

... al problema precedente

Aumentare x_2 e lasciare $x_4 = 0$

$$\begin{cases} x_1 = 2 + \frac{2}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_4 = 2 + \frac{2}{3}x_2 \geq 0 \\ x_3 = 12 - 8x_2 + 2x_4 = 12 - 8x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2 \geq -3 \quad \text{Sempre vera}$$

$$x_2 \leq \frac{3}{2}$$

massimo valore che può assumere

$$x_2 = \frac{3}{2} \quad (x_4 = 0)$$

entra in base (entra A_2)

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

esce da base (A_3 esce)

nuova base $B = (A_1, A_2)$ $F = (A_3, A_4)$

$$x_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$x_F = \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Problema in forma canonica rigetto 9

$$(2) \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{8} x_3 + \frac{1}{4} x_4$$

$$C_B^T B^{-1} b = 0 = C_B^T x_b$$

$$\begin{cases} C^T x = -\frac{9}{2} + \frac{15}{24} x_3 - \frac{1}{12} x_4 \\ x_1 = 3 - \frac{1}{12} x_3 - \frac{1}{6} x_4 \\ x_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{8} x_3 + \frac{1}{4} x_4 \end{cases}$$

Forma canonica
rispetto alla
nuova base

$$\bar{C}_3 > 0 \quad \underline{ok}$$

$$\bar{C}_4 = -\frac{1}{12} < 0!! \quad \underline{SBA non ottimale}$$

Altra operazione di pivot

aumento x_4 ($x_3 = 0$)

$$x_1 = 3 - \frac{1}{12} x_3 - \frac{1}{6} x_4 = 3 - \frac{1}{6} x_4 \geq 0$$

$$\Rightarrow x_4 \leq 18$$

$$x_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{8} x_3 + \frac{1}{12} x_4 = \frac{3}{2} + \frac{1}{12} x_4 \geq 0$$

Max valore di $x_4 = 18$

entra in Base

x_4 entra in Base

$$\Rightarrow x_4 \geq -6$$

sempre vero

$\rightarrow x_1 = 0$ (Esce dalla base, A_1 esce da B)

$$\Rightarrow x_2 = 6$$

Nuova base: $B = (A_2, A_4)$ $F = (A_1, A_3)$

$$x_B = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \end{pmatrix} = B^{-1} b = \begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$x_F = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(1) \quad x_4 = 18 - 6x_1 - 2x_3$$

$$\downarrow$$
$$(2) \quad x_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{8}x_3 + \frac{1}{4}(18 - 6x_1 - 2x_3)$$
$$= 6 - \frac{3}{2}x_1 - \frac{9}{8}x_3$$

$$C^T x = -\frac{9}{2} + \frac{5}{24}x_3 - \frac{1}{12}(18 - 6x_1 - 2x_3)$$
$$= -\frac{11}{2} + \frac{1}{2}x_1 + \frac{9}{24}x_3$$

$$x_2 = 6 - \frac{3}{2}x_1 - \frac{9}{8}x_3$$

Problema in
forma canonica
risolto

$$x_4 = 18 - 6x_1 - 2x_3$$

base $B = (A_2, A_4)$

$$\bar{C}_1 > 0, \bar{C}_3 > 0 \Rightarrow \text{SBA}$$

$$x_B = B^{-1}b = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$x_F = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C^T x = (C_B^T \mid C_F^T) \begin{pmatrix} -x_B \\ x_F \end{pmatrix} = C_B^T B^{-1} b = -\frac{11}{2}$$

Es. Problema di Formulazione
Problema della dieta.

Problema della dieta

	Pane (x_1)	latte (x_2)	uovo (x_3)	carne (x_4)	dolce (x_5)
Calorie (cal)	110	60	180	260	120
Proteine (g)	4	8	13	14	4
Calci (mg)	2	285	54	80	22
Costo(€)	2	3	4	19	20
maximo # di porzioni Tollerato	4	8	3	2	2

Scrivere Problema di Programmazione lineare

Dia almeno 2000 calorie

50g di proteine

700mg di calcio

x_j = # di porzioni dell'alimento

j da inserire nella dieta

$j = 1, \dots, 5$

1: Pane;

2: latte

3: uova

$x_j \geq j = 1, \dots, 5$

F. ob.

Min $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 18x_4 + 20x_5$

$110x_1 + 160x_2 + 180x_3 + 260x_4 + 420x_5 \geq 2000$

$4x_1 + 8x_2 + 13x_3 + 14x_4 + 4x_5 \geq 50$

$2x_1 + 285x_2 + 54x_3 + 80x_4 + 22x_5 \geq 700$

$x_1 \leq 4$; $x_2 \leq 8$; $x_3 \leq 8$; $x_4 \leq 2$; $x_5 \leq 2$

$$x_j \geq 0 \quad j=1, \dots, 5$$

Operazioni

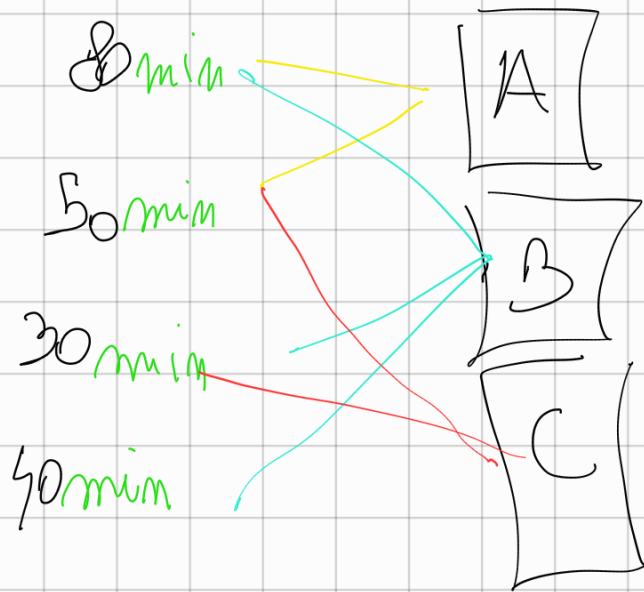
(1) Tornitura

(2) Fresatura

(3) Trapano

(4) Limatura

Centri (macchine)



Assegnare i minuti di ciascuna operazione ai centri in modo da tenerne tutte le operazioni il prima possibile.

- Le operazioni possono essere ripartite in più centri.
- un centro esegue le operazioni in modo sequenziale.

X_{1A} = minuti di Op. 1 eseguiti nel
centro A

X_{1B} = " " Op. 1 " " B ≥ 0

X_{2A} = " " Op. 2 " " A ≥ 0

X_{2C} = " " Op. 2 " " C ≥ 0

X_{3B} = " " Op. 3 " " B ≥ 0

X_{3C} = " " Op. 3 " " C ≥ 0

$X_4 B$ = " " Op. 4 " " B ≥ 0

$$X_{1A} + X_{1B} = 80$$

$$X_{2A} + X_{2C} = 50$$

$$X_{3B} + X_{3C} \geq 30$$

$$X_4 B = 40$$

Carico di lavoro dei centri

Quanto lavora il centro A? $X_{1A} + X_{2A}$

u

u

$$B? \quad x_{1B} + x_{3B} + x_{4B}$$

u

u

$$C? \quad x_{2C} + x_{3C}$$

} = il max coincide con la
funzione di valore di operazione.

$$\Rightarrow \max \{ x_{1A} + x_{2A}; x_{1B} + x_{3B} + x_{4B}; x_{2C} + x_{3C} \}$$

$$\min \max \{ x_{1A} + x_{2A}; x_{1B} + x_{3B} + x_{4B}; x_{2C} + x_{3C} \}$$

↑
funzione non lineare

TUCC, introduco

EQUIVALENTI

Nuova variabile $z \geq 0$

$$\min z$$

$$z \geq x_{1A} + x_{2A}$$

$$z \geq x_{1B} + x_{3B} + x_{4B}$$

$$z \geq x_{2C} + x_{3C}$$

Vincoli da esprimere in code

85

Una pasticceria produce due tipi di torta, A e B. Ciascuna torta richiede una certa quantità di latte, zucchero e panna. La panna viene prodotta dalla pasticceria stessa, che può anche venderla direttamente al pubblico. La pasticceria dispone di 25 litri di latte e 15 kg di

	latte (litri)	zucchero (kg)	panna (kg)	prezzo vendita unitario (euro)
torta A	0.5	0.3		
torta B	0.6	0.2	0.2	10
panna (1 kg)	0.7	0.3	0.4	15
				3

Richiedo di programmare la produzione di torte e panna al fine di massimizzare il profitto. Formulare come PL questo problema.

57

$$X_A = \# \text{ take a time } A \text{ possible}$$
$$X_B = 4 \quad B \quad 4$$

$X_p = \text{Panna Pirella Campossi'nan}$

$$\max 10x_A + 15x_B + 3(x_P - 0,2x_A - 0,4x_B)$$

$P_{\text{media impiegata per le tante di tipo A}} = 0,2 \times A$

U U U

$$B = 0,4 \times B$$

da sottrarre per le parti vendute

$$0,5 X_A + 0,6 X_B + 0,7 X_P \leq 25$$

$$0,3 X_A + 0,2 X_B + 0,3 X_P \leq 15$$

$$X_P \geq 0,2 X_A + 0,4 X_B$$

$$X_A \geq 0 \quad ; \quad X_B \geq 0 \quad X_P \geq 0$$

Produzione di ~~Stale~~ Stale

Tipi	RANGE	COSTO MANODopera	Ricavo Euro / totale
A	✓	12	25
B	1	6	20
C	2	4	30

Ho 4000 kg di rame disponibili

5 Euro/kg costo del rame (magari)

- Scatole A prodotto stesso rame

almeno il doppio di quelle
di B

- Scelte di A prodotte inferiori
alle Scelte di G

$X_A = \# \text{ Scelte di tipo A prodotte}$

$X_B = \# \text{ " " " B prodotte}$

$X_G = \# \text{ " " " G prodotte}$

$$\text{Profitto} = 25X_A + 20X_B + 30X_G$$

$$- 5X_B - 10X_G - 12X_A$$

$$- 6X_B - 4X_G$$

$$\text{Max } 13X_A + 8X_B + 16X_G$$

$$X_B + 2X_G \leq 4000$$

$$X_A \geq 2X_B$$

$$X_A \leq X_A$$

$$X_A, X_B, X_G \geq 0$$

