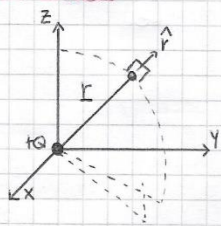


- DIMOSTRAZIONI

- TEOREMA DI GAUSS



$$E(r) = k \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad \hat{n} = \hat{r}$$

$$d\phi = E(r) \cdot \hat{r} dS = k \frac{Q}{r^2} \underbrace{\hat{r} \cdot \hat{r}}_1 dS = k \frac{Q}{r^2} dS$$

$$\Phi(E) = \oint_S k \frac{Q}{r^2} dS = k \frac{Q}{r^2} \oint_S dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi(E) = \oint_S E(r) \cdot \hat{n} dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

Il flusso del campo elettrostatico nel vuoto attraverso una superficie chiusa S è pari alla somma algebrica delle cariche contenute ~~della~~ all'interno della superficie, diviso ϵ_0

*

- LA CIRCUITAZIONE

Divido il suo studio in stazionario e nel tempo

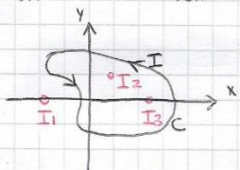
• STAZIONARIO

$$\oint_C E(r) \cdot dP = 0 \quad \text{cio vuol dire che il campo elettrico è conservativo} \quad (\text{rot } \nabla E(r) = 0)$$

$$\oint_C B(r) \cdot dP = \pm \mu_0 I \quad \text{infatti il campo magnetico NON è conservativo}$$

Rivista la legge di Ampere e di Biot-Savart

$$\int_A B(r) \cdot dP = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \Delta\phi$$



$$\oint_C B(r) \cdot dP = \mu_0 I_2 + \mu_0 I_3$$

I_1 non è concatenata (gli angoli si annullano)

* Usando il concetto di angolo solido

$$d\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{n} dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cos\theta dS = d\Omega \quad \text{ANGOLO SOLIDO!}$$

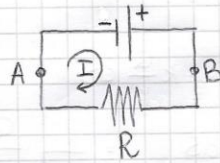
$$\Phi = \oint_S k Q d\Omega = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \oint_S d\Omega = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q 4\pi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- Non dipende dalla forma della superficie chiusa
- Ne dalla posizione della sorgente Q

- I GENERATORI:

un generatore serve a mantenere costante una differenza di potenziale ΔV (es. pila di volta) sfruttando una serie di reazioni chimiche

Un circuito viene così visualizzato



$\Rightarrow$ SI VA A GENERARE UN CAMPO ELETTROMOTORE

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{p} = \int_{VA}^B \vec{E}_s \cdot d\vec{p} + \int_B^A \vec{E}_s \cdot d\vec{p} + \int_B^A \vec{E}_p \cdot d\vec{p} \neq 0$$

forza elettromotrice indotta $\mathcal{E} = \int_B^A \vec{E}_p \cdot d\vec{p} = V_A - V_B$

LAVORO FATTO DAL CAMPO ELETTROMOTORE per spostare una carica da $-a+$

e se ho una sinusoidale?

$\Rightarrow$ GENERATORE DI CORRENTE ALTERNATA *



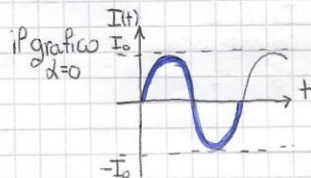
SPIRA $\theta(t) = \omega t$

Il flusso della spira diretta

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} \hat{n} = BS \cos \theta(t) = BS \cos(\omega t)$$

Derivo $\frac{d\Phi_B}{dt} = -BS\omega \sin(\omega t)$

quindi la forza elettromotrice indotta $\mathcal{E}_i = B A \omega \sin(\omega t)$

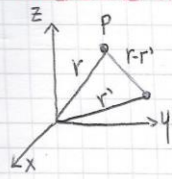


è sensibile alla frequenza $f = \frac{1}{T}$

* Legge di Faraday
o di Lenz

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- RELAZIONE TRA CAMPO ELETTRICO e POTENZIALE



$$\underline{E}(\underline{r}) = k \int \frac{dq}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3} (\underline{r} - \underline{r}') \quad \left[\frac{N}{C} \right]$$

$$V(\underline{r}) = k \int \frac{dq}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \quad [V]$$

$$dq = \begin{cases} \sigma dS \\ \rho dV \end{cases}$$

$\underline{r}$: punto di osservazione

$\underline{r}'$: r-razione

attraverso il
gradiente:

$$\underline{E}(x, y, z) = -\text{grad}(V(x, y, z))$$

$$\text{grad}(f) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

altra relazione: $V_B - V_A = - \int_A^B \underline{E}(\underline{r}) \cdot d\underline{l}$

NB: il potenziale all'infinito è 0

Il potenziale viene ricavato dalla
relazione con l'energia
potenziale

$$V = \frac{U}{q} \quad (\text{E' UN LAVORO})$$

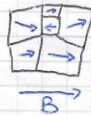
- MAGNETIZZAZIONI

Ritornando al capitolo 6. prima parte (Quasi un riassunto)

I materiali se immersi in un campo magnetico hanno 3 PROPRIETÀ (MAGNETIZZAZIONE)

• FERROMAGNETICO

rapp: dominio di Weim



• Gli orientati ingrandiscono,
altrimenti si annullano

|| momento
magnetico $\neq 0$

• μ_r VARIABILE

• Esterno verso di B

• PARAMAGNETICO

rapp



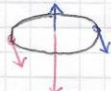
|| Atomi dotati di momento
magnetico

• $\mu_r > 1$

• Esterno verso di B

• DIAMAGNETICO

rapp



|| Atomi non dotati di
momento magnetico X

• $\mu_r < 1$

• Esterno B

Vettore di
magnetizzazione

$$\underline{M}(x, y, z) = \frac{\sum_{i=1}^N \underline{m}_i}{\Delta V}$$

=>

Monoforoem

• derivata
sup $\underline{J}_{ms}(\underline{r}) = \underline{M}(\underline{r}) \cdot \hat{n}$

! M non uniforme

! derivata
vol $\underline{J}_m(\underline{r}) = \text{rot}(\underline{M}(\underline{r}))$

$$\iint_S \underline{J}(\underline{r}) \cdot \hat{n} dS = I$$

Vettore induzione
magnetica

$$\underline{B}(\underline{r}) = \mu_0 \underline{H}(\underline{r}) + \underline{M}(\underline{r})$$

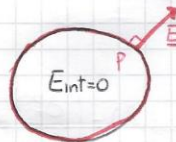
CONDUTTORI (alta mobilità molecolare) AGITAZIONE TERMICA

IN PRESENZA DI $\vec{E}$

• Gli elettroni vengono accelerati, fino a trovare un nuovo equilibrio

• CONDUTTORE NEUTRO $\Rightarrow \vec{E} = 0$

CONDUTTORE CARICO



$$E(P)_{\text{res}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

• Capacità $C = \frac{Q}{V}$ [F]

• Due conduttori, isolanti, adiacenti, carichi ma di segno opposto $\Rightarrow$ CONDENSATORI

// $C_{\text{TOT}} = C_1 + C_2$

• SFERICO $C = \frac{R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)}$ (DIM) • PIATTO $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ (DIM)

... $C_{\text{TOT}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

• CILINDRICO $C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln(R_2/R_1)}$ (DIM)

Energia $U = \iiint_V \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}(x,y,z)|^2 dV$

$$U = \frac{Q\Delta V}{2} = \frac{C(\Delta V)^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

DIELETTRICO (bassa mobilità molecolare)

IN PRESENZA DI $\vec{E}$

• Si modifica la struttura atomica (POLARIZZAZIONE)



Vettore di polarizzazione $\vec{P}(x,y,z) = \frac{\sum_{m=1}^{\Delta N} \langle \vec{p}_m \rangle}{\Delta V}$

quando $P(r)$ ha delle distribuzioni di carica $\vec{P} = P(r) \cdot \hat{n}$
 $\rho_P = -\text{grad}(P(r))$

TEOREMA DI GAUSS $\oint_S \vec{D}(r) \cdot \hat{n} dS = Q_{\text{FREE}}$

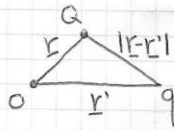
Vettore induzione elettrica $\vec{D}(r) = \epsilon_0 \vec{E}(r) + \vec{P}(r)$
 $\vec{D}(r) = \epsilon_0(\epsilon_r) \vec{E}(r)$ Relazione costitutiva

Se ho un materiale
 OMOGENEO
 LINEARE
 ISOTROPICO
 $\vec{P}(r) = \epsilon_0(\epsilon_r - 1) \vec{E}(r)$

ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} [J]$$

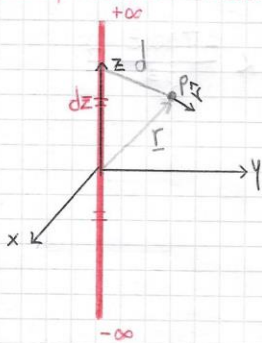
$$\text{lavoro} = -U$$



$$U = k \frac{qQ}{|r-r'|} \Rightarrow V(r) = \frac{U(r)}{q} \text{ POTENZIALE ELETTRICO}$$

L'energia è il lavoro del campo elettrico per spostare una carica + da A a B

Il campo elettrico distribuzione lineare



simmetria cilindrica

$$\text{vettore di connessione } r = d\hat{r} + z'\hat{z}$$

$$\text{cio' che varia } r' = z'\hat{z}$$

$$\cdot (r-r') = d\hat{r} + (z-z')\hat{z}$$

grazie alla simmetria cilindrica $\Rightarrow$ uso $z=0$

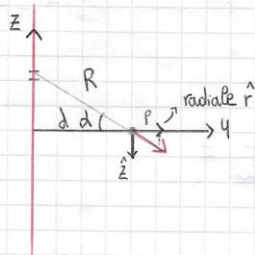
$$\Rightarrow \cdot (r-r') = d\hat{r} - z'\hat{z}$$

$$\cdot R = |r-r'| = \sqrt{d^2 + z'^2}$$

$dq = \lambda dz'$ carica elettrica in un punto dell'asse

Il campo elettrico in un punto
sola:

$$dE(r) = k \frac{\lambda dz'}{R^2} \cdot \frac{(r-r')}{R} = k \frac{\lambda dz'}{R^3} (d\hat{r} - z'\hat{z})$$



Il campo elettrico
totale sola:

$$E(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} k \frac{\lambda}{R^3} (d\hat{r} - z'\hat{z}) dz' \rightsquigarrow E_r(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} k \frac{\lambda}{R^3} d dz' *$$

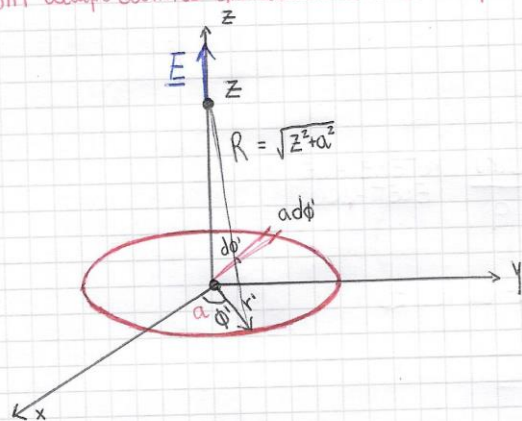
$$* = k\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d}{[d^2 + z'^2]^{3/2}} dz' \quad \begin{aligned} R \cos \alpha &= d & R &= \frac{d}{\cos \alpha} \\ z'/d &= \tan \alpha & dz' &= \frac{d}{\cos^2 \alpha} d\alpha \end{aligned} \quad E_z(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} -k \frac{\lambda}{R^3} z' dz' = -k\lambda \left. \frac{1}{\sqrt{d^2 + z'^2}} \right|_{-\infty}^{+\infty} = 0$$

anche perche' e' simmetrico in ogni punto

$$= \int_{z' \rightarrow -\infty}^{z' \rightarrow +\infty} \int_{\alpha \rightarrow -\pi/2}^{\alpha \rightarrow \pi/2} \frac{d}{d^3} \cos^3 \alpha \frac{d}{\cos^2 \alpha} d\alpha = \frac{1}{d} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = \frac{2}{d} \cdot k\lambda$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{2k\lambda}{d} \hat{r}$$

DM campo elettrico distribuzione Lineare Spirale circolare



uniforme

parametrizzo ed ho una sola variabile

$$\mathbf{r} = z\hat{z}$$

$$\mathbf{r}' = x'\hat{x} + y'\hat{y} = a\cos\phi'\hat{x} + a\sin\phi'\hat{y}$$

$$0 < \phi' < 2\pi$$

$$dq = \lambda a d\phi'$$

$$\Rightarrow d\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k \frac{\lambda a d\phi'}{R^3} (-a\cos\phi'\hat{x} - a\sin\phi'\hat{y} + z\hat{z})$$

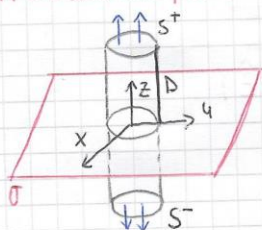
$$\Rightarrow \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_0^{2\pi} k \frac{\lambda a}{R^3} (-a\cos\phi'\hat{x} - a\sin\phi'\hat{y} + z\hat{z}) d\phi' = k \frac{\lambda a z}{R^3} \int_0^{2\pi} d\phi' = k \frac{2\pi \lambda a z}{R^3} \hat{z}$$

NOTA: dato che è una distribuzione finita

$Z=0 \quad \mathbf{E}(0,0,0)=0$!

$Z=\infty \quad \lim_{Z \rightarrow \infty} \mathbf{E}(\mathbf{r})=0$!

DM distribuzione piana infinita

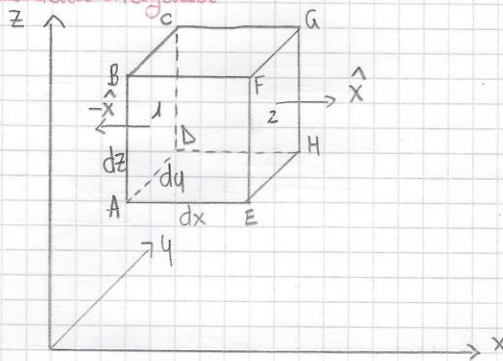


Per simmetria ho solo componente Z

$$\begin{aligned} \bullet \Phi_{S^+} &= \iint_{S^+} \mathbf{E}_Z(D) \cdot \hat{z} \cdot \hat{n} dS^+ = E_Z(D) A \\ \bullet \Phi_{S^-} &= \iint_{S^-} \mathbf{E}_Z(D) \cdot (-\hat{z}) \cdot (-\hat{n}) dS = E_Z(D) A \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{somma } \Phi_{\text{TOT}} = 2E_Z(D)A$$

ha carica totale $A\sigma \Rightarrow 2E_Z(D)A = \frac{A\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \mathbf{E}_Z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z}$

DIM teorema della divergenza



Supponiamo un campo uniforme elettrico

$$\underline{E}(x, y, z) = E_x(x, y, z)\hat{x} + E_y(x, y, z)\hat{y} + E_z(x, y, z)\hat{z}$$

Calcoliamo il flusso di ABCD e EFGH

$$d\phi_1 = \underline{E}(x, y, z) \cdot (-\hat{x}) dy dz = -E_x(x, y, z) dy dz$$

$$d\phi_2 = \underline{E}(x, y, z) \cdot (\hat{x}) dy dz = E_x(x, y, z) dy dz + \frac{\partial E_x(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz$$

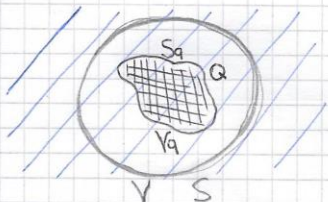
TAYLOR

$$\Downarrow d\phi_x = d\phi_1 + d\phi_2 = \frac{\partial E_x(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz !!!$$

Stesso ragionamento per le altre facce

$$d\phi = d\phi_x + d\phi_y + d\phi_z = \left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right] dx dy dz$$

DIM teorema di Gauss per dielettrici



/// regione di dielettrico polarizzato $P(x, y, z) \neq 0$

conduttore Q, V_g, S_g e P_{die}

Superficie di Gauss $S, V, E(x, y, z)$

$$\oint_S \underline{E}(r) \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0} + \frac{Q_p}{\epsilon_0}$$

$$Q_p = \oint_{S_g} \sigma_p(r) dS + \int_{V_g} \rho_p(r) dV =$$

$$= \oint_{S_g} P(r) \cdot \hat{n} dS + \int_{V_g} -\nabla \cdot P(r) dV$$

$$\downarrow$$

$$= -\oint_{S_g} P(r) \cdot \hat{n} dS + \oint_S P(r) \cdot \hat{n} dS$$

$$\oint_S \underline{E}(r) \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0} + \frac{1}{\epsilon_0} \oint_S P(r) \cdot \hat{n} dS$$

$\Downarrow$

$$\oint_S (\epsilon_0 \underline{E}(r) + P(r)) \cdot \hat{n} dS = Q$$