - \frac{1}{2} \mu_r \omega^2 \epsilon \kappa a^2$$

un modo per aumentare l'ambiguità, e'

were nuclei a grande percolabile Vi

e l'evento è lineare. (evento di $\mathcal{H}_1$)

Problem 8.5

Materiale ad altu' puvulutu' ripari' e

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \underline{H}$$

Linee di forza B erano tutte
contenute al toroide

$$\underline{H} = \frac{N_s \Gamma_s \chi H}{2\pi a}$$

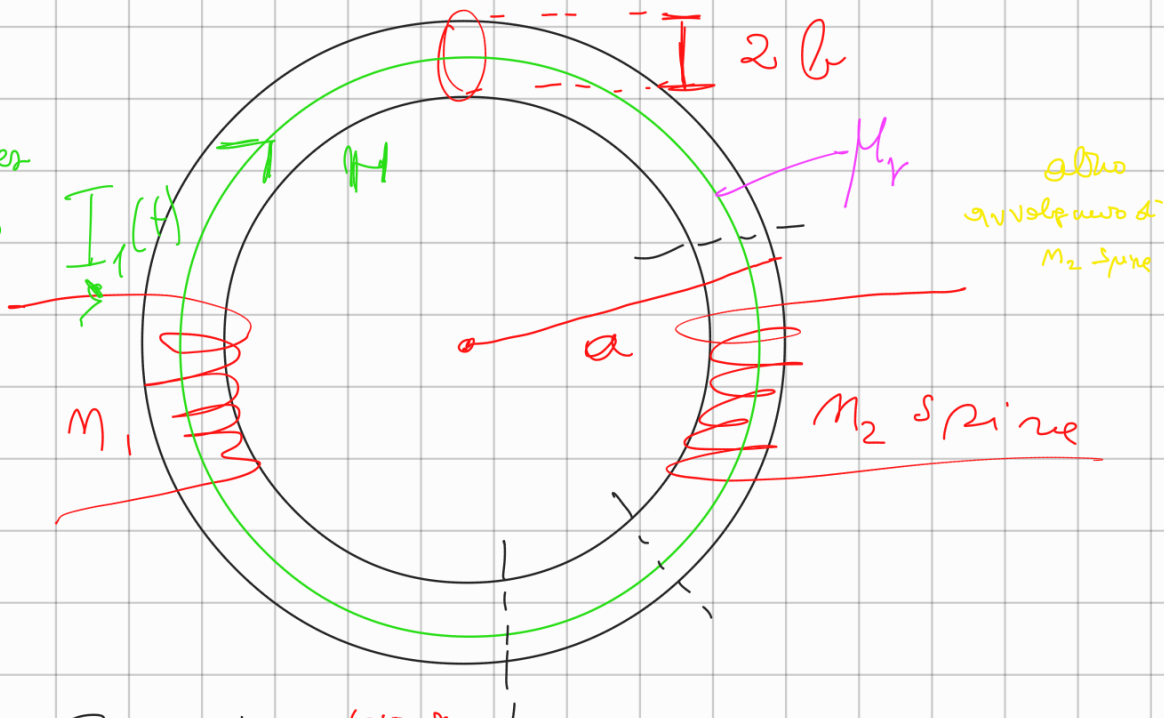
ll 229

Hyp: $b \ll R$

→ B normale alle ser
bronna, e H si
unif

Corpo ripetitivo
costante su ogni linea
di forza

Flusso Totale è
costante



$$M = \frac{n_1 \cdot I_1 \cdot (t+1)}{2\pi a}$$

Costante
sulle $\log$.

$a =$ rapido MEDIO, corpo medio
nel Torciglione vero

$\hookrightarrow$ anche B in modo cost. con a

$$\Phi_{\text{spira 2}} = B_1(t) \pi b^2$$

Flusso come Φ_{spira}

$$\Phi = BS \quad B \text{ normale ad } S$$

$$\Phi_2 \{ B_1(t) \} = \left[B_1(t) \pi b^2 \right] n_2 = n_2 \text{ volte il flusso su una spira}$$

$$= \mu_0 \mu_r \frac{n_1 I_1(t) \pi b^2 n_2}{2 \pi a}$$

trovo coeff.

MUTUA IND. M

$$M = \frac{\Phi_2(B_1, t)}{I_1}$$

indico per su n_2

$$= \mu_0 \mu_r n_1 n_2 \frac{\pi b^2 I_1(t)}{2 \pi a}$$

$$B_1 = \mu_0 \mu_r n_1 I_1$$

$$M$$

costante che dipende dal # spire dei circuiti, materiali e geometria

può anche essere data dalle formule del toroide

$$\Phi_{11} [B_1(t)] = B_1(t) \pi b^2 n_1 = \frac{\mu_0 \mu_r n_1^2 \pi b^2 I_1(t)}{2 \pi a}$$

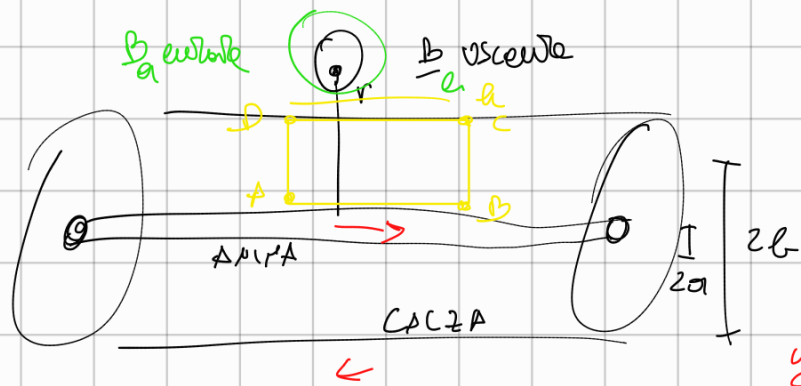
Flusso autoindotto

$$L_1 = \mu_0 \mu_r \frac{n_1^2 \pi b^2}{2 \pi a}$$

$$L_2 = \mu_0 \mu_r \frac{n_2^2 \pi b^2}{2 \pi a}$$

Cavo coassiale

La corrente che scorre
di verso opposto da
quello



• li considero come filo
infinito.
BIOT SAVART

• Campo indotto magnetico generato all'esterno dell'anima

$$\underline{B}_a(r, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I(t)}{r} \hat{\varphi}$$

hyp $r \gg 2b$

$\Rightarrow$ massima I concentrata nell'anima di costante $I(t)$

$$\underline{B}_e(r, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{-I(t)}{r} \hat{\varphi}$$

$\Rightarrow$ i due campi di indus. si annullano

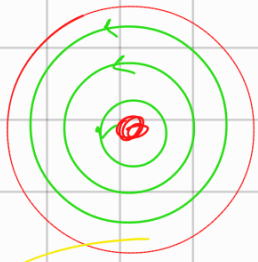
Esternamente un cavo coax non produce
un campo di indus. magnetica.

$\hookrightarrow$ Cavo schermato

$\hookrightarrow$ simile come pannello bifilare
e in alluminio



• in un cavo inteso, in tutto i punti ho un campo di indus. magnetica
 $\hat{E}$ non è unif



ed è più intenso
vicino ad R

va come $1/R$

→ Ho coeff. di autoinduzione

Prendo una sezione S , calcolo flusso su una sez.

$$\Phi_S(\underline{B}, t) = \iint_S \underline{B}(r, t) \cdot \hat{n} \, dS \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{normale } \hat{n} \\ \downarrow \text{in cilindriche} \end{array}$$

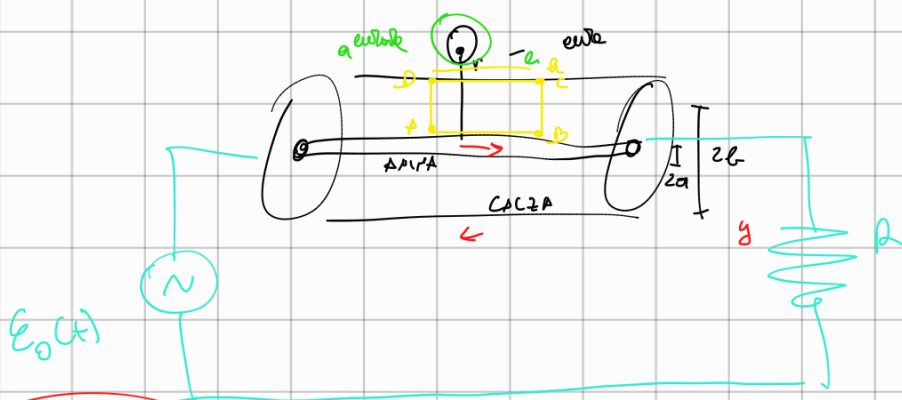
$$= \int_0^H \int_A^B \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I(t)}{r} \hat{\varphi} \cdot \hat{\varphi} \, r \, dr \, dz$$

$$I_S(\underline{B}, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} h \ln\left(\frac{b}{a}\right) I(t)$$

⌋ autoinduzione per un tratto di
lunghezza h

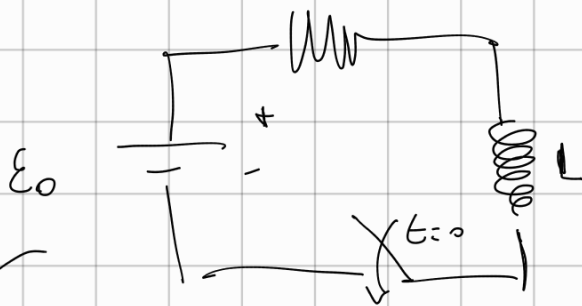
↓ del pto di vista circuito

ciruito con autoinduzione



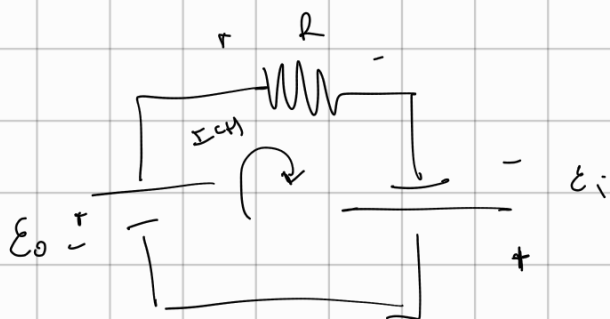
CIRCUITO RL

shewide o aperto con
condensatore L



finché induttore aperto, $I = 0$ con source corrente costante
Scorre corrente induttore, e in quel momento, $I(t)$ varia, nell'induttore
si genera f.e.m. $\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}$

generare spont



$$\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_i = R I(t)$$

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI(t)}{dt}$$

$$\mathcal{E}_0 - L \frac{dI}{dt} - R I(t) = 0$$

indutt.

$$\mathcal{E}_0 = R I(t) + L \frac{dI}{dt}$$

diviso per L

$$I_m \left(\frac{\mathcal{E}_0}{R} \right) = I(t) + \frac{L}{R} \frac{dI(t)}{dt}$$

$$I_m - I(t) = \frac{L}{R} \frac{dI(t)}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L} (I(t) - I_m)$$

$$\frac{dI}{I(t) - I_m} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln [I(t) - I_m] = -\frac{R}{L} t + C$$

$$I(t) - I_m = e^{-\frac{R}{L}t + C}$$

$$I(t) - I_m = e$$

$$I(t) = I_m + e^{\left(\frac{R}{L}t + C\right)}$$

condiz. al momento $t=0 \quad I=0$

$$I(0) = I_m + e^C = 0 \quad e^C = -I_m$$

$$I(t) = I_m - I_m e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\rightarrow I(t) = I_m \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

I_m valore da
variabile I

se non si fissi L
sod. ε_0 e R

costanti

$$\tau = \frac{R}{L}$$

è 75% del valore finale

dopo 5τ il circuito è in regime

L diventa un c.c.

TRANSITORIO dopo che si chiude il circuito

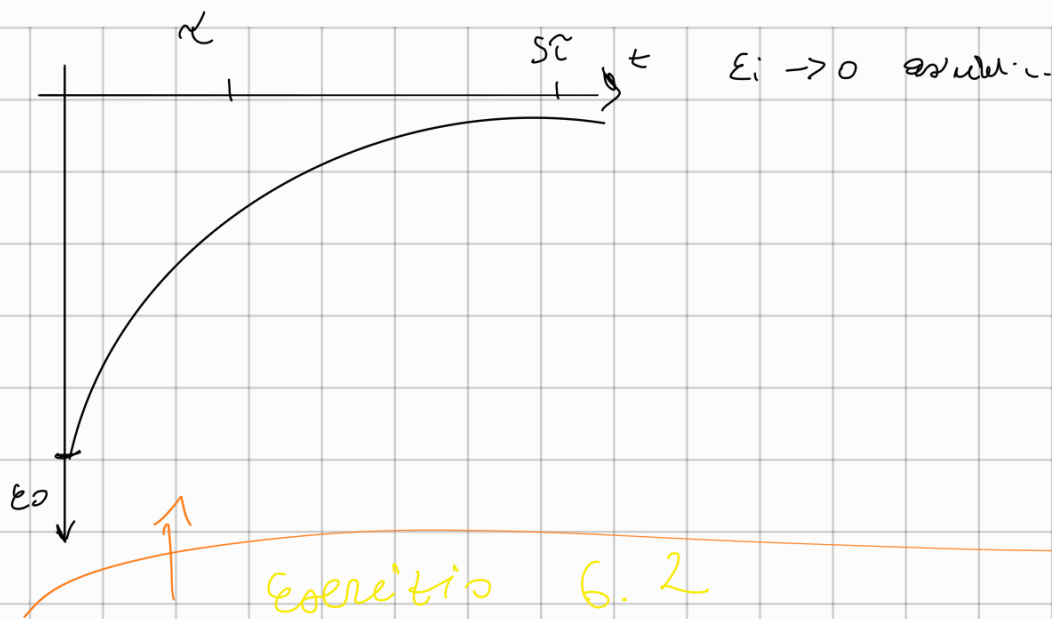
Cosa succede allora? Tensione ai capi dell'induttore $\mathcal{E}_i(t)$ indotta?

$$\mathcal{E}_i(t) = -L \frac{dI}{dt} = -\frac{I_m}{\tau} e^{-t/\tau} = -\varepsilon_0 e^{-t/\tau}$$

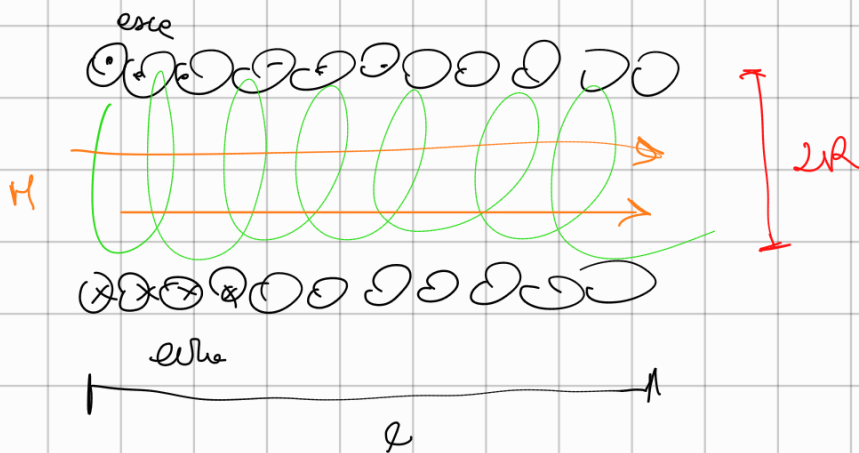
indotto
dal circuito

Tensione variabile di tipo exp

subist. a $t=0 = -\varepsilon_0$



Solenoidale



$$N = \frac{M}{l}$$

all'interno si sviluppa $\underline{H}$ uniforme e densa & ass.

$$H = N I(t)$$

flusso attraverso $\underline{B}$ costante, parallelo ad $\hat{n}$

$$\underline{\Phi} = |\underline{B}| S = \mu_0 \mu_r N I(t) \pi r^2$$

± solo spiro

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \underline{H}$$

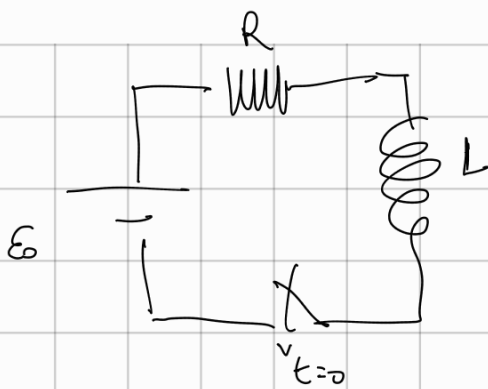
induzione
isotropa ed
densa permeabilità

$$\underline{\Phi}_{TOT} = \underline{\Phi} N l = n \mu_0 \mu_r N I \pi r^2$$

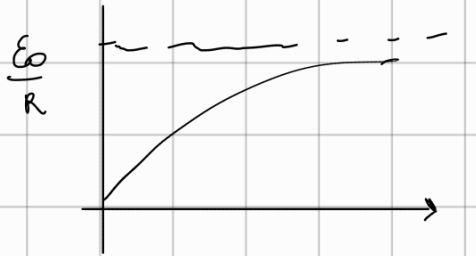
che si considera
con tutto lo
spazio

$$L = \mu_0 \mu_r N^2 l \pi r^2$$

• lo inserisco in un circuito con generatore costante



comincia a scorrere una corrente



dato scrivendo Kirchhoff
alla chiusura del circuito

$$I(t) = I_m [1 - e^{-t/\tau}]$$

$$I_m = \frac{E_0}{R}$$

$$E_0 = R I(t) + L \frac{di}{dt} \Rightarrow E_0 = RI + \frac{d\Phi(B)}{dt}$$

E_0 : indotta dall'
cambio di flusso

B è il campo di ind. magnetica dentro
il solenoide

• $i(t)$ scorre nel circuito, da origine ad un B , produce un flusso
perché $I(t)$ varia, Φ crea un fem di contro verso flusso B

• quanto è l'energia necessaria all'istante t per avere B dentro il
solenoidale

• considero che T intervallo di dt . nel circuito scorre la corrente

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$dq = I(t) dt$$

corrente che deve sopportare
il generatore.

Generatore deve fare lavoro $dL = E_0 dq$
elettromotrice

moltiplica
per dq

$$E_0 dq = R \cdot I^2(t) dt + \frac{d\Phi(B, t) I(t)}{dt}$$

energia dissipata
su R in elettr. Joule

lavoro generatore,
energia elettromotrice
per generare il campo
di ind. magnetica, ma per

scrivere la corrente

$\Phi(t_1)$

$W_{TOT} = W_m = \int_0^{\Phi(t_1)} \Sigma(t) d\Phi(B)$

per parte corpo
da 0 a $B(t_1)$

↓ dove flusso
è 0

B periodica &
unif.

• abbiamo visto che nel
cavo
 $\Phi = \mu_0 \mu_r N \underbrace{B}_\psi S$

• $d\Phi[B] = \mu_0 \mu_r N dB$

se varia corr., varia B , varia flusso

• $\Sigma(t) = \frac{H}{N} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r N}$

$(H = I(t) N)$

$W_m = \int_0^{B(t_1)} \underbrace{\frac{B}{\mu_0 \mu_r N}}_I \mu_0 \mu_r N dB = \frac{\mu_0 \mu_r N}{2} \int_0^{B(t_1)} B dB = \frac{\mu_0 \mu_r N}{2} \frac{B^2}{2} \Big|_0^{B(t_1)}$

$W_m = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{\mu_0 \mu_r} B^2(t_1)$

energia TOT
magnetica

Volume dove si è generato
il campo

energia erogata al generatore
da 0 a t_1 per generare
nel solenoide B(t₁)

• $W_m = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{\mu_0 \mu_r} B^2(t_1)$

DENSITA' volum.
DI ENERGIA

$\frac{J}{m^3}$

che può essere B(t₁)

energia campo elettromagnetico

(lo siamo)

$W_c =$

$\iiint_V \frac{1}{2} \epsilon \cdot D dV$

energia immag.
in campo elettrico

$$\Rightarrow W_m = \ell \int \frac{1}{2} \underline{H} \cdot \underline{B}$$

w_m

vale sia nel vuoto

Sia nei materiali

perpendic. $\underline{E}$ e $\underline{S}$ e $\underline{H}$ e $\underline{B}$

$$W_m = \iiint_V w_m dV = \iiint_V \frac{1}{2} \underline{H}(\underline{r}, t) \cdot \underline{B}(\underline{r}, t) dV$$

fatto nei punti dove $\underline{H}$ e $\underline{B}$
sono definiti

energia per avere al tempo t $\underline{B}(t, \underline{r})$ nel solenoide

ENERGIA IMMAGAZ. SOTTO FONTE DI CAMPO
MAGNETICO $\underline{H}$

$\Rightarrow$ lavoro $\mathcal{E}_0$, parte dissipata in calore, parte immag.

$$W_m = \int_0^{\Phi(t_1)} I(t) d\Phi(B, t)$$

so che $L = \frac{d\Phi}{dI}$ e L è costante

induzione

$$= \int_0^{I(t_1)} L I dI(t)$$

lavoro per portare corrente a $I(t_1)$

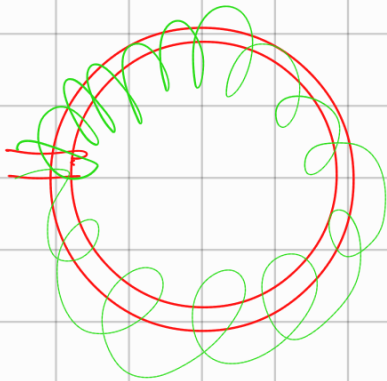
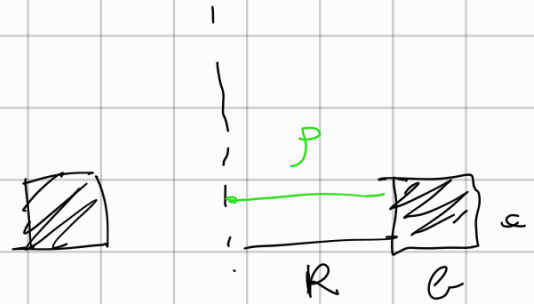
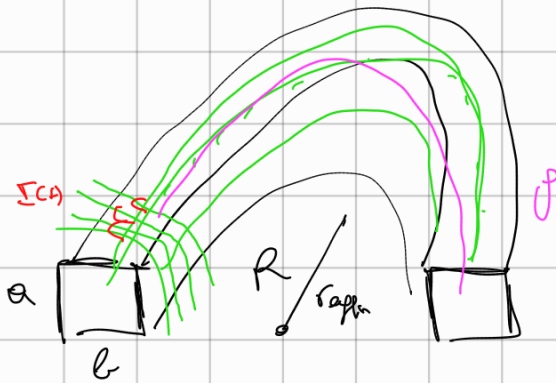
$$= \frac{1}{2} L I^2(t_1)$$

lavoro resistivo generato

Esercizio da videolezione

TOROIDI C.C. a ser. reattori

avvolgimento di spina
che avvolge tutto il toroide



μ_r

$$\underline{B}(r, t) = \mu_0 \mu_r \underline{H}(r, t)$$

corp. isol.
mag. μ_r

anche se sono nel vuoto, avvolgimento
equivalente $\Rightarrow$ $\underline{H}$ costante lungo ogni
linea di forza. $\underline{B}$ è interno

M spire TOTALI

Legge circuitali ampere $\mu \underline{H}$

$$\oint_C \underline{H} \cdot d\mathbf{c} = n I(t)$$

$\underline{H}$ cost $\forall$ spina.

$\hookrightarrow \forall$ linea a sistema $\underline{p}$
dell'ane

$$= \underline{H} 2\pi \underline{p} = n I(t)$$

perimetro anc
rappo $\underline{p}$.

$$\underline{H} = \frac{n I(t)}{2\pi \underline{p}}$$

$\underline{H}(\underline{p})$ cost

per calcolare $\underline{H}$ coeff. desiderato.

- (1) calcolo $\underline{B}$ nel toroide
- (2) calcolo $\underline{E}(b)$
- (3) diviso flusso μ
la con

in modulo

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \frac{n I(t)}{2\pi \underline{p}}$$

$\underline{B}$ lines. e verso?

Verso
Comune



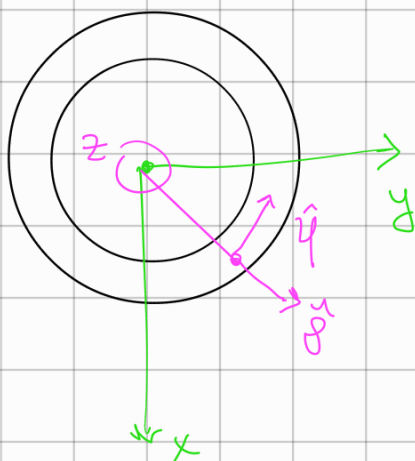
uso sol cilindrico



$\underline{B}$ è verso $\hat{y}$

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \frac{n I (c+1)}{2\pi y} \hat{y}$$

$\hookrightarrow$ calcolo



$$\hat{n} = \hat{y}$$



$$\Phi = \iint_S \underline{B} \cdot \hat{n} dS = \int_R^{R+b} \int_0^a \frac{\mu_0 \mu_r I (c+1)}{2\pi y} dz dy$$

$$dS = dy dz \text{ area}$$

$$= \mu_0 \mu_r \frac{n I (c+1) a}{2\pi} \ln \left(\frac{R+b}{R} \right)$$

Flusso attraverso
la SINGOLA
SPIRA

• Supposto $\underline{B}$ non costante si muove da R a R+b

PROTEGI
involte

$b \ll R$ allora

$$\ln\left(\frac{R+b}{R}\right) \approx \ln\left(1 + \frac{b}{R}\right) \approx \frac{b}{R}$$

$$\Phi_S = \frac{\mu_0 \mu_r n I(t) a \cdot b}{2\pi R}$$

B

B costante

Flusso di volta di una

$$\Phi_{Tot} = n \Phi_S = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 a \ln\left[\frac{R+b}{R}\right] I(t)}{2\pi}$$

L autoinduzione
Toroidale

• $I(t)$ cost, non isolato, avg. indef.

- Se avvolgimento è in aria, densa fine spine della bobina.
- avvolgimento su μ_r , bobina n spine, il campo magnetico è
debole

• Energia per portare corrente da 0 a $I(t)$ e per avere campo magnetico
magari una bobina di campo magnetico

$$W_m = \frac{1}{2} L I(t)^2$$

per creare $B(t)$ dentro il toroide

$$W_m = \int_a^b \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \underline{H} \cdot \underline{B} \, d\rho \, d\varphi \, dz$$

avendo visto che il condensatore rimane carico, anche sulle onde, energia immag. sotto forma di campo el.

- L'autoinduzione L ha significato solo se B o campo variabile nel tempo (non nel vers.), NON POSSO CANCELLARE SOLENOIDE. Energia rimane solo finché c'è un campo variabile, qui varia anche il tempo

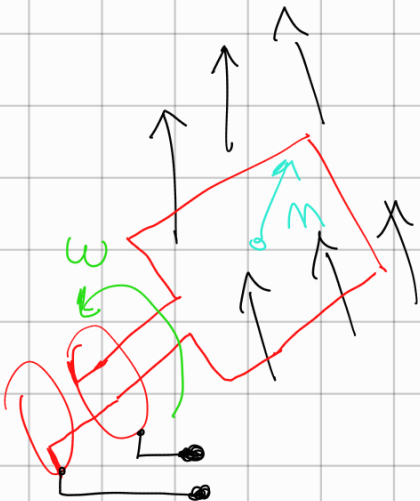
Per lasciare energia immag. in un solenoide serve energia variabile nel tempo

GENERATORI IN CORRENTE ALTERNATA (corrente variabile)

Sopra campo magnetico statico costante del quale campo inserito spina elettrica capace di ruotare attorno al proprio asse

$$\underline{B} = B \hat{z}$$

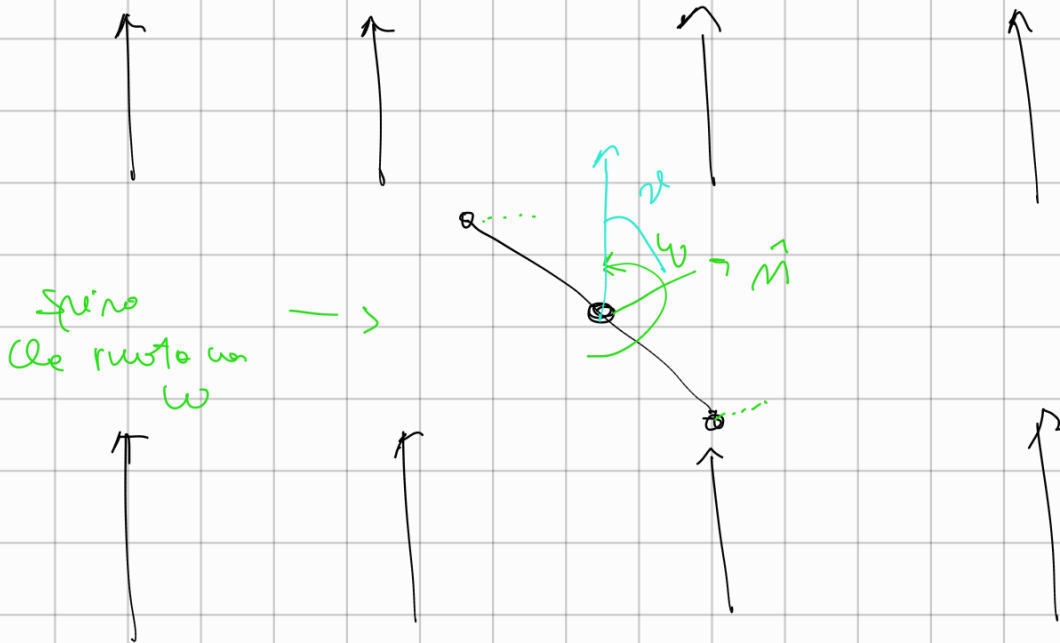
Gli 2 circuiti "stipidiati". un terminale tocca un anello, il secondo l'altro



- Spina ruota con velocità angolare $\omega \cos t$

Mo 2 Terminali.

$\hat{n}$ normale alla spira, anche $\hat{n}$ ruota
 $\hat{n}$ oscilla tra $\hat{n}$ e $\underline{B}$



spira
che ruota con ω

legge varia spira

$$\vartheta(t) = \omega t + \varphi$$

Moto ang.
UNIF

Flusso di $\underline{B}$ attraverso la spira
 $\underline{B}$ cost

dip. da t è nel piano della spira,
 ϑ varia

$$\Phi(t) = \underline{B} \cdot \hat{n}(t) S = |\underline{B}| S \cos \vartheta(t)$$

$\underline{B}$ è unif.

$$\Phi(t) = BS \cos(\omega t + \alpha)$$

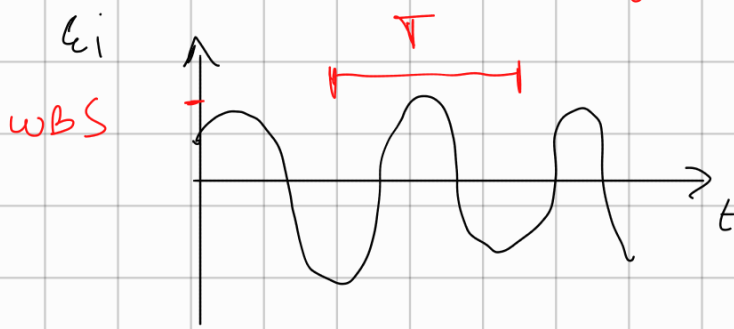
indotto una fem con la variaz. di Φ

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega B S \sin(\omega t + \alpha)$$

Tensione indotta ha
un andamento sinusoid.

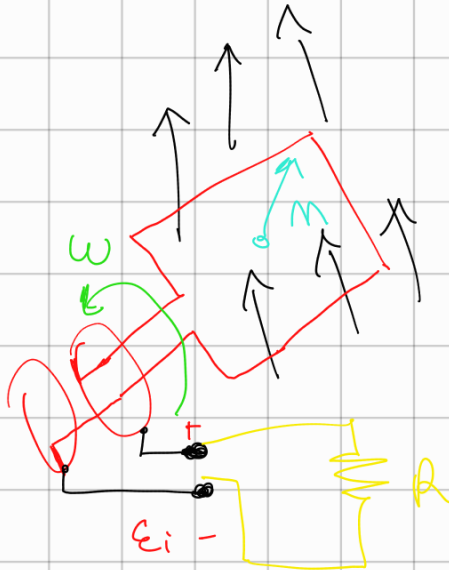
andamento
oblio
Tensione
ai capi

Periodo, giro completo della spirale, della corrente



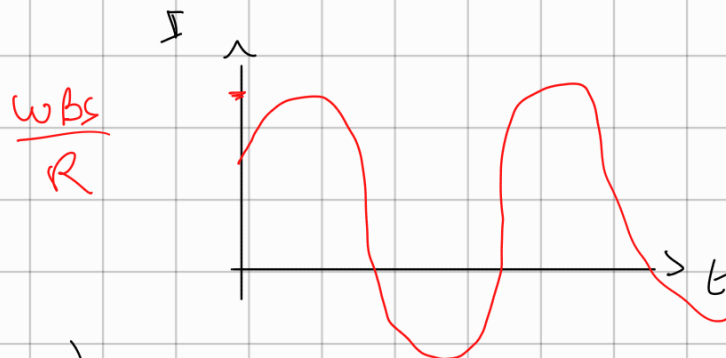
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{sec}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{Hz}$$



collegato in cortocircuito

$$i(t) = \frac{\epsilon(t)}{R} = \frac{\omega B S}{R} \sin(\omega t + \alpha)$$



$$i(t) = i_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

$$P_{diss} \text{ in } R = R i^2$$

potenza fornita da qualcuno che
cerca lavoro per mettere in
rotazione la spirale.

(che non considero autoinduzione)

trasferimento
energia meccanica ed elettrica

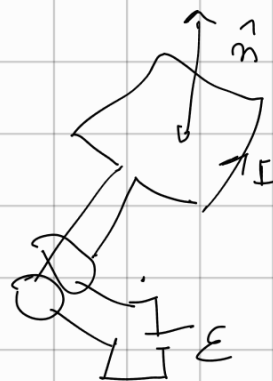
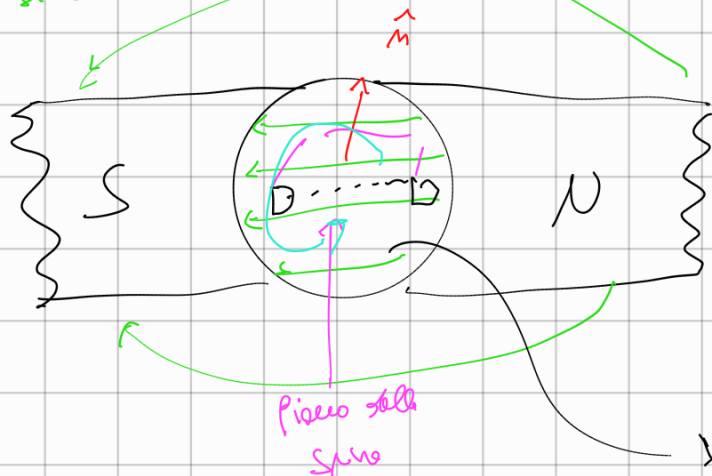
TRASFORMAZIONE energia elettrica in

MOTORE ELETTRICO

MECCANICA

① Barile magnetico permanente. Campo magnetostatico ha linee di forza

la cui $\vec{p}$ di flusso che si risponde



② Barile spinon quadrato collegato con 2 contatti esterni

SPINA PUÒ ROTARE SULL'ASSE.

③ Barile peristole μ costante, sulla spina per corr. stazionaria

$\hookrightarrow$ spina immersa nel campo magnetico, ad essa corrisponde un momento di dipolo magnetico

$$\underline{M} = I S \hat{n}$$

ago magnetico in un campo $\underline{B}$ indiv. costante,

si induce sulla spina un momento meccanico

$$\underline{M} = \underline{M} \times \underline{B}$$

ruota spina finché $\underline{M} \parallel \underline{B}$ sono allineati.

$\hookrightarrow$ spina ha una massa, l'inerzia la manda in una posiz.

Successiva all'equilibrio, ha una oscillazione smorzata

$\hookrightarrow$ in questa condizione con un inventore

SCAMBIO I CONSPETT, corrente carica verso,

m si allinea alla parte opposta, non regola
antiparallela, dato norma di 180°
e v' inverso

$\Rightarrow$ qui non ho invento i contatti.

da esempio el. in MECCANICA.

METTO IN MOTO UNA SPINA, HO L.V. MECCANICO

MECAN FORMOLE DI IDEOLOG.

Elettrostatica

Gauss DIFF

$$\nabla \cdot \underline{D}(\underline{r}) = \rho(\underline{r})$$

divergenza vettore
ind. elettr. in

Flusso di $\underline{D}$ attraverso superficie chiusa
 $\rightarrow$ racchiudendo volume el. libero = genera di carica contenuta in quel volume
Circuito. Campo elettrostatico e' nel

volume libero
in quella
spazio

Faraday Nemo Len.

Campo ELETTRICO (VAN. NEL TEMPO) nello stesso punto ha anche
velocità ind. magnetica (variabile nel tempo)

$$\nabla \times \underline{E}(\underline{r}, t) = - \frac{\partial \underline{B}(\underline{r}, t)}{\partial t}$$

Legge Gauss posso estendere
nel tempo, se varia nel tempo

$$\underline{D}(\underline{r}) = \epsilon_0 \epsilon_r \underline{E}(\underline{r})$$
$$\Rightarrow \underline{D}(\underline{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_r \underline{E}(\underline{r}, t)$$

Campo elettrostatico

Campo elettrico
variabile nel
tempo

non $\exists$ linee magnetiche, e le linee di forza del campo ind. magne
sono linee chiuse

$$\oint_S \underline{B} \cdot \underline{\hat{n}} dS = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \underline{B}(\underline{r}) = 0$$

vale anche nel dominio del tempo

$$\nabla \cdot \underline{B}(\underline{r}, t) = 0$$

UNWITZ. D'APRENE NEI METTI MOT.

derivata corrente costante.

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}) = \underline{J}(\underline{r})$$

-> vale anche nei punti notevoli in cui vale

$$\int_C \underline{H} \cdot d\underline{r} = I$$

Storione per in I

$$\underline{B}(\underline{r}) = \mu \underline{H}(\underline{r})$$

nel tempo

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}, t) = \underline{J}(\underline{r}, t)$$

$$\underline{B}(\underline{r}, t) = \mu_0 \mu_r \underline{H}(\underline{r}, t)$$

Pseudo linea chiusa C

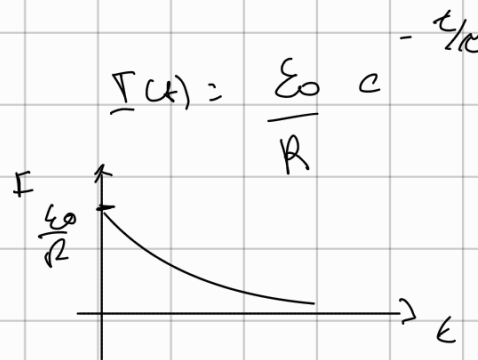
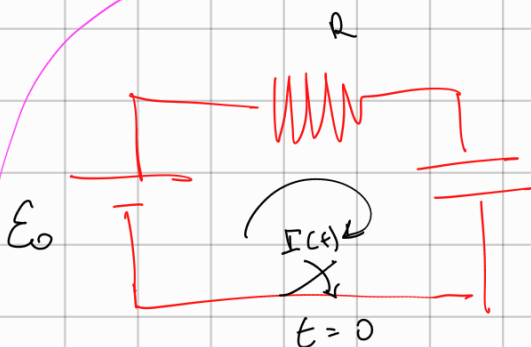
versione integrale

può essere chiusa C

$$\oint_C \underline{H}(\underline{r}, t) \cdot d\underline{r} = \iint_S \underline{J}(\underline{r}, t) \cdot \underline{\hat{n}} dS$$

S che si può cucire

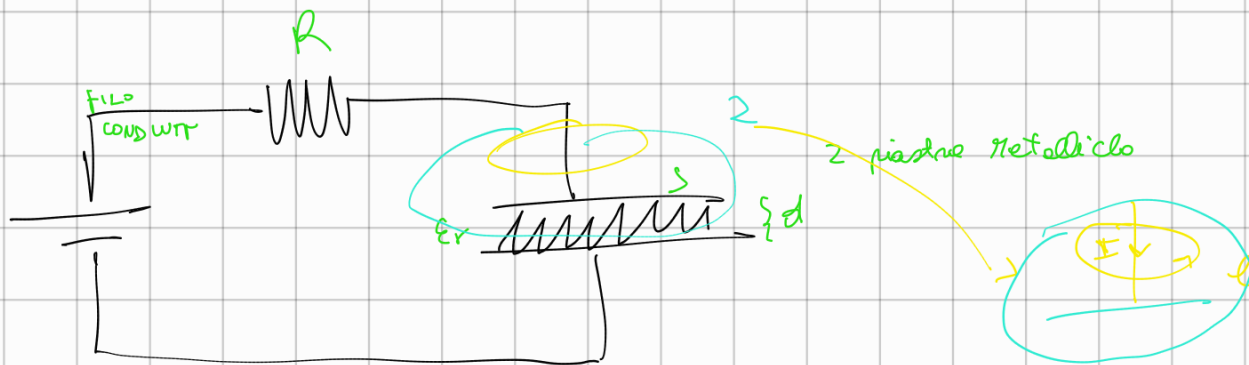
ma se si sposta a S con vettore mano destra



$$\tau = RC$$

Transitorio di carico. corrente varia nel tempo

Provo ad applicarlo al circuito con C a facce piane e parallele



Scorre corrente per un periodo di Tempo.

① Piatto sup. $\rightarrow$ corrente I
 corrente attraverso S

Secondo la formula, la
 circuitazione di H attorno al filo

(Il percorso che riguarda la
 circuitazione = corrente condut.
 che lo attraversa)

$$\oint_C \underline{H}(\underline{r}, t) \cdot d\underline{s} = \iint_S \underline{j}(\underline{r}, t) \cdot \hat{n} dS$$

$\underline{j}(\underline{r}, t)$ in A/m^2

Corr condut. = area $\times$
 un rapporto di carica

$\rightarrow$ ma deve poter vedere $\forall$ sup. individuata, basta
 che si appoggia su C.
 Piatto un'ala sup.

• Piatto sup. ②
 che entra nel

Condensatore senza toccare

armature $\rightarrow \underline{j} = 0$ NON HO CASCHE FISICHE
 DI CONDUT. che attraversano la sup

ASSUNDO

$$\oint_C \underline{H}(\underline{r}, t) = 0 \quad \text{CON LO STESSO}
 \text{CONTORNO C,}$$

Però allora c'è corrente $I(t)$?

da $t \rightarrow t + \Delta t$ si
è accumulata

$$\frac{dq}{-dq}$$

è come se
una carica fosse persa
Da le 2, ma non è
PASSATA

↓ FIX DI MAXWELL
per legge Faraday delle
e uguale a

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}, t) = \underline{j}(\underline{r}, t) + \frac{\partial \underline{D}(\underline{r}, t)}{\partial t}$$

corr di
condus.

da gli
non effett
di una carica
di condus. ma
non è una
corr. di condus.

quando penso al dominio del tempo, la corrente
di SPIN HA BISOGNO DI UN TERMINE AGGIUNTIVO
che è quello che ho in MAXWELL
LWS

$$\nabla \times \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}(\underline{r}, t)}{\partial t}$$

← qui non ho corrente
condut. però non
ho corrente MAGNETICHE

FORMA
INTEGRALE

$$\oint_C \underline{H}(\underline{r}, t) \cdot d\underline{c} = \iint_S \underline{j}(\underline{r}, t) \cdot \underline{\hat{n}} dS + \iint_S \frac{\partial \underline{D}(\underline{r}, t)}{\partial t} \cdot \underline{\hat{n}} dS$$

Ma di more
di Ampere,
ha gli effetti
effetti

se S non
varia nel tempo

→ CORRENTE DI SPIN

COMPONENTE ASSOCIATA alla
VARIANTE nel Tempo di un flusso
del VETTORE INDUZIONE.

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{L} = \mathcal{E} = - \frac{\partial \Phi(\underline{r}, t)}{\partial t}$$

$\Rightarrow$ Così come VARIANTE FLUSSO INDUZIONE MAGNETICA
genera CIRCUITAZIONE di un CAMPO ELETTICO,
LA VARIANTE di FLUSSO INDUZIONE ELETTRICA
genera CIRCUITAZIONE di un CAMPO MAGNETICO

$$\oint \underline{H} \cdot d\underline{L} = I + \frac{\partial \Phi(D)}{\partial t}$$

Perf. Annuncia tra le eq. Maxwell

EQUAZ. MAXWELL

$$\nabla \cdot \underline{D}(\underline{r}, t) = \rho(\underline{r}, t)$$

$$\nabla \cdot \underline{B}(\underline{r}, t) = 0$$

$$\nabla \times \underline{E}(\underline{r}, t) = - \frac{\partial \underline{B}(\underline{r}, t)}{\partial t}$$

Come è possibile
propagare un campo al/rif.
nelle spaz.

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}, t) = \underline{j}(\underline{r}, t) + \frac{\partial \underline{D}(\underline{r}, t)}{\partial t}$$

Relaz. COSTITUTIVE

$$\underline{D}(\underline{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_r \underline{E}(\underline{r}, t)$$

$$\underline{B}(\underline{r}, t) = \mu_0 \mu_r \underline{H}(\underline{r}, t)$$

Circolar Campo V.
Variabile nel Tempo
dipende anche dalle
variaz. perf. parte
del corpo ins. el.