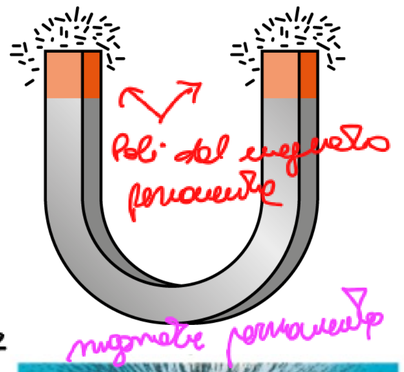
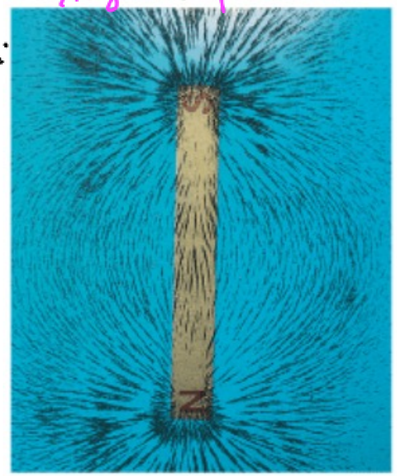
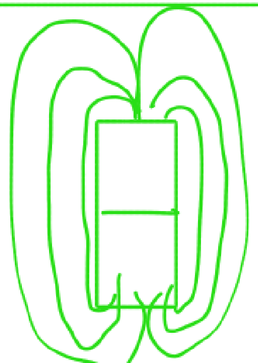
Fenomeni magnetici stazionari nel vuoto

- ✓ La proprietà di **attirare** limatura di ferro, spilli metallici, etc. mostrata da alcuni minerali (es: ossido di ferro, Fe_3O_4 detta **magnetite**), era nota già nel VII secolo a.C. (Talete, Archimede, Tradizione cinese..).
- ✓ Il nome magnetite sembra derivi dalla città greca di Magnesia al Meandro (Asia minore, attuale Turchia) dove si trovavano giacimenti del minerale, e la proprietà osservata prese il nome di magnetismo.
- ✓ Avvicinando un oggetto con proprietà magnetiche a della limatura di ferro si osserva che la proprietà di attrazione non è uniformemente presente nel materiale, ma si manifesta principalmente in determinate parti in cui appaiono localizzarsi le sorgenti delle **forze magnetiche**.
- ✓ Gli oggetti vengono chiamati **magneti** (o magneti permanenti o calamite) e le parti in cui si localizza la proprietà di attrazione si chiamano i **poli** del magnete.
- ✓ Per particolari forme di magneti si osserva anche che la limatura si dispone in maniera da ricordare le linee di forza del campo elettrostatico di un dipolo elettrico



proprietà di attrazione si sviluppano negli estremi





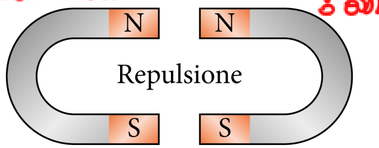
magneti creano campo vettoriale (magnetico) le linee ricordano quelle del campo el.

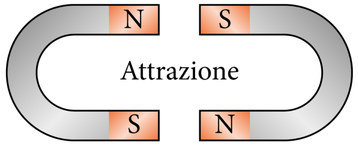
come se fosse un dipolo elettrico

Proprietà dei magneti

come se questi corpi fossero magneti che producono attorno a loro campo, che dà loro esercita F di repulsione attrazione

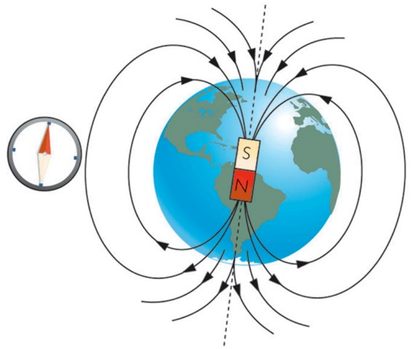
- ✓ I magneti oltre ad attrarre piccoli frammenti di ferro, esercitano anche tra loro delle forze a distanza che, a seconda della disposizione relativa dei poli, possono essere attrattive o repulsive.





- ✓ Un'analisi sistematica porta a stabilire che la forza di interazione tra i due magneti è attrattiva o repulsiva a seconda dei poli dei magneti che vengono affacciati e che esistono soltanto due specie di poli, chiamati convenzionalmente polo nord e polo sud;
- ✓ Se sospendiamo ad un filo un ago magnetico di materiale magnetico (con i due poli alle estremità) e lo lasciamo libero di ruotare, osserviamo che esso tende a disporsi approssimativamente parallelo al meridiano terrestre. Perché l'ago si dispone verso il nord, l'altro verso il sud come dipolo magnetico, fa pensare un piccolo magnete, ma

- ✓ Anche la Terra si comporta come una debole calamita, con i poli coincidenti approssimativamente con i poli geografici. TERRA COME MAGNETE, A NORD C'È IL POLO SUD MAGNETICO E VICEVERSA
- ✓ In un ago magnetico si designa come polo Sud quello che si orienta in direzione del Sud terrestre e come polo Nord quello che si orienta verso il Nord terrestre (polo sud magnetico)



- ✓ Come per le forze di natura elettrostatica, possiamo interpretare l'azione a distanza dicendo che un magnete genera un campo, chiamato campo magnetico, magnetostatico e che l'altro magnete risente dell'azione che il campo magnetico esercita nella posizione da esso occupata.

come dip che in un campo el. riene una coppia t.c. si dispone come il campo... un ago magnetico in un campo magnetico subisce

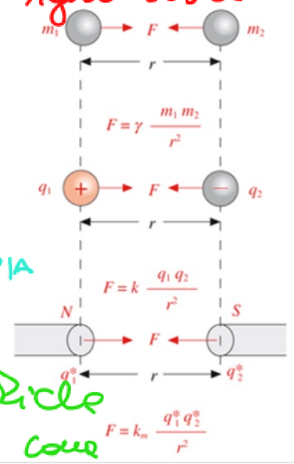
il dipolo in un campo elettrostatico, subisce una coppia che lo orienta nella direzione del campo. Stessa cosa con i magneti

un momento meccanico

Dipoli magnetici

Dipolo magnetostatico

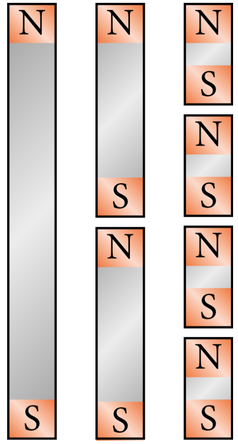
potenziale cariche magnetiche esercitano forze analoghe a quelle di Coulomb, che creano un campo magnetostatico



- ✓ Lo studio quantitativo delle forze magnetiche tra i poli (Coulomb, con la stessa apparecchiatura con cui aveva ottenuto la legge per la forza tra cariche elettriche), dimostrò anche in tale caso un andamento inversamente proporzionale al quadrato della distanza, almeno per poli approssimativamente puntiformi, quali gli estremi di sbarre lunghe e sottili.
- ✓ Differenza fondamentale: mentre esistono cariche elettriche positive separate da quelle negative, non è possibile isolare i monopoli magnetici, che si presentano sempre accoppiati. NON POSSO ISOLARE CARICHE MAGNETICHE... VANNO SEMPRE IN COPPIA

  CON I DIPOLI POTEVO FARLO

  Per il campo magnetostatico non esistono le cariche magnetiche e se esistono sono sempre a coppia e si comportano come coppie
- ✓ Sperimentalmente, tagliando una barra magnetica con polo Sud e polo Nord, si realizzano due barre più piccole, ancora con polo Sud e polo Nord agli estremi e il processo non porta all'isolamento di monopoli magnetici. differenza fondamentale tra campo magnetostatico



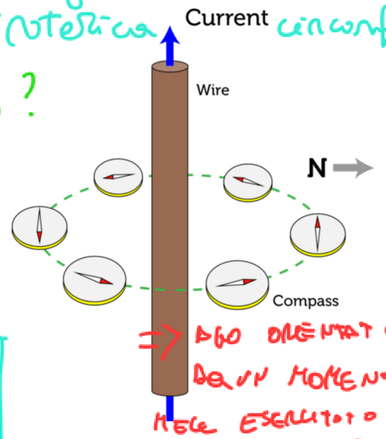
- ✓ I poli magnetici si manifestano solamente sotto forma di dipoli magnetici. carica totale $\neq 0$? momento di dipolo $\neq 0$
- ✓ Le forze subite da piccoli aghi magnetici o da piccolissimi spilli magnetizzati (limatura di ferro) hanno l'andamento tipico delle azioni subite dai dipoli.
- ✓ Tutto suggerisce l'ipotesi che gli elementi costitutivi dei magneti siano i dipoli magnetici, cioè oggetti caratterizzati da carica magnetica nulla e da un momento di dipolo magnetico $\vec{m}$. $\neq 0$
- ✓ Siccome la non isolabilità degli ipotetici poli magnetici è confermata anche a livello elementare, si suppone che atomi e molecole, come possiedono una struttura elettrica, abbiano anche un momento di dipolo magnetico. NON HO CARICHE MAGNETICHE MA MOM. DI DIP. MAGNETICO

Relazione tra magnetismo ed elettricità

orientazione tangente

- Un passo decisivo per la comprensione dei fenomeni magnetici è stata la scoperta (Oersted 1811, Ampere 1820) della relazione fra fenomeni elettrici e magnetici, grazie all'utilizzazione della pila di Volta che permetteva la produzione di correnti elettriche costanti.
- Oersted: un filo percorso da corrente costante genera su un ago magnetico esploratore, effetti orientanti analoghi a quelli esercitati da una calamita. come magnete permanente
- Il risultato si interpreta dicendo che il filo percorso da corrente produce un **campo magnetico** intorno ad esso e che l'ago si orienta parallelamente al campo magnetico esistente nel punto in cui viene posto. corrente genera un campo magnetico
- Ampère dimostrò che anche due fili percorsi da corrente interagiscono e intuì che le **azioni magnetiche** non sono altro che *la manifestazione dell'interazione tra cariche elettriche in movimento.* Mentre una carica ferma genera un campo elettrostatico, una carica in movimento genera anche un campo magnetostatico, capace di effettuare forze meccaniche
- Dopo studi sistematici compiuti fra gli altri, da C.A. Coulomb, J.B. Biot, F. Savart, M. Faraday, H.A. Lorentz, A.M. Ampère, C. Maxwell, tutti **fenomeni magnetici** furono così ricondotti a una comune base secondo cui essi sono generati **da cariche in movimento.**
- Anche le azioni fra materiali magnetici sono interpretabili in termini di movimento di cariche microscopiche (correnti atomiche). NON ESISTE CARICA MAGNETICA, MA CONDOTTI FENOMENI MAGNETICI A MOVIMENTI DI CARICHE ELETTRICHE
- I campi magnetici generati dai magneti naturali o permanenti può essere compreso alla luce dei risultati relativi ai campi magnetici generati dalle correnti, come intuito da Ampere.

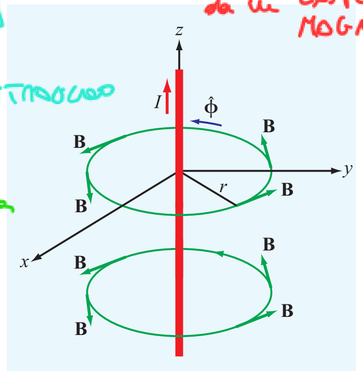
Filo su cui scorre corrente... ago magnetico segue tangente ad una circonferenza ?

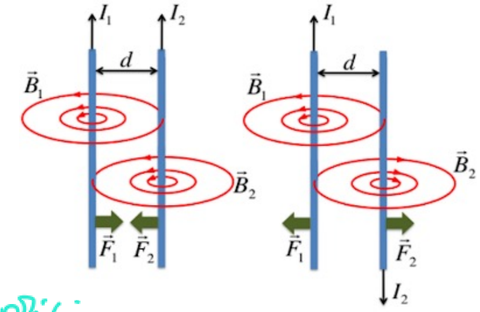


ago orientato da un momento che esercitato da un campo magnetico

da non meccanico

a distanza 2 fili si respingono o attraggono





CARICHE EL IN MOVIMENTO CON v_D generano un campo magnetico... e da ampere, campi magnetici influenzano cariche elettriche

e per i magneti? correnti atomiche interne

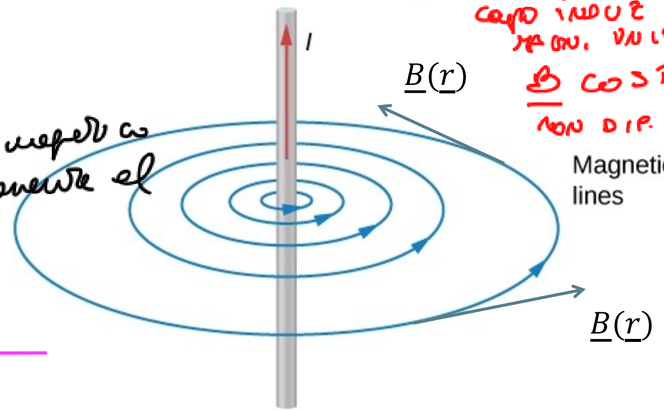
Qual è la relazione tra cariche in movimento e campo magnetostatico

Vettore induzione magnetica

CAMPO DI INDUZ MAGNETICA

- ✓ Nell'introdurre i fenomeni magnetici, ci limiteremo allo studio delle interazioni fra correnti (o fra cariche in movimento) in assenza di materia: magnetostatica nel vuoto. corrente cost in un campo magn. costante sul filo agisce forza perpendic al campo magnetico e corrente el
- ✓ Ipotizziamo che i circuiti percorsi da corrente (o magneti naturali) generino nel loro intorno un campo vettoriale $\underline{B}(\underline{r})$ che chiameremo campo di induzione magnetica.
- ✓ Consideriamo ora un filo metallico di sezione costante S, lunghezza L, percorso da una corrente stazionaria I, posto in una regione dello spazio dove esiste un campo magnetico uniforme di induzione $\underline{B}$.
- ✓ Si trova sperimentalmente che sul filo conduttore agisce una forza, dovuta alle sole azioni magnetiche data dalla relazione

campo induz magn. unif. B cost. il conduttore non dip. da r



FORZA MECCANICA

vettore lunghezza filo immerso nel campo

$$\underline{F} = I\underline{L}\times\underline{B}$$

L direzione corrente

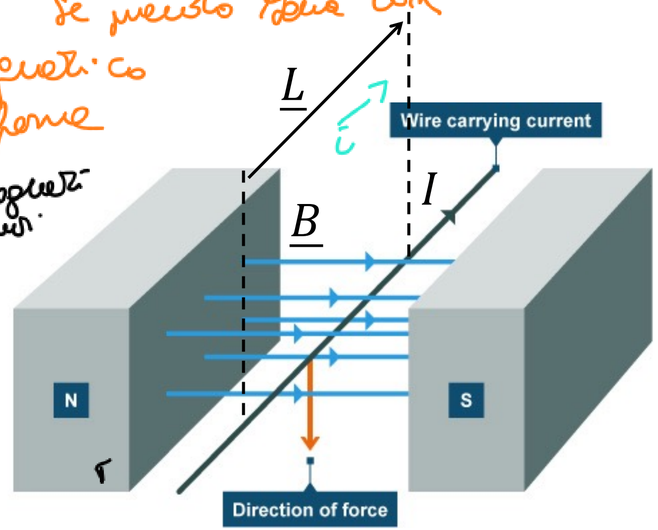
|L| lunghezza filo immerso nel campo induz magn

- ✓ $\underline{L}$ è un vettore che ha modulo uguale alla lunghezza del filo e direzione e verso coincidenti con quelli in cui fluisce la corrente I. filo immerso
- ✓ Questa relazione potrebbe essere utilizzata per definire il vettore $\underline{B}$

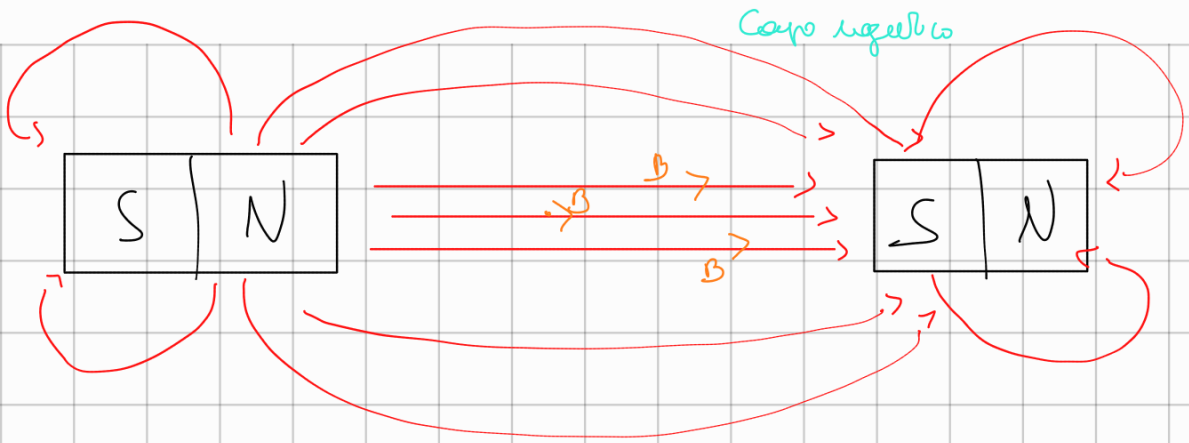
CAMPO MAGNETICO DIREZ DA NORD A SUD

se questo fosse con campo magnetico uniforme

2 magneti permanenti



tra i 2 poli si sviluppa una zona di campo magnetico uniforme, e se inserisco un conduttore con corrente el. all'interno



$$\underline{F} = \underline{I}\,\underline{L} \times \underline{B}$$

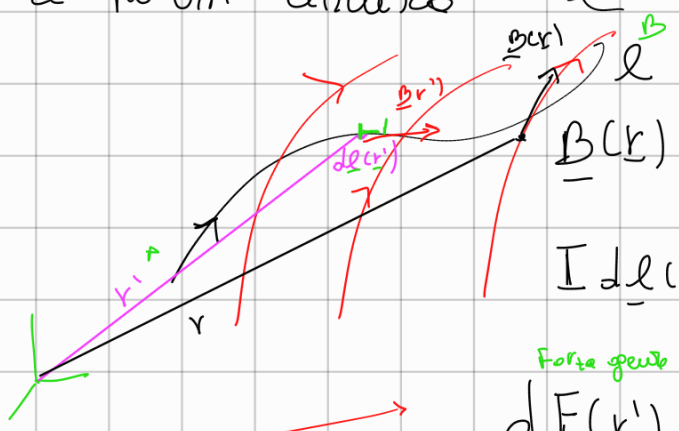
Proporzionale lineare alla corrente, proporzionale alla lunghezza (vettore lungo come il filo immerso nel campo, e orientato nel verso della corrente), e perpendicolare al vettore rappresenta il campo di forze

Corrente, campo magnetico uniforme e Forza Formano una Coppia destrorsa

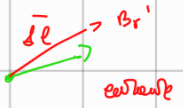
Esperienza che lega Forza Meccanica, Corrente elettrica e Campo magnetostatico

Da queste posso Trovare formule più generali; esempio corrente non costante lungo la lunghezza o campo di indus. magnetica non sia costante lungo tutta la lunghezza. B NON UNIF.

Se ho un circuito filo ℓ dentro un campo di induzione $\underline{B}$, non uniforme nello spazio



$d\ell$ filo infin. orient come corrente



B(r) varia in base a dove lo guardo rispetto ad un sys di riferim.

Forza genera su elemento

2ª formula Laplace

$$d\underline{F}(\underline{r}') = I\, d\underline{\ell}(\underline{r}') \times \underline{B}(\underline{r}')$$

Se parallele $dF=0$

$|dF| = I\,d\ell\,|B|\,\text{sen}\,\vartheta$

se ort F max

$$\underline{F} = \int_{\ell} I\, d\underline{\ell}(\underline{r}') \times \underline{B}(\underline{r}')$$

integrale vettoriale

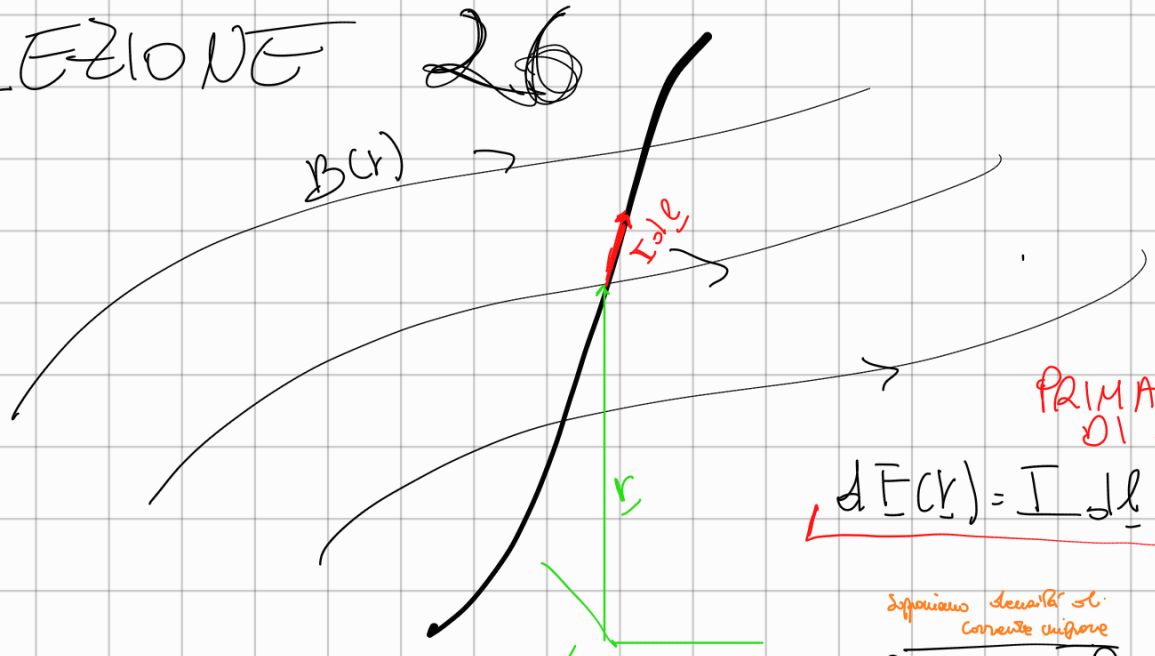
Ciò che succede a livello macro avviene anche a livello microscopico su una sezione infinit. di filo

Se I costante $\quad \underline{F} = I \int_{\ell} d\underline{\ell}(\underline{r}') \times \underline{B}(\underline{r}')$

Forza complessiva su ℓ usando PSE

Se anche $\underline{B}$ costante $\quad \underline{F} = I \left[\int_{\ell} d\underline{\ell}(\underline{r}') \right] \times \underline{B}$

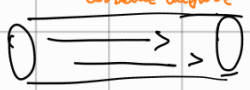
LEZIONE 26



PRIMA FORMA DI LAPLACE

$$d\underline{F}(\underline{r}) = I\, d\underline{\ell}(\underline{r}) \times \underline{B}(\underline{r})$$

Supponiamo densità di corrente uniforme



densità di corrente

$$I\, d\underline{\ell} = \underline{J} S\, d\ell \quad \left(\Leftarrow \quad I = |\underline{J}| S \right) = N q \underline{v}_d\, S\, d\ell =$$

che attraversa la sezione

$\underline{J}$ orientato come $d\underline{\ell}$

n. portatori di carica

volumetto infinitesimo

$\parallel$

portatori di

$$= n q \underline{v}_d l \qquad n = N dV$$

carica nel volumetto

Forza totale, sarà di tutte le forze elementari che agiscono sui singoli portatori di carica

$$\Rightarrow d\underline{F}(\underline{r}) = n \left\{ [q \underline{v}_d(r)] \times \underline{B}(\underline{r}) \right\}$$

In natura si ipotizza infatti che

$$\boxed{\underline{F} = q \underline{v}(r) \times \underline{B}(r)}$$

FORZA DI LORENTZ

Forza che si esercita su una particella carica o un corpo dove si manifesta induzione di carica (magnetica)? (?)

Regola mano destra, forza perpendicolare al piano che contiene il vettore velocità e il vettore induzione magnetica

La forza modifica la direzione e verso, non aumenta l'intensità, non va ad aumentare la sua energia cinetica

Supponiamo di avere un piano

Campo magnetostatico

Appena entro nel campo magnetostatico, si esercita una Forza F sulla carica

ne modifica la traiettoria, che la rende perpendicolare, la deflette.

La forza non compie lavoro perché è perpendicolare alla direzione e alla velocità

Forza di Lorentz viene usata per definire B il campo magnetostatico.

Brolleliamo con campo el.

infatti

$$\underline{F} = q\underline{E}(\underline{r}) \qquad \underline{E} = \frac{\underline{F}}{q}$$

Definiamo così il campo di induzione magnetica

$$\Rightarrow \quad \underline{B} = \frac{1}{q}\left[\frac{\underline{F}_1 \times \underline{V}_1}{V_i^2} + \frac{\underline{F}_2 \times \underline{V}_2\, V_1}{V_i^2 V_2^2}\, \underline{V}_i\right]$$

mi servono 2 velocità

Unità di misura di B

Wb = WEBER, 1 volt · 1 sec

$$[B] = \frac{N}{C}\frac{Sec}{m} = \frac{V\,sec}{m\,m} = \frac{V\cdot sec}{m^2} = \frac{Wb}{m^2} = T, \text{ Tesla}$$

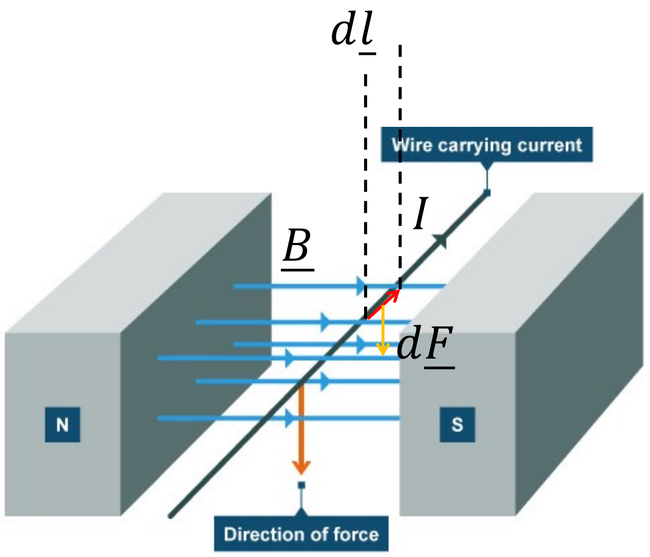
1 Tesla = Campo di indus. magnetica che esercita 1N su una carica di 1 Coulomb che si muove a 1 m/s → sulle cariche agisce una forza

Forza di Lorentz e vettore induzione magnetica (I)

sia un campo $\underline{B}(r)$

- ✓ Ogni elemento infinitesimo di filo $d\underline{l}(\underline{r})$ percorso dalla corrente I su cui agisce un campo di induzione magnetica $\underline{B}(\underline{r})$ è sottoposto ad una forza $d\underline{F}(\underline{r})$ data dalla relazione:

$$d\underline{F}(\underline{r}) = I d\underline{l}(\underline{r}) \times \underline{B}(\underline{r})$$



- ✓ Questa formula, dovuta a Laplace, è chiamata **seconda formula di Laplace**
- ✓ $\underline{B}(\underline{r})$ è il vettore d'induzione magnetica non uniforme nel punto dove è posto il filamento elementare orientato $d\underline{l}(\underline{r})$. 1M
- ✓ La forza complessiva che agisce su tratto di circuito l percorso da corrente stazionaria I è ottenibile integrando l'espressione precedente.

$$\underline{F} = \int_l I d\underline{l}(\underline{r}) \times \underline{B}(\underline{r})$$

- ✓ La seconda formula di Laplace è applicabile anche ad un campo di induzione magnetica **non uniforme**, e per un circuito di corrente stazionaria (chiuso) C di forma qualsiasi.

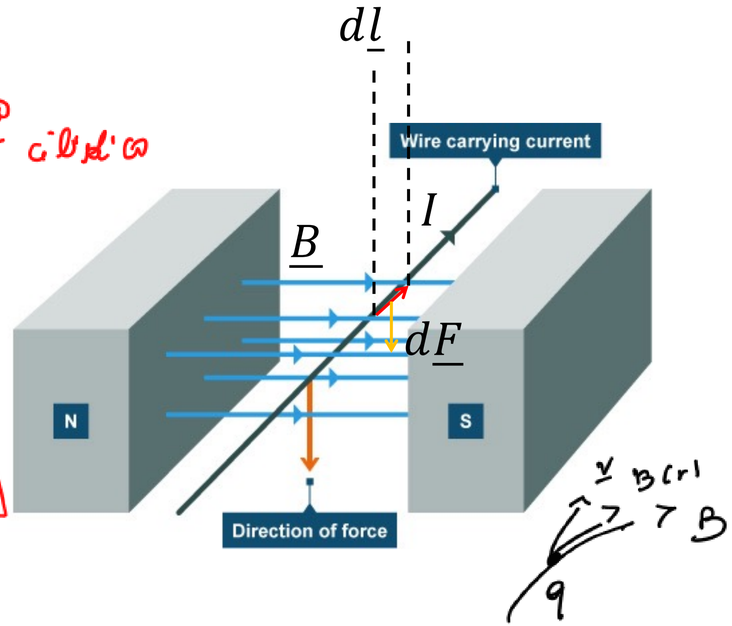
Se linea è linea chiusa

$$\underline{F} = \oint_C I d\underline{l}(\underline{r}) \times \underline{B}(\underline{r})$$

Forza di Lorentz e vettore induzione magnetica (II)

$$d\underline{F} = Id\underline{l}\times\underline{B}$$

la corrente scorre su un conduttore cilindrico



- ✓ La quantità $Id\underline{l}$ che compare nella espressione precedente può essere scritta come[1]

Ho applicato div cost $I = \int \underline{J}\cdot\hat{n}\,ds$
corrente costante => $\underline{J}$ cost, => $\underline{I} = \underline{J}S$

$$\mathrm{I}d\underline{l} = \underline{J}Sdl = \overbrace{Nq\underline{v}_d}^{J}Sdl$$

- ✓ N indica i portatori di carica per **unità di volume**, $\underline{v}_d$ la loro velocità di deriva e q la carica di ciascuno di essi.
- ✓ Essendo Sdl il volume elementare di conduttore, $n = NSdl$ rappresenta il numero di portatori totali contenuti nel tratto dl. Sostituendo:

n cariche TOT

se $\underline{B}(\underline{r})$ NON UNIF e ho una sola carica a $V\underline{d}$, su questa carica agisce Forza

portatori carica

$$d\underline{F} = nq\underline{v}_d\times\underline{B}$$

=>

FORMULA LAPLACE DIRETTA

- ✓ In base a questa relazione ci aspettiamo che una **singola carica puntiforme** $\boldsymbol{q}$, in un punto dello spazio $\underline{r}$, che si muova con velocità $\underline{v}$ in un campo di induzione magnetica $\underline{B}(\underline{r})$, subisca una forza $\underline{F}(\underline{r})$ data da

Se lo regolo spazio dove è presente un campo induz magnetica COSTANTE... nella condic. agisce forza che non fa lavoro... FORZA NE CAMBIA DIREZ E VERSO MA NON VELOCITÀ

$$\underline{F}(\underline{r}) = q\underline{v}(\underline{r})\times\underline{B}(\underline{r})$$

Forza perpendicolare a $\underline{B}$ e $\underline{V}$

qui una carica in $\underline{r}$ subisce

[1] Note in classe sul modello classico di conduzione

LA FORZA FA SOLO CAMBIARE INDIREZIONE MA ESSENDO PERPENDICOLARE AL VO SPOSTAMENTO... NON FA LAVORO

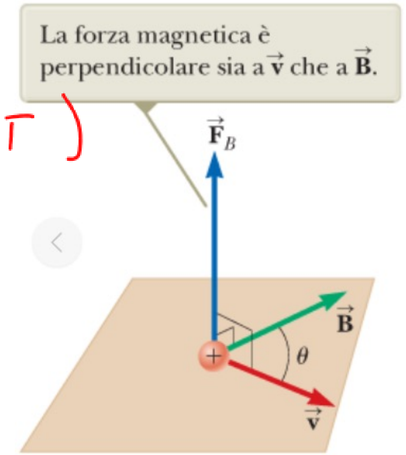
Forza di Lorentz

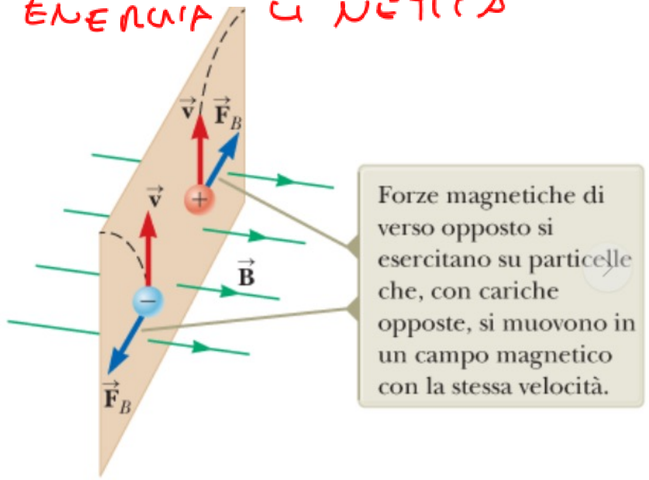
Se la particella si muove a V costante, F non fa accelerare LA PARTICELLA NON VARIA LA VELOCITÀ, SI CONSERVA ENERGIA CINETICA

- ✓ L'espressione che fornisce la forza subita da una carica in moto in un campo di induzione magnetica, è detta **forza di Lorentz**

$$\boxed{\underline{F} = q\underline{v}\times\underline{B}}$$

(B se cost)





- ✓ La forza è diretta perpendicolarmente al piano che contiene il vettore velocità della carica e il vettore induzione magnetica. Si usa la regola della mano destra.

$W = \Delta E_k = 0$

V cost

- ✓ Se una carica è ferma non è soggetta ad alcuna forza ad opera di un campo magnetico.
- ✓ Se una carica si muove essa è sottoposta a una forza **ortogonale** alla velocità. Dunque la forza di Lorentz non compie alcun lavoro: essa modifica la direzione di moto di una particella che si muove con una certa velocità, ma non la sua energia cinetica (né dunque il modulo della sua velocità).

$B_T = 0{,}5 \cdot 10^{-4}\ T$ sulla Terra

$B \simeq 1{,}2\ T$ un magnete permanente

$1\ G_{auss} = 10^{-4}$ Tesla, $\rightarrow 0{,}5\ G$

Forza di Lorentz

- ✓ La forza di Lorentz costituisce un modo alternativo alla precedente per definire il vettore induzione magnetica $\underline{B}$, usando come *sonda* una carica in movimento anziché un circuito percorso da corrente.

$$\underline{F} = q\underline{v}\times\underline{B}$$

FLUSSO DIM. B

VETTORE INDUZ MAGN.

- ✓ Le dimensioni fisiche sono

campo el. $\frac{Volt}{m} \cdot \frac{Sec}{m}$

$$[B] = \frac{[F]}{[q]\cdot[v]} = \frac{N}{C}\cdot\frac{s}{m} = \frac{V}{m}\cdot\frac{s}{m} = \frac{Wb}{m^2} = T \text{ (Tesla)}$$

INTENSITÀ CAMPO INDUZ. MAGNETICA

VEBER $/m^2$

INTENSITÀ

- ✓ Un ~~Weber~~ $/m^2$ è il valore dell'induzione magnetica che esercita la forza di 1 Newton su una carica di 1 Coulomb, che si muove con la velocità di 1 m/s

- ✓ Spesso si usa il Gauss (G). $1\ Gauss = 10^{-4}\frac{Weber}{m^2} = 10^{-4}T$

Valori tipici di *B*	
Campo terrestre	$B = 0{,}5$ G $= 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ T
Elettromagneti a nucleo di ferro	$B_{max} \equiv 1{,}7$ T
Magneti superconduttori	$B_{max} = 5 \div 10$ T

Se ho anche campo el. e magnetico, su q agiscono 2 forze

Forza di Lorentz

La Forza di Lorentz si somma al campo elettrostatico

- ✓ Qualora in una certa regione dello spazio agisca oltre al campo di induzione magnetica $\underline{B}$ (le cui sorgenti sono correnti elettriche) anche un campo elettrico $\underline{E}$ (le cui sorgenti sono cariche elettriche), una particella carica è sottoposta alla forza:

$$\underline{F} = \overbrace{q\underline{E}}^{\text{Forza elettrica}} + \underbrace{q\underline{v}\times\underline{B}}_{\text{Forza Magnetica}}$$

$q\underline{E}$ invece fa lavoro, la accelera

NON LA FORZA magnetica... anche $\underline{v}(\underline{r})$

Nella regione dello spazio il campo elettrico e magnetico sono UNIFORMI, stessa direzione, intensità e verso

- ✓ In condizioni stazionarie, $\underline{E}$ e $\underline{B}$ sono funzioni della posizione e costanti nel tempo, $\underline{E}(\underline{r})$ e $\underline{B}(\underline{r})$.
- ✓ Se le correnti e le distribuzioni di cariche non sono costanti nel tempo, $\underline{E}$ e $\underline{B}$ dipendono anche dal tempo, $\underline{E}(\underline{r},t)$ e $\underline{B}(\underline{r},t)$.

più preciso

$$\underline{F}(\underline{r}) = q\left(\underline{E}(\underline{r}) + \underline{v}(\underline{r})\times\underline{B}(\underline{r})\right)$$

$v=0$

- ✓ Con la carica q ferma in un punto si misura il campo elettrico $\underline{E} = \underline{F}/q$ in quel punto.
- ✓ Con due ulteriori misure della forza $\underline{F}$, eseguite sulla carica in movimento per due diverse direzioni della sua velocità $\underline{v}_1$ e $\underline{v}_2$, si determina il valore di $\underline{B}$ in quel punto.

carica in 2 direz. con $\underline{v}_1$, misuro $\underline{F}_2$

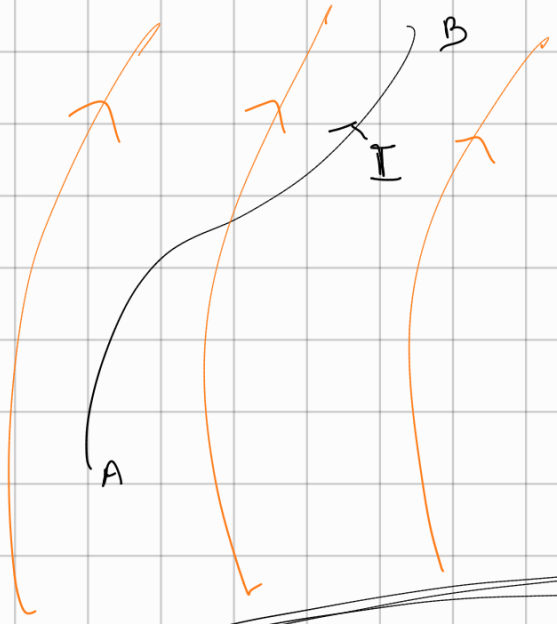
$$\underline{B} = \frac{1}{q}\left(\frac{\underline{F}_1\times\underline{v}_1}{v_1^2} + \frac{(\underline{F}_2\times\underline{v}_2)\cdot\underline{v}_1}{v_1^2 v_2^2}\underline{v}_1\right)$$

MODO SPERIMENTALE per determinare $\underline{v}$

Se E e B non uniforme

$$\underline{F}(\underline{r}) = q\underline{E}(\underline{r}) + q\underline{v}(\underline{r})\times\underline{B}(\underline{r})$$

$$d\underline{F}(\underline{r}) = I\, d\underline{l}(\underline{r}) \times \underline{B}(\underline{r})$$ ← Scritto nella Forma corrente stazionaria di Laplace



$$\underline{F} = I \int_A^B d\,l(\underline{r}) \times \underline{B}(\underline{r})$$

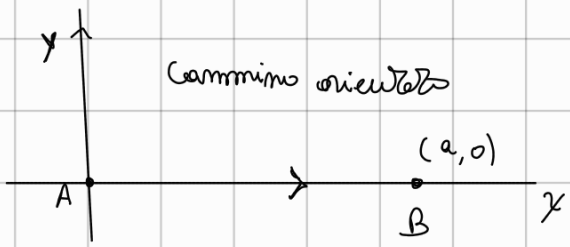
SE B è filamento sono sullo stesso piano?

$$F = I \int_A^B d\,l(r) \times \underline{B}(\underline{r}) \Rightarrow \underline{F} = I \left[\int_A^B d\underline{l} \right] \times \underline{B}$$

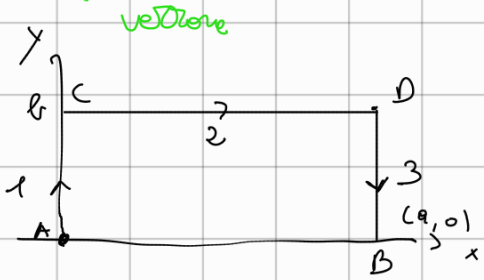
integrale curvilineo,

il risultato è un vettore

Esempio



$$d\,l = dx \cdot \hat{x} \Rightarrow \int_0^a dx \cdot \hat{x} = a\hat{x}$$

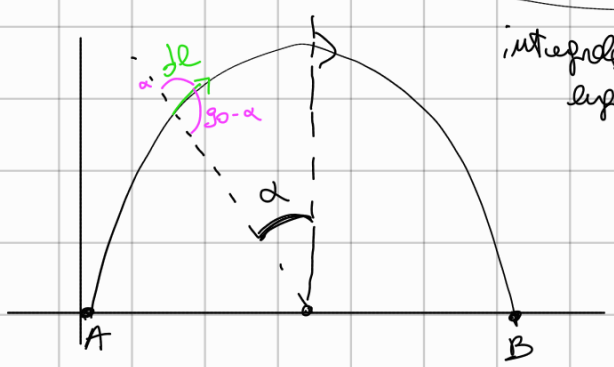


Stesso integrale

1) $d\underline{l} = dy\,\hat{y} = b\,\hat{y}$
2) $d\,l = dx\,\hat{x} = a\,\hat{x}$
3) $d\,l = dy(-y) = -b\,\hat{y}$

Lungo integrale

$1+2+3 = a\,\hat{x}$



integrale lungo arc.

componente lungo x

$$d\underline{l} = |d\,l| \cos(90-\alpha)\,\hat{x} + |d\,l| \operatorname{sen}(90-\alpha)\,\hat{y}$$

$\cos(90-\alpha) = \operatorname{sen}(\alpha)$

$$= |d\,l| \operatorname{sen}\alpha\,\hat{x} + |d\,l| \cos\alpha\,\hat{y}$$

Percorro tutta la circonferenza variando α

$\Rightarrow |d\ell| = \frac{a}{2} da$ infinitesimamente è come la lunghezza dell'arco

$\Rightarrow d\underline{\ell} = a\,da\,\text{sen}\,\alpha\,\hat{x} + a\,da\cos\alpha\,\hat{y}$

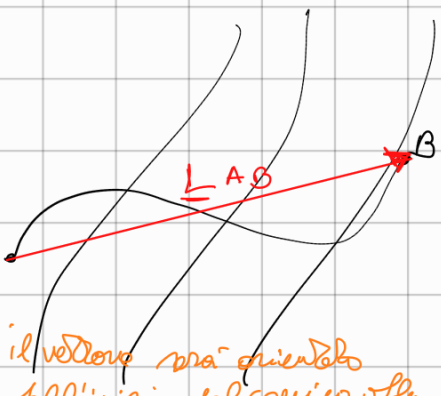
$$\int_A^B d\underline{\ell} = \int_0^\pi a\,da\,\text{sen}\,\alpha\,\hat{x} + \cancel{\int_0^\pi a\,da\cos\alpha\,\hat{y}} = \frac{2a}{2}\hat{x} = a\hat{x}$$

$\cos\pi = 0$

Indipendentemente dal cammino fa sempre $a\hat{x}$

in qui caso ho questo vettore

quindi $F = \left[\int_A^B d\underline{\ell}\right] \times B$



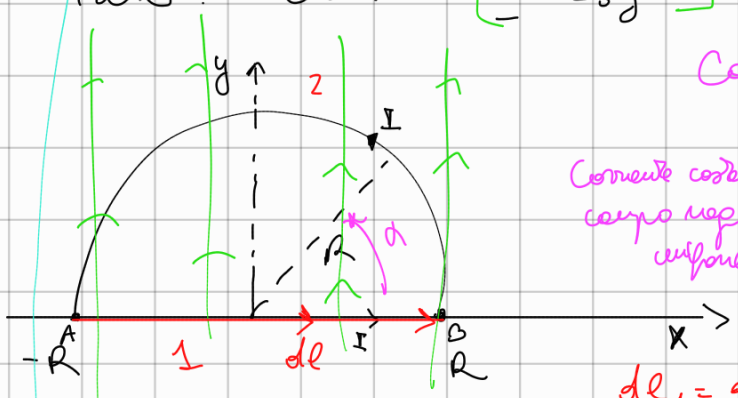
$\underline{L}_{AB}$ vettore da A a B che non dip. dal percors.

quelli sia il percorso del filo

il vettore sarà orientato dall'inizio del cammino alla fine del cammino

$$\Rightarrow \boxed{\underline{F} = \underline{I}\left[\int_A^B d\underline{\ell}\right] \times \underline{B} = \underline{I}\,\underline{L}_{AB} \times \underline{B}}$$

Prob. 6.1 $\left[\underline{B} = B_0\hat{y}\right]$ cost.



Calcolare Forza risultante che agisce sul circuito

Corrente costante, campo magnetico uniforme

campo $\underline{B}$ cost magnetico

$d\ell_1 = dx\,\hat{x}$

Tratto 1) $L_{AB} = 2R\hat{x}$

$\int_A^B dx\,\hat{x} = 2R\hat{x}$ $\int_{-R}^{R}$

$\underline{F}_{AB} = I(2R\hat{x}) \times B_0\hat{y} =$

$I\,2RB_0\,\hat{x}\times\hat{y} = \underbrace{I\,2RB_0}_{F_{AB}}\hat{z}$

Forza uscente, come z

Sul tratto curvilineo invece 2)

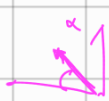
$\underline{F}_{\widehat{AB}} = I\, L_{AB} \times \underline{B} =$ il tratto curvilineo va da B ad A

$= I[2R(-\hat{x})] \times B_0 \hat{y} = I 2RB_0(-\hat{x}-\hat{y}) = I 2RB_0(-\hat{z})$ lungo $-z$

avrò 2 componenti lungo x e y di $d\underline{l}$ ma $\hat{y}\times\hat{B}=0$ ... unica componente che da contributo è lungo x

2) $d\underline{l} = dx(-\hat{x}) + dy\,\hat{y}$

$\underline{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$



$\underline{r} = R\cos\alpha\,\hat{x} + R\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\hat{y}$

$d\underline{r} = -R\,\mathrm{sen}\,\alpha\,d\alpha\,\hat{x} + R\cos\alpha\,d\alpha\,\hat{y}$

La risultante

$F_{\widehat{AB}} + F_{\widehat{\bar{A}\bar{B}}} = 0$

Se il punto iniziale e finale coincidono, l'integrale si annulla

$$\Rightarrow \boxed{I\left[\oint d\underline{l}\right] \times \underline{B} = 0}$$

sul circuito, nessuna forza

FORZA AGENTE SU UN CIRCUITO CHIUSO CON $\underline{B}$ UNIF. È NULLA

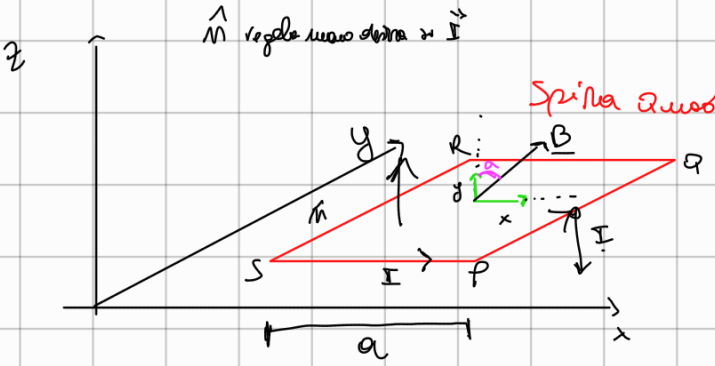
$\left[-\int_0^{\pi} R\,\mathrm{sen}\,\alpha\,d\alpha\right]\hat{x} = -2R\,\hat{x}$

Se il circuito è chiuso, la risultante è nulla, ma momento risultante no

Verifichiamo. Se spira non parallela al campo magnetostatico?

$\underline{B} = B_x\hat{x} + B_z\hat{z}$

$\underline{F} = I\oint[d\underline{l}(\underline{r})] \times \underline{B}$



Spira quadrata su $\hat{x},\hat{y}$

$\hat{x}\times\hat{x} = 0$

$F_{\overline{SP}} = I a\hat{x} \times (B_x\hat{x} + B_z\hat{z})$

$= I a B_z(-\hat{y})$

$d\underline{l} = dx\,\hat{x}$

$\underline{l}_{SP} = a\hat{x}$

$F_{\overline{QR}} = I(a(-\hat{x})) \times (B_x\hat{x} + B_z\hat{z})$

$= I a B_z(\hat{y})$

Forze che fanno la spira ruotare di 90°

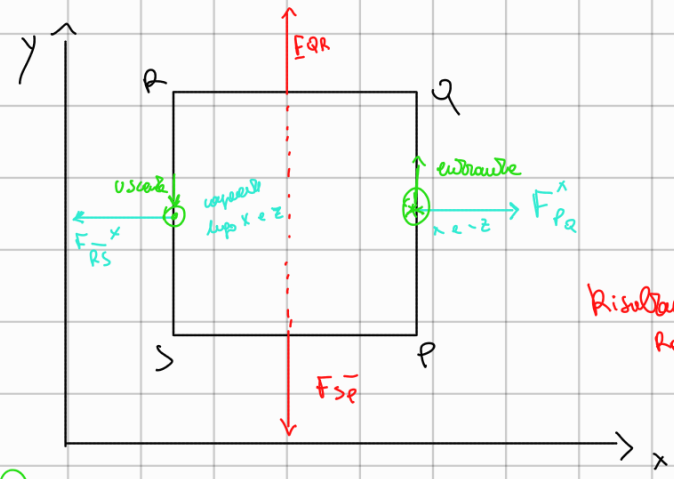
$F_{\overline{PQ}} = I a\hat{y} \times (B_x\hat{x} + B_z\hat{z}) =$

$= I a B_x(-z) + I a B_z\hat{x}$

come se fosse applicato ad $a/2$, somma dei $d\underline{F}$ ...

$F_{\overline{RS}} = I a(-y) \times (B_x\hat{x} + B_z\hat{z}) =$

$= I a B_x(\hat{z}) + I a B_z(-\hat{x})$



Risultante nulla, anche momento perché retta di applicazione è la stessa

IL MOM NON È NULLO e TENDE a FAR RUOTARE IL FILO ↺ dato dalle forze lungo z

Risultante nulla ma non momento, la spira rigida è sottoposta ad un momento meccanico, subisce una coppia

da che parte gira quella spira

regola mano destra

$\underline{M} = I a B_x a\,\hat{y}$ direzione del braccio

la spira si gira finché non raggiunge equilibrio

Momento mag. mecc. coppia FORTE = FORZA · BRACCIO

Sia α l'angolo la normale tra $\underline{B}$ e $\hat{n}$, che vede corrente girare in senso orario

a questa spira può essere associato un vettore

$$\underbrace{\underline{m} = I S \hat{n}}_{\text{MOMENTO MAGNETICO DELLA SPIRA}}$$

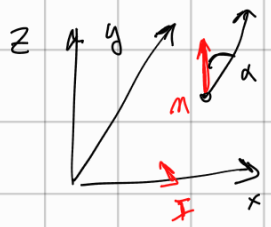
normale che rispetto alla mano destra vede circolare la corrente in senso antiorario

ora calcolo la superficie, che in questo caso è a^2

Calcolo ora il prodotto vettoriale

SPIRA INDEFORM. IMMERSA IN UN CAMPO MAGN. UNIF., LA RISULT. delle F è NULLA MA NON IL MOM RISULTANTE

$B_x = |B| \sin\alpha$



$$\underline{m} \times \underline{B} = I a^2 \hat{z} \times (B_x \hat{x} + B_z \hat{z}) =$$

$$= I a^2 B_x \hat{y}$$ Momento Totale

$\underline{M} = I a^2 |\underline{B}| \sin\alpha$

$S = a^2$

$\underline{M} = I S \hat{n} \times \underline{B}$

$\hat{n} = \hat{z}$

$|M| = I S B \sin\alpha$

Ho calcolato il momento come prodotto vettoriale tra momento magn. della spira e il campo di induzione magnetico

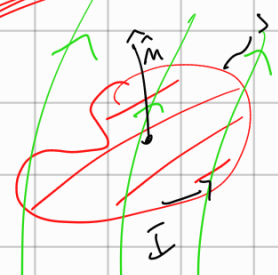
Si annulla quando $\hat{n}$ è allineato lungo quando normale del piano e vettore B indus. campo magnetico (quando $\vartheta = 0 \circ 180$)

$n \parallel B$ equilibrio stabile

$n \parallel -B$ equilibrio instabile se la faccia oscillerà

$\underline{M} = I a |B| \sin\vartheta \, \hat{y}$

Se ho una spira di corrente, sulla spira agisce un momento meccanico in modo tale che la normale della spira si allinei con il vettore B induzione campo magnetico



SPIRA DI FORMA QUALSIASI

Spira in un campo magnetico uniforme

$\underline{M} = \underline{m} \times B$

$\underline{m} = I S \hat{n}$

Ciò vale quindi per qualsiasi spira deformabile

=> ∀ SPIRA DI QUALUNQUE FORMA (PIANA) IL MOM. MECCANICO AGENTE SU DI ESSA È

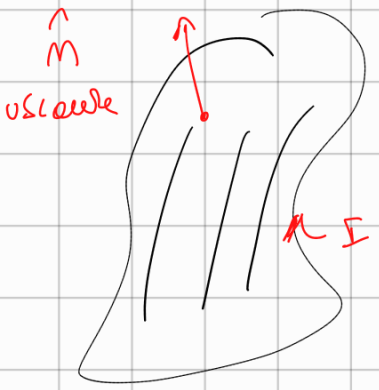
$$\underline{M} = I S \hat{n} \times \underline{B}$$

$\underline{B}$ campo INDUZ MAGNETICA UNIFORME

$$I S \hat{n} = \underline{m}$$

in realtà è una spira

MOMENTO DIPOLO MAGNETICO



S area spira

$\hat{n}$ è la normale con regola mano destra corrente

-> SPIRA IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME

RISULTANTE F NULLA

$$F = I \oint_{\ell} d\ell \times \underline{B} = 0$$

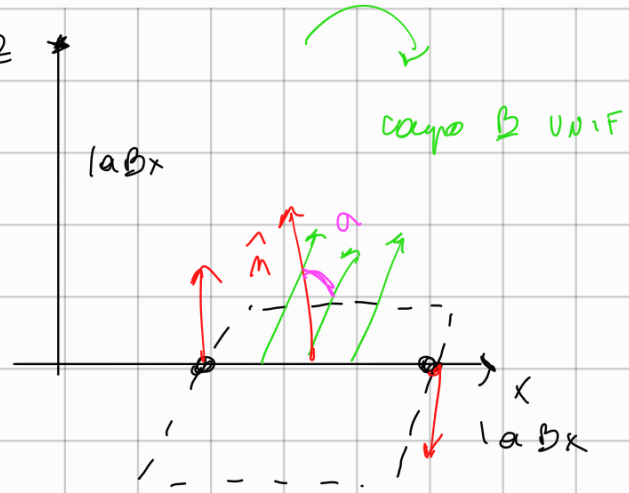
ma $\underline{m}$ MOMENTO MAGNETICO NO

t.c sulla spira agisce UN MOMENTO MECCANICO

$$\underline{M} = \underline{m} \times \underline{B} = I S \hat{n} \times \underline{B}$$

• momento meccanico fa ruotare la spira

ruotando la spira $\alpha \to 0$ tende a allineare



e si annulla mom. MECC.
sen α → 0

→ spira ruota finché $\hat{n}$ si allinea con $\underline{B}$

PUNTO DI EQUILIBRIO ($\underline{R} = 0$, $\underline{M} = 0$)

STABILE... se la perturbo, $\underline{M} \neq 0$ che la riallinea

eq. STABILE $\hat{n} \parallel \underline{B}$

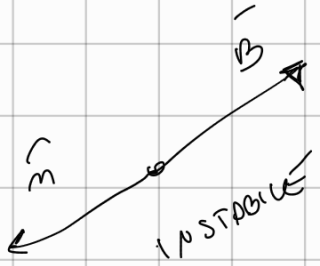
versore normale alla spira

EQ. STABILE

se $\alpha = \pi$

sen α = 0, $\underline{M} = 0$

ma se la perturbo, $\underline{M}$ la fa girare di 180°



RICORDO MOM. MECC SU DIPOLO ELETTRICO

$\underline{p} = q\underline{\delta}$ MOM DIPOLO

lo immergo campo El. uniforme

agisce MOM meccanico $\underline{M} = \underline{p} \times \underline{E}$

δ ruota finché p non è allineato

2 pari di eq. stabile e instabile — come E

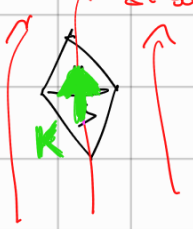
-> Spira percorsa da corrente staz. in un campo magnetico unif ha analogie con un dipolo

• Ho ago magnetico, lo immergo in un campo magnetico unif

$\underline{\mu} = \underline{m} \times \underline{B}$

AGO
=> BUSSOLA MOTA

si allinea come campo



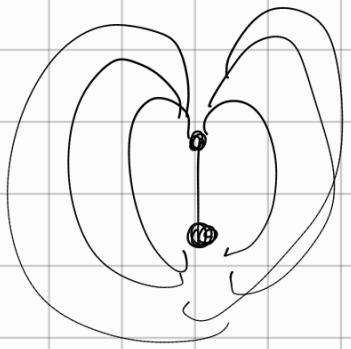
associo un vettore $\underline{k}$ che va dal SUD al NORD

$\underline{\mu} = \underline{k} \times \underline{B}$

$\tau = 0$, ho solo un momento sull'ago, forza non SCAPPA

AGO MAGNETICO IN UN campo magnetico UNIFORME SI COMPORTA COME UNA SPIRA

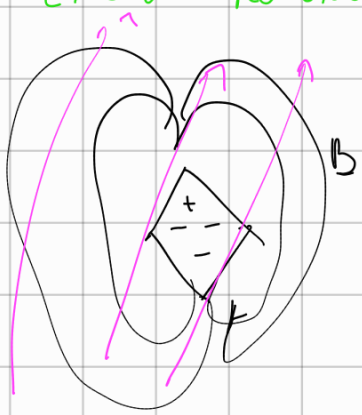
ANALOGIA ... DIPOLO ELETTROSTATICO genera un campo elettrostatico



Campo INDUZ. magnetico generato da un ago

(non ho una carica magnetica)

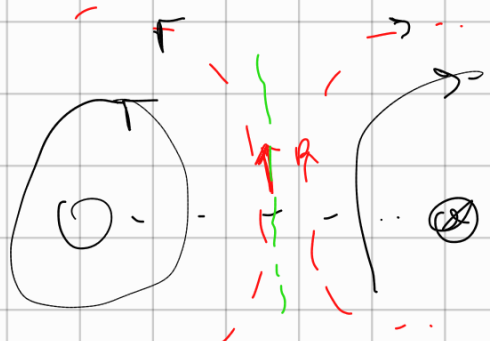
AGO MAGNETICO CREDONEE FORZE SIMILI AL DIPOLO



come se ci fossero 2 cariche magnetiche

=> allo momento se lo METTO IN UN CAMPO MAGNETICO UNIF.

=> VEDO CAMPO INDUZ MAGNETICA GENERATO DA UNA SPIRA PERCORSA DA CORRENTE



ma un centro andamento

MOMENTO INDUZ MAGN GENERATO DA UNA SPIRA

$\underline{m}$ è quella che equivalente al mom. di sp.

MOM. SPIRA CORRENTE — MOM. AGO IN UN CAMPO

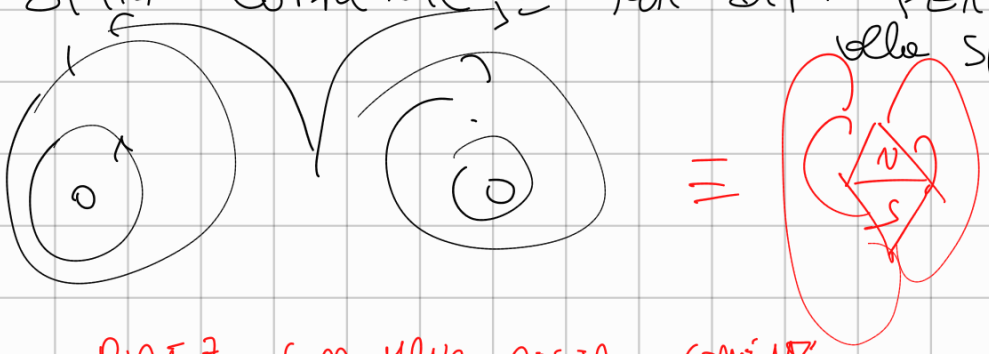
$$\underline{\mu} = \underline{m} \times \underline{B} \quad = \quad \underline{\mu} = \underline{k} \times \underline{B}$$

momento che avrebbero 2 cariche magnetiche

=> DIFF. MOM. DI DIPOLO È PERPENDICOLARE ALLA SPIRA

$\underline{m} = IS\hat{n}$

SPIRA CORRENTE $\equiv$ MOM DIP. PERPENDICOLARE alla spira



DIREZ CON MANO DESTRA CORRENTE

MOM DIP MAGNETICO SI ORIENTA COME IL CAMPO MAGN. UNIF. COME FA UN

AGO IN UN CAMPO MAGN UNIF O
UN DIPOLO IN UN CAMPO EL. UNIF

spira con = DIPOLO MAGNETICO come comportamento e campi