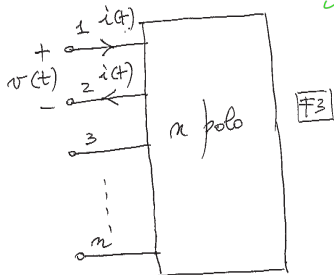
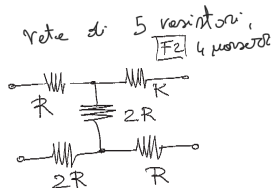
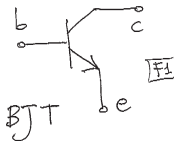


- Definizione di n polo: elemento a n terminali (n poli) con i quali puo' essere collegato ad un circuito esterno

3-poli... 4-poli... n -poli

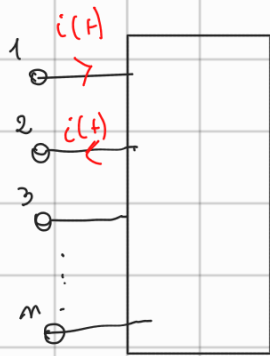


Dispositivi che hanno più di due morsetti



- BJT (bipolar junction transistor) e' un esempio di tripolo; due induttori mutuamente accoppiati sono un esempio di quadripolo; un altro esempio di quadripolo e' la rete di resistori in figura
- Definizione di porta: una coppia di morsetti (ad es. 1-2) tale che la corrente che entra in un morsetto e' uguale, istante per istante, a quella che esce dall'altro morsetto
- per una porta possiamo introdurre la corrente $i(t)$ di porta e la tensione di porta $v(t)$ (come se fosse un bipolo)

Porta: analogo di un bipolo, la corrente che entra = quella che esce



Se $i(t)$ che entra in 1, è la stessa che esce in 2
 e vice versa

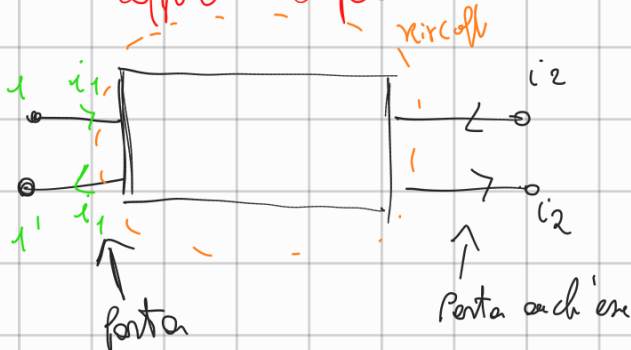


Posso anche definire
 la Tensione di porta

Porta $\Rightarrow$ analogo di un bipolo

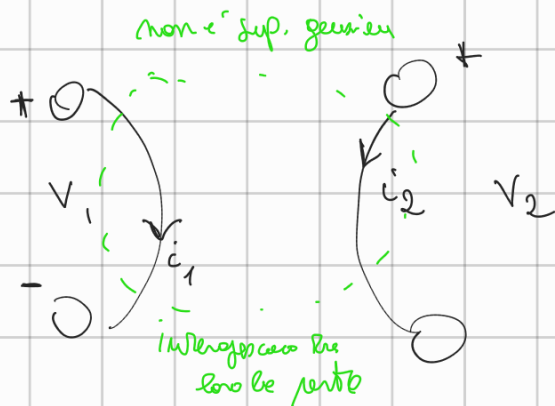
Doppio bipolo

Se vedo il bipolo da
 uno 2 port e



Se uno è un porta, sarà un
 porta anch'ora

Doppio BIPOLARE



Due bipoli interagenti tra loro

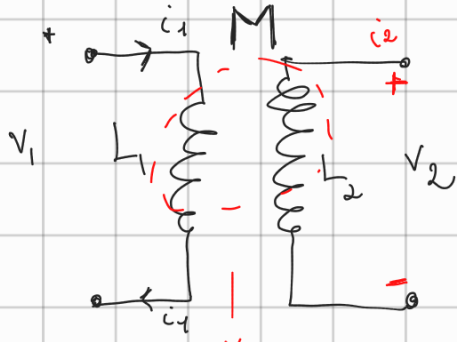


V_1, V_2, i_1, i_2

Grandezze di Porta

Relazione costitutiva di una rete a 2 porte,
2 legami fra v_1, v_2, i_1, i_2

Es. 2 induttori mutuamente accoppiati superficiali.

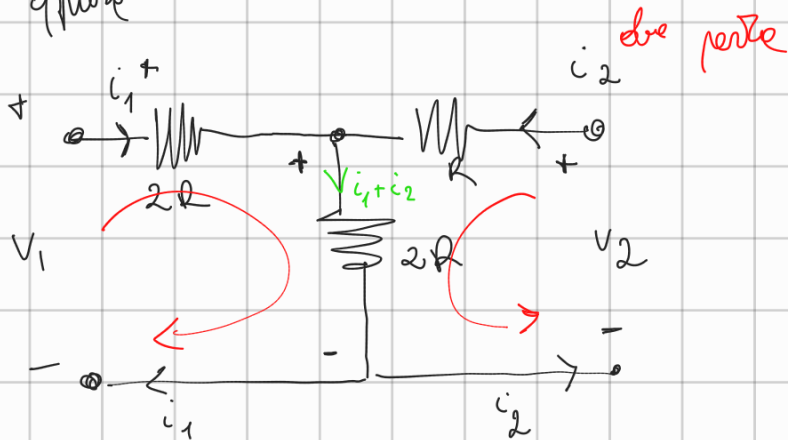


accoppiamento
"accoppiato"

dalla fisica

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

oppure



Relaz. costitutive
tra due

v_1, v_2 i_1, i_2

$$v_1 = 2R i_1 + 2R(i_1 + i_2)$$

$$v_2 = R \cdot i_2 + 2R(i_1 + i_2)$$

due legami tra tensioni
e correnti

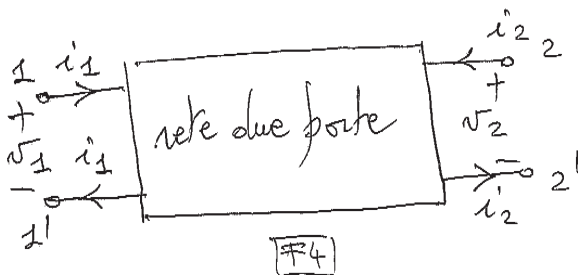
in forma vettoriale

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4R & 2R \\ 2R & 3R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{i}$$

matrice delle resistenze

legge Ohm generalizzata

Definizione di rete due porte (doppio bipolo): e' un quadripolo tale che una coppia di morsetti (1-1') forma una porta e, di 1 morsetto conseguenza, l'altra coppia di morsetti (2-2') forma anch'essa una porta

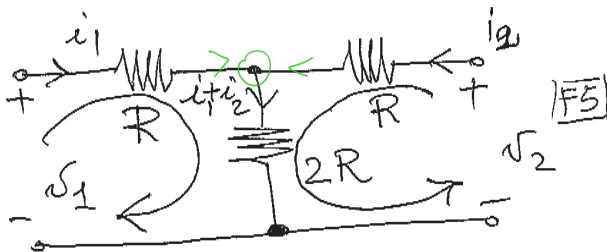


- introduciamo correnti i_1, i_2 di porta e tensioni di porta v_1, v_2 come in figura (sono le 4 grandezze elettriche di porta); notare che v_1 e i_1 (v_2 e i_2) hanno versi coordinati secondo la convenzione degli utilizzatori
- Relazioni costitutive di una rete due porte: 2 legami indipendenti che la rete stabilisce fra le 4 grandezze di porta v_1, v_2, i_1, i_2

Esempio. Rete due porte resistiva; da KV alla maglia 1 si ha $v_1 = Ri_1 + 2R(i_1 + i_2)$ e da KV alla maglia 2, $v_2 = Ri_2 + 2R(i_1 + i_2)$. Le relazioni costitutive possono quindi essere scritte nella forma

$$v_1 = 3Ri_1 + 2Ri_2$$

$$v_2 = 2Ri_1 + 3Ri_2$$



- potenza istantanea assorbita da una rete due porte. E' la somma delle potenze istantanee alla porta 1 e 2, cioè'

Orchestra potenze ist. per cui si trova l'energia

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) = v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t) \quad W$$

- da qui possiamo trovare energia elettrica dw assorbita in dt o in un certo intervallo di tempo
- la definizione di rete due porte passiva o attiva e' analoga a quella di un bipolo passivo o attivo (pensarci)

? è un prodotto scalare

$$p(t) = \langle \underline{v}(t), \underline{i}(t) \rangle = \underline{v}^T(t) \underline{i}(t)$$

nel caso specifico delle reti

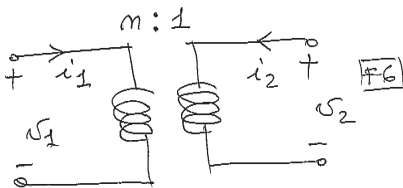
$$p(t) = [\underline{R} \underline{i}(t)]^T \underline{i}(t) = \underline{i}^T(t) \underline{R} \underline{i}(t) \geq 0$$

$\downarrow$
matrice
simmetrica

Se R sei def. positiva, il doppio bipolo e' passivo

Reti due porte passive

• Trasformatore ideale



- $n = N_1/N_2$ rapporto di trasformazione; N_1 (N_2) numero di spire del primo (secondo) avvolgimento
- modello idealizzato di un trasformatore reale (2 bobine accoppiate magneticamente da nucleo ferromagnetico ad elevata permeabilità relativa μ_r)
- relazioni costitutive

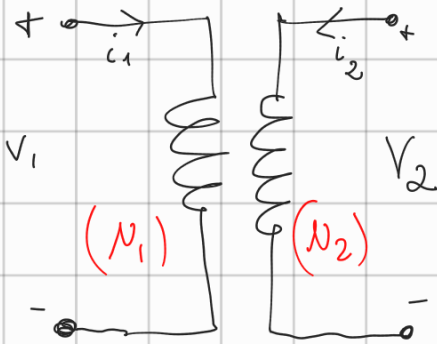
$$\left. \begin{aligned} v_1 &= n v_2 \\ i_1 &= -\frac{1}{n} i_2 \end{aligned} \right\} \text{ associata}$$

- e' una rete due porte senza memoria

TRASFORMATORE IDEALE

n è il rapporto di trasformazione

Principio: chi ha più spira



$$n = \frac{N_1}{N_2}$$

numero avvolgimenti secondario
(o primario)

modello idealizzato di un trasformatore

introduc. assiomatica veloc. costitutive

rete senza mem.

$$\begin{cases} V_1 = n V_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n} i_2 \end{cases}$$

$$i_1 = -\frac{1}{\frac{N_1}{N_2}} i_2$$

=> ! senza memoria

$$\Rightarrow N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$$

anche le correnti sono legate

Trasforma tensioni e anche correnti, in modo tale che il prodotto non cambia, non cambia la potenza

(Conservativo meccanico è la coppia $C_1 \omega_1 = C_2 \omega_2$)

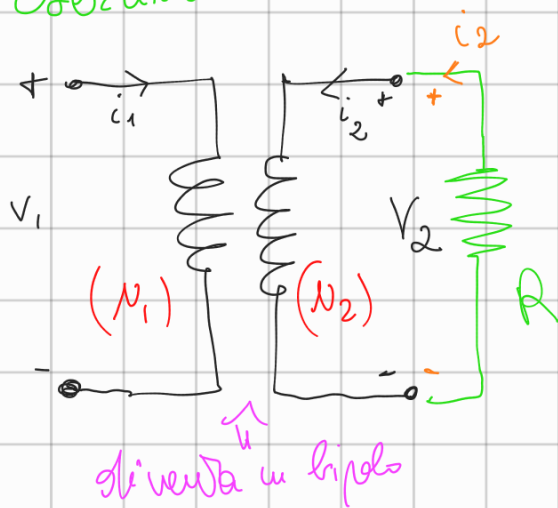
Tempo ideale
o senza inerzia

$$P = V_1 i_1 + V_2 i_2 = n V_2 \left(-\frac{1}{n} i_2 \right) + V_2 i_2 = 0$$

! trasparente alla potenza istantanea.

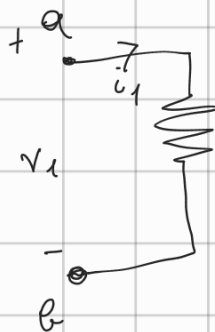
! INENTE, non partecipa agli scambi energetici

Esercizio



? Polos. costitutiva bipolo

equival
 $\Leftrightarrow$



$$R_{eq} = n^2 R$$

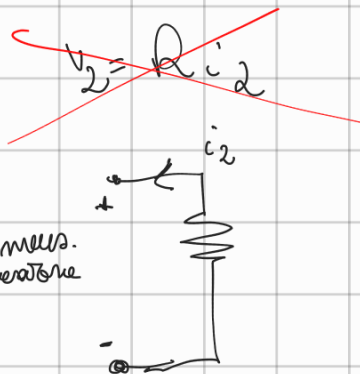
$$\begin{aligned} ? \Rightarrow V_1 &= n V_2 \\ i_1 &= -\frac{1}{n} i_2 \end{aligned}$$

$$V_2 = -R i_2$$

$$V_1 = n V_2 = n(-R i_2) = n^2 R i_1$$

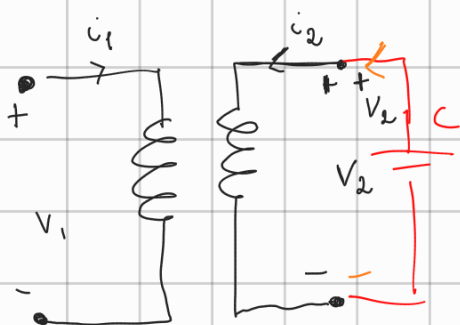
$$\Rightarrow V_1 = R_{eq} i_1$$

$$\Rightarrow n(R n i_1)$$



Senza trasformare ho un
rete a due porte,
se ho R ho un dipolo
e posso parlare di Polos.
costit.

Condensatori diversi



$$C_{eq} = \frac{C}{n^2}$$

$$V_1 = n V_2$$

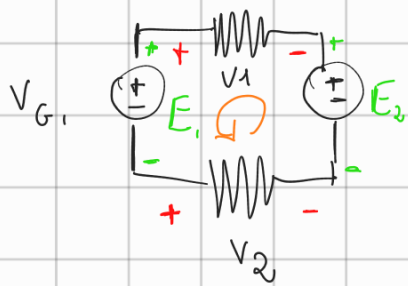
$$i_1 = -\frac{1}{n} i_2$$

$$\rightarrow i_2 = -C \frac{dV_2}{dt}$$

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{C}{n} \frac{dV_2}{dt} \\ V_2 &= \frac{C}{n^2} \frac{dV_1}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow i_1 = C_{eq} \frac{dV_1}{dt}$$

il trasformatore non cambia gli R, L, e C, ma ne cambia il valore

Esercizio da esercitazione (1)



$$R_1 = 2\Omega$$

$$V_{G1} = 15V$$

$$R_2 = 3\Omega$$

$$V_{G2} = 10V$$

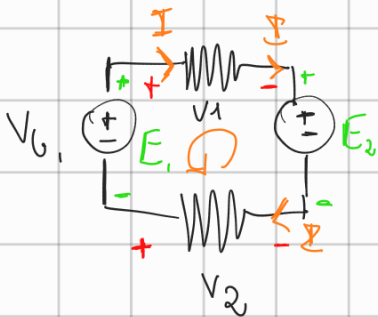
$$? V_1, V_2$$

$$P_{OT} \text{ ass } R_1, R_2 ?$$

$$P_{OT} \text{ erog. } V_{G1}, V_{G2}$$

valore direttamente richiesto

$$-V_{G2} - V_1 + V_{G1} + V_2 = 0$$



la corrente e' la stessa

$$V_1 = R_1 I$$

$$V_2 = -R_2 I$$

$$I = \frac{V_{G1} - V_{G2}}{R_1 + R_2}$$

i generatori si contrap.
la resistenza si
sommava.

$$V_1 = 2V$$

$$V_2 = -3V$$

$$P_{R1} = R_1 I^2 = 2W$$

$$P_{R2} = R_2 I^2 = 3W$$

Potenza erogata (convers. generatori)

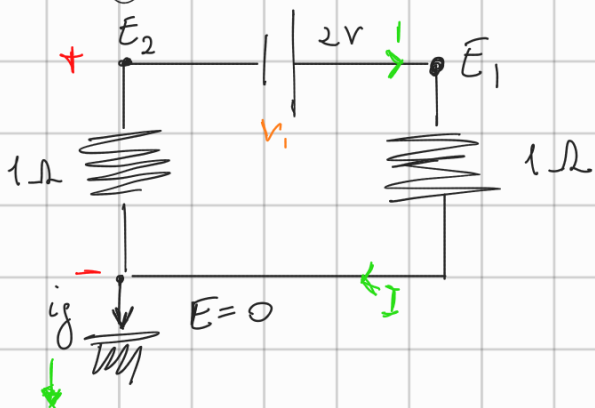
$$P_{\text{erog. } g_1} \Rightarrow P_{g1} = V_{G1} \cdot I = 15W$$

$$P_{g2} = -V_{G2} I = -10W$$

g_1 eroga 15 W

g_2 si sta ricaricando

altro esercizio



ho una sola corrente

Kirkhoff

$$-2V + 1I + 1I = 0 \Leftrightarrow$$

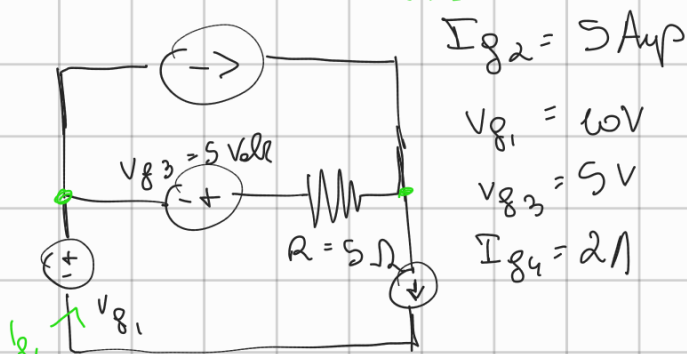
$$I = 1A$$

$$E_1 = 1V$$

$$E_2 = -1 \cdot I = -1V$$

corrente di ground

altro esercizio



$$I_{g2} = 5A$$

$$V_{g1} = 5V$$

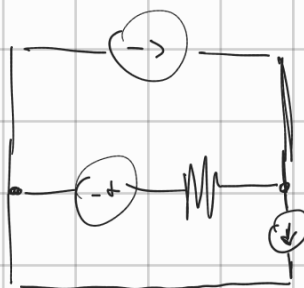
$$V_{g3} = 5V$$

$$I_{g4} = 2A$$

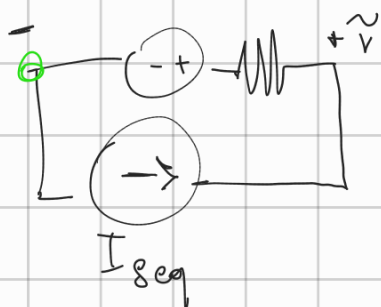
potenza erogata dai 4 generatori

$$V_{g1} \cdot I_{g4} = 20W \quad (\text{qui eroga})$$

potenza dissipata nel resistore

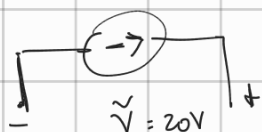


unico generatore



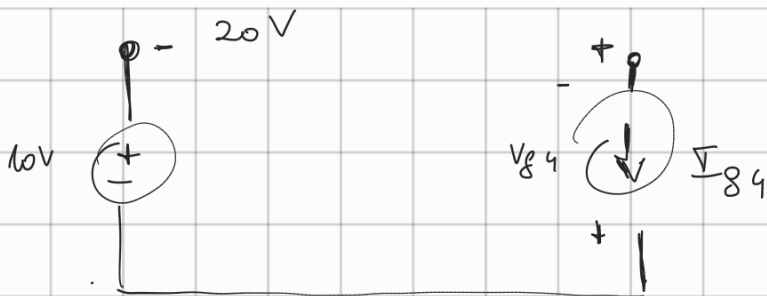
$$I_{g_{eq}} = I_{g4} + I_{g2} = 3A$$

$$\tilde{V} = R I_{g_{eq}} + 5V = 20V$$



$$P = \tilde{V} I_{g2} = -20V \cdot 5 = -100W$$

Per I_{g2} = il generatore V_{g1} internamente non può essere tolto



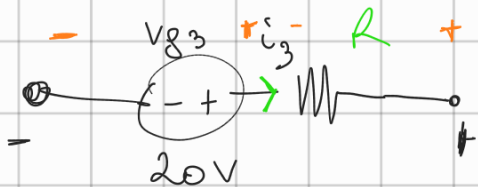
Kirchhoff Tensioni

$$-v_{g4} - v_{g1} + 20V = 0$$

$$v_{g4} = -20V - 10V = -30V$$

$$P_{ev.g4} = -60W$$

$P_{v_{g3}} (?)$



$$\tilde{v} = v_{g3} - R i_3 = 5$$

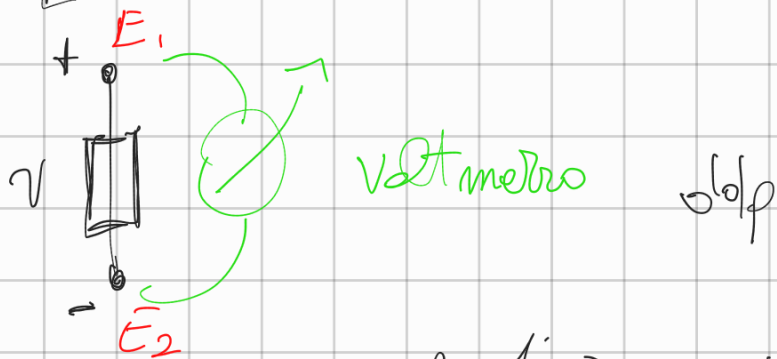
$$i_3 = -3A$$

$$P_{ev.g3} = 20 \cdot (-3)W = -15W$$

Verifico la conserv. di potenza

La potenza erogata e erogata = 0.

LEZIONE 4



Prevediamo un riferimento a $r=0$

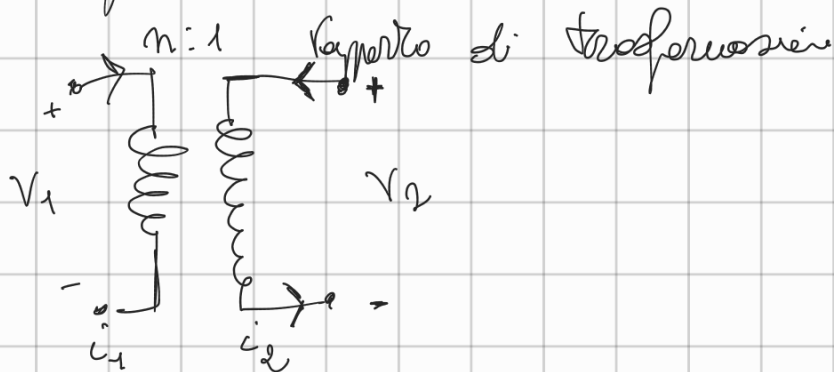
Posso avere tensione di picco e tensione media

Per ricavare l'uno dall'altro,

(1) punto percorso da porta a Torre

(2) $\bar{E}_1, \bar{E}_2, 1-\bar{E}_1$???

Trasformatore ideale



Copie di movimento e una porta, se consente che esce...
che entra

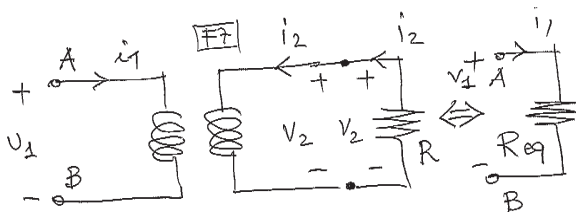
$$\begin{cases} V_1 = n V_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n} V_2 \end{cases}$$

ho trasformatore resistivo,

- la potenza istantanea assorbita vale

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 = n v_2 \left(-\frac{1}{n} i_2\right) + v_2 i_2 = 0 \quad W$$

- un trasformatore ideale e' quindi passivo; e' inoltre 'trasparente' alla potenza istantanea; e' inerte (non partecipa agli scambi energetici)
- effetto di un trasformatore ideale su un resistore



si ha

$$v_1 = n v_2 = n(-R i_2) = n R (n i_1) = n^2 R i_1 = R_{eq} i_1$$

quindi il bipolo AB dato dal trasformatore chiuso sulla porta 2 su un resistore R trasforma lo stesso resistore in resistore di resistenza $R_{eq} = n^2 R$

- studiare l'effetto del trasformatore ideale su C e su L

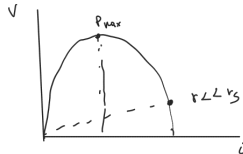
Trasformatore adattatore di resistenza

- Consideriamo il seguente generatore reale di tensione; la potenza massima che può erogare è data da

$$P = \frac{E^2}{r}$$

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4r_s} = \frac{100^2}{4 \cdot 1000} = 2.5 \text{ W}$$

Handwritten notes: "E^2" circled, "resistenza interna del generatore" pointing to r_s , "potenza erogata se $r_s = r$ " below the formula.

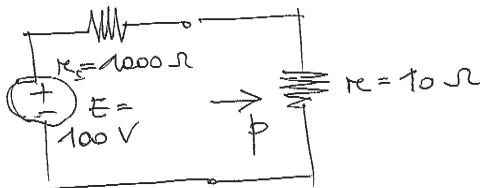
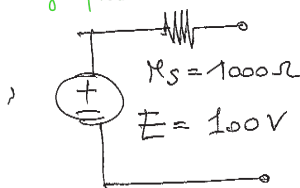


- la resistenza di carico che assorbe la massima potenza è

$$r = r_s = 1000 \text{ Ohm}$$

• eroga una potenza massima

carico, resistenza di 10 Ohm, carico disadattato, si dissiperebbe poca potenza



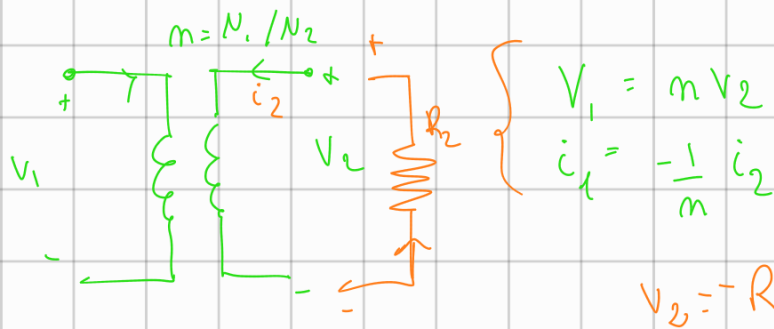
- supponiamo adesso che il generatore alimenti una resistenza $r = 10 \text{ Ohm}$ e quindi $r \ll r_s$; si ha, come ci si aspetta, $p \ll p_{\max}$; infatti $i = 100/1010 \simeq 0.1 \text{ A}$ e quindi

v. capilavino

$$p = ri^2 \simeq 10 \cdot 0.1^2 = 0.1 \text{ W}$$

*25 volte più poca, non si dissipa
potenza*

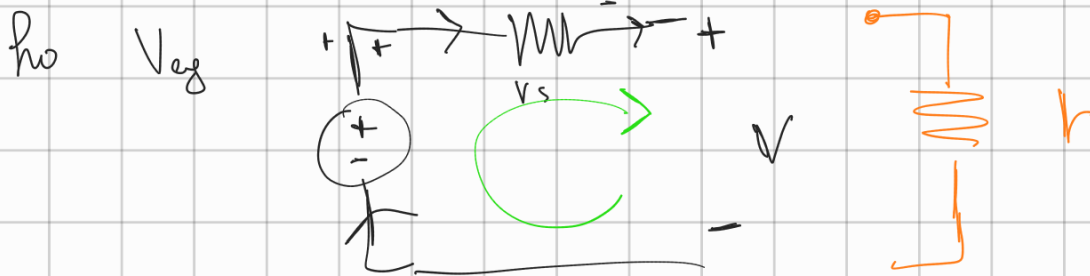
calcolo il carico



$$V_2 = -R_2 i_2 = R_2 m i_2$$

$$V_1 = \underbrace{m^2 R_2}_{R_{eq}} i_2$$

$$R_{eq} = m^2 R_2$$



$$K_V: -E + r_s I + V = 0 \Rightarrow V = E - r_s I$$

vogliamo che $r = r_s$

$$E = 100 \text{ V}$$

$$r_s = 1000 \Omega$$

$$r = 100 \Omega$$

se collego un trasformatore al carico

$$R_{eq} = m^2 R$$

$$\Rightarrow 1000 = m^2 100$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{1000} = 10$$

Potenza dissipata nella resistenza

$$\frac{r E^2}{(r_s + r)^2} \simeq 0,1 \text{ W}$$

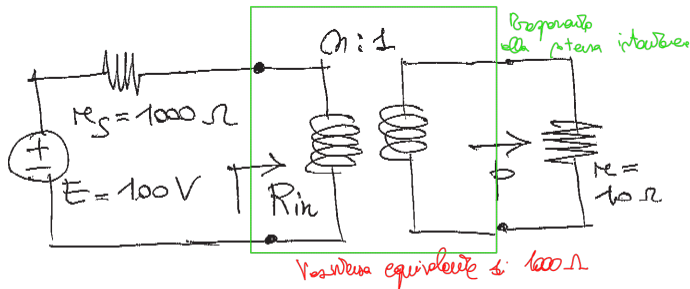
ora è

$$\frac{E^2}{4 r_s} = 25 \text{ W}$$

- per ovviare a questo problema posso usare un trasformatore che adatta il livello di resistenza del carico a quello del generatore; l'equazione di progetto e' $R_{in} = n^2 r = r_s$ e quindi

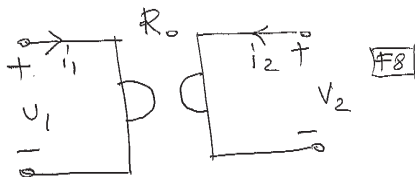
$$n = \sqrt{\frac{r_s}{r}} = 10$$

Realizzo trasformatore
con $n = 10$



- il primario del trasformatore assorbe $p_{\max}$ ed essendo il trasformatore trasparente alla potenza istantanea fornisce $p_{\max}$ al carico; il carico r assorbe quindi la massima potenza $p_{\max} = 2.5\text{ W}$; l'inserzione del trasformatore adatta la resistenza di carico a quella del generatore e migliora di un fattore 25 il trasferimento di potenza al carico.

- **Giratore ideale**



- relazioni costitutive

$$v_1 = -R_0 i_2$$

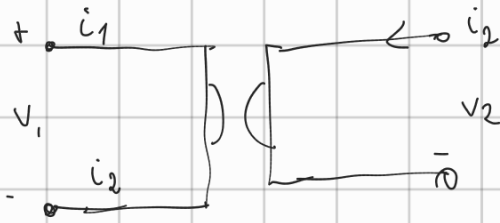
$$v_2 = R_0 i_1$$

- R_0 in Ohm e' detta resistenza di girazione; puo' essere implementato con amplificatori operazionali e resistori
- e' una rete due porte senza memoria
- la potenza istantanea assorbita vale

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 = -R_0 i_2 i_1 + R_0 i_1 i_2 = 0 \quad W$$

- un giratore ideale e' quindi passivo; e' inoltre 'trasparente' alla potenza istantanea; e' inerte (non partecipa agli scambi energetici)

Giratore ideale: Rete a due porte



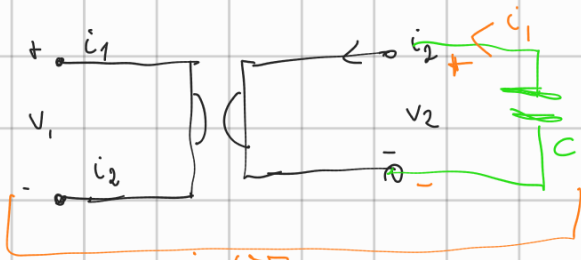
$$\begin{cases} v_1 = -R_0 i_2 \\ v_2 = R_0 i_1 \end{cases}$$

Rete a due porte
Senza memoria

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 = -R_0 i_2 i_1 + R_0 i_1 i_2$$

Flusso
sempre 0,

PASSIVO, NON PARTECIPA AGLI SCAMBI ENERGETICI



Induttore
"sintetico"

Se si collega un condensatore,
qui invece si comporta come un induttore

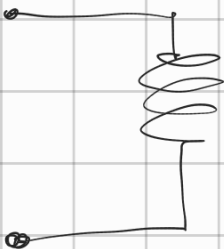
$$\begin{cases} v_1 = -R_0 i_2 \\ v_2 = R_0 i_1 \\ i_2 = -C \frac{d}{dt} v_2 \end{cases}$$

Costante

$$v_1 = -R_0 i_2 = R_0 C \frac{d}{dt} v_2 \quad v_2 = R_0 C \frac{d}{dt} (R_0 i_1) = R_0^2 C \frac{d}{dt} i_1$$

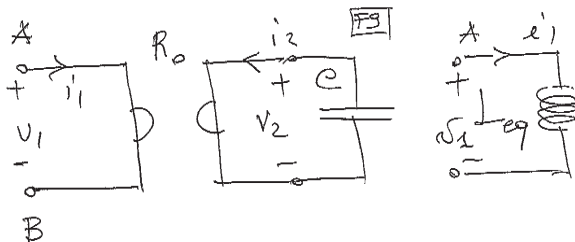
$$v_1 = L_{eq} \frac{di_1}{dt}$$

Induttore



$$L_{eq} = R_0^2 C$$

- effetto di un giratore ideale su un condensatore



si ha

$$v_1 = -R_0 i_2 = R_0 C \frac{dv_2}{dt} = R_0^2 C \frac{di_1}{dt} = L_{eq} \frac{di_1}{dt}$$

quindi il giratore trasforma il condensatore ideale C in un induttore ideale di induttanza

$$L_{eq} = R_0^2 C$$

- e' detto 'induttore sintetico'
- studiare l'effetto del giratore ideale su L e su R

Reti due porte attive

generatori di V e i , dove V è tensione e i corrente

• Generatori controllati (dipendenti, pilotati)

generano, dipendono da variabile corrente o tensione in un altro el. del circuito

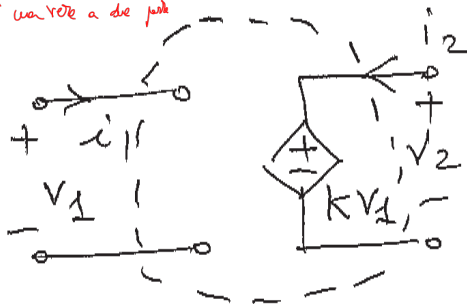
• Intuitivamente: si tratta di generatori di tensione (o corrente)
dove la tensione (corrente) impressa non è una funzione nota a priori ma dipende dalla tensione o dalla corrente in un altro elemento del circuito

• sono 4 tipi diversi di generatori; si tratta in ogni caso di reti due porte senza memoria e attive

Il C. deve essere una pila, un alimentatore.

- Generatore di tensione controllato in tensione;
voltage-controlled voltage-source VCVS

e' un rete a due porte



$\boxed{F10}$

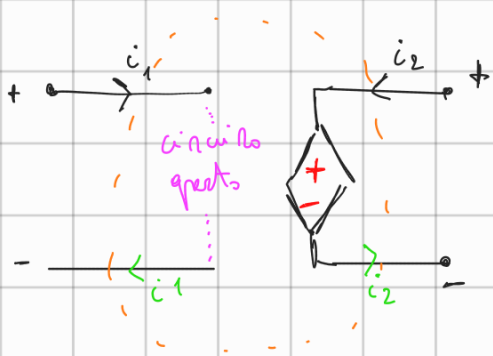
VCVS

- relazioni costitutive

$$i_1 = 0$$

$$v_2 = kv_1$$

- v_1 e' la grandezza di controllo; v_2 e' la grandezza controllata; k (senza dimensioni) e' detto parametro di controllo



testato da imprimere non è nata a priori

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ V_2 = K V_1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \leftarrow 2 \text{ valori costituenti,} \\ \text{2 porte} \\ \leftarrow \text{1 senza nessuno} \end{matrix}$$

La porta 1, è voltmetro ideale, misura tensione senza averne carico
misura V_1 , moltiplica per K , e applica alla porta 2
accoppiando tensione sulle porte del circuito

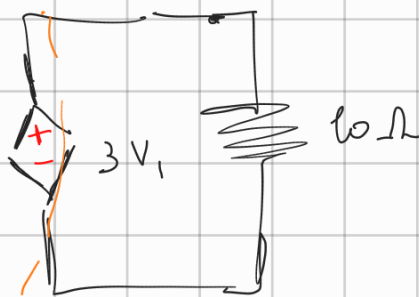
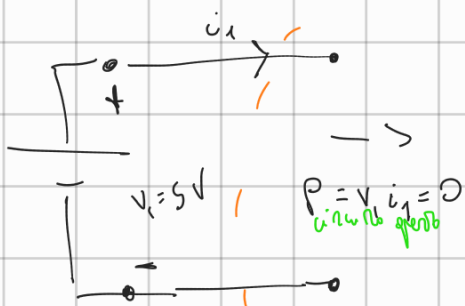
• V_1 grandezza di controllo • V_2 grandezza controllata

• K parametro di controllo, no dimensionato

$[K]$ È ATTIVA

può erogare più energia al circuito di quella che assorbe

Dim



VCVS

c'è implicazione
una sorgente di energia

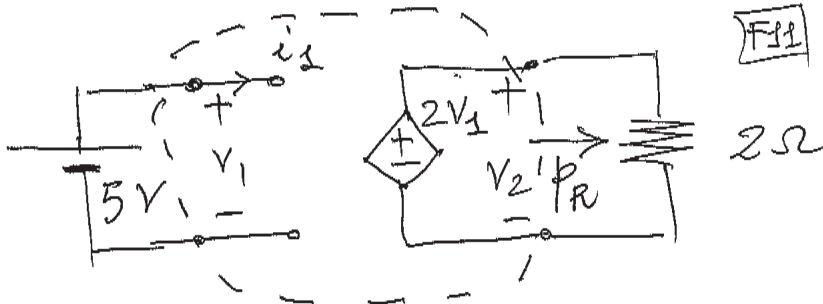
$$P_A = \frac{15^2}{10} \text{ W} > 0$$

P_{tecnica} sul resistore

Si sta consumando energia al resistore

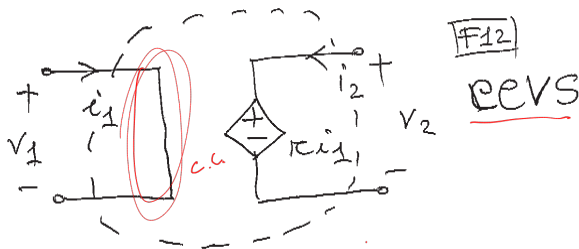
- il generatore sulla porta 2 imprime una tensione kv_1 che dipende dalla tensione v_1 sulla porta 1; la scatola tratteggiata rappresenta simbolicamente un dispositivo che preleva la tensione v_1 fra due opportuni morsetti del circuito (voltmetro ideale), la moltiplica per k e la applica alla porta 2 in un altro punto del circuito; non viene di solito rappresentato in modo esplicito il dispositivo che effettua questa operazione di accoppiamento fra due punti diversi del circuito
- e' una rete due porte senza memoria

- e' attiva; consideriamo infatti il seguente esperimento



- la potenza elettrica alla porta 1, cioè' $p_1 = v_1 i_1 = 0 \text{ W}$ dato che $i_1 = 0$; si ha $v_2 = 2v_1 = 10 \text{ V}$; la scatolina (VCVS) eroga alla batteria una potenza elettrica $p_R = v_2^2/2 = 50 \text{ W}$
- nel dispositivo VCVS vi e' una sorgente interna di energia (batteria, alimentatore) che non viene esplicitamente rappresentata; per come funziona fisicamente un VCVS preleva energia dalla sorgente interna ed e' capace di fornirla al resistore funzionando da rete due porte attiva

Generatore di tensione controllato in corrente; current-controlled voltage-source CCVS



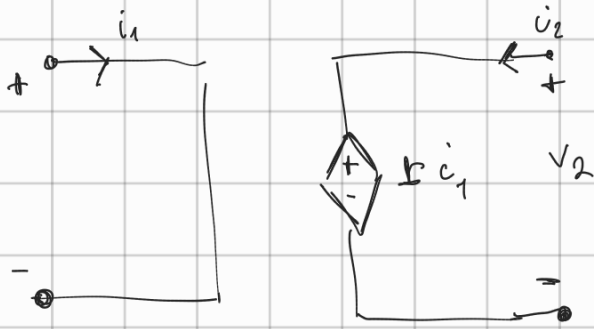
- relazioni costitutive

$$v_1 = 0$$

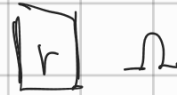
$$v_2 = r i_1$$

- i_1 e' la grandezza di controllo; v_2 e' la grandezza controllata; r (dimensioni di Ohm) e' detto parametro di controllo (trans-resistenza); sulla porta 1 vi e' un amperometro ideale che misura la corrente i_1

Amperometro, messo in serie, ideale, catena di泰米尼



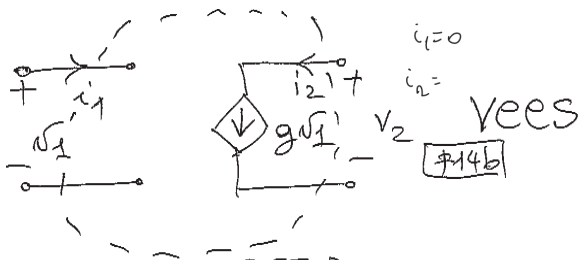
r Brutto-resistor



Come della corrente
si pone a泰米尼

CCVS

Generatore di corrente controllato in tensione; voltage-controlled current-source VCCS



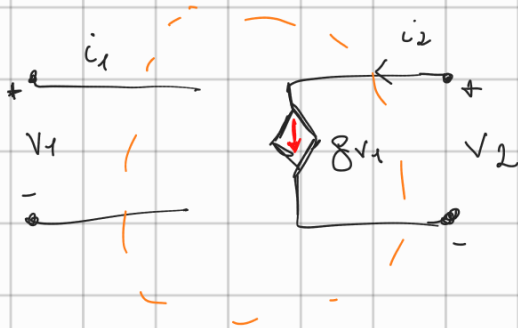
- relazioni costitutive

$$i_1 = 0$$

$$i_2 = g v_1$$

- v_1 e' la grandezza di controllo; i_2 e' la grandezza controllata; g (dimensioni di Ohm^{-1}) e' detto parametro di controllo (trans-conduttanza)

VCCS

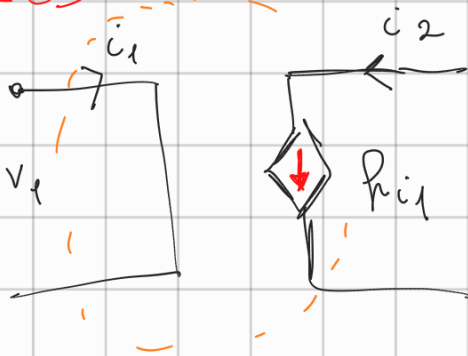


$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = 8v_2 \end{cases}$$

$$[g] = \Omega^{-1}$$

anche questa rete è un...

LCCS

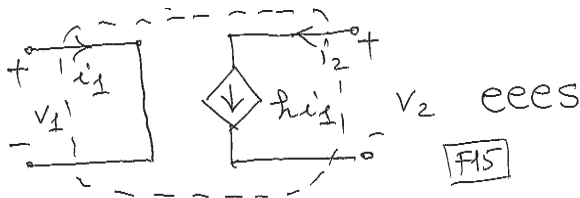


rete 2 porte, linea, 2 variab. controllate

$$\begin{cases} v_i = 0 \\ i_2 = h_{11} i_1 \end{cases}$$

$[h]$ adimensionale

Generatore di corrente controllato in corrente; current-controlled current-source CCCS



- relazioni costitutive

$$v_1 = 0$$

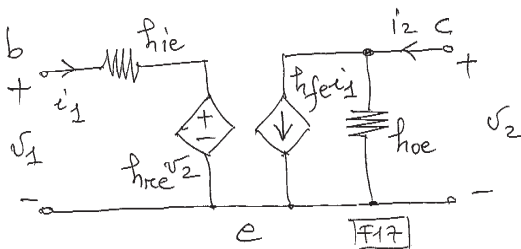
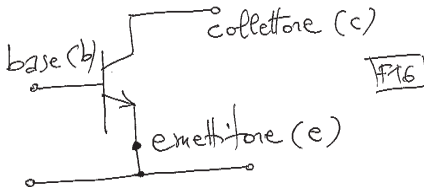
$$i_2 = h i_1$$

- i_1 e' la grandezza di controllo; i_2 e' la grandezza controllata; h (senza dimensioni) e' detto parametro di controllo
- si tratta in ogni caso di reti due porte senza memoria e di tipo attivo

Uso di generatori controllati per modellare dispositivi elettronici

fa uso di generatori controllati

- Bipolar junction transistor (BJT)
- e' un tripolo con tre morsetti: base (b), emettitore (e) e collettore (c); nella configurazione a emettitore comune lo posso rappresentare come rete due porte

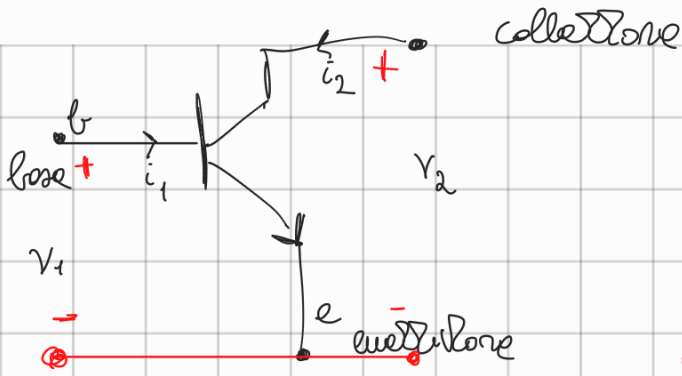


modello

- un modello che possiamo usare e' quello per piccoli segnali a parametri ibridi a emettitore comune; fa uso di una resistenza h_{ie} , una conduttanza h_{oe} , un CCCS con parametro di controllo h_{fe} e un VCVS con parametro di controllo h_{re}
- questi parametri dipendono dal punto di funzionamento del BJT (corso elettronica); alcuni valori tipici

$$h_{ie} = 1000 \, \Omega; h_{oe} = 10^{-6} \, \Omega^{-1}; h_{fe} = 100; h_{re} = 10^{-5}$$

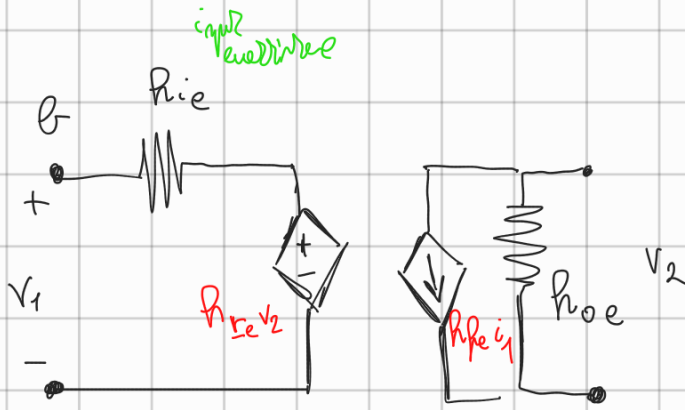
- modello semplificato; si assume per semplificare l'analisi $h_{re} = 0$ ed inoltre $h_{oe} = 0$; il BJT diventa quindi (a parte il resistore h_{ie}) un CCCS con parametro di controllo h_{fe}



3 morsetti, studiato come rete a due porte. ingresso emettitore

(qui 3 morsetti, pero' bisogna in rete 2 porte)

configurazione col emettitore comune



$$[h_{ie}] = \Omega \quad h_{ie} \approx 1,2 k\Omega$$

$$[h_{re}] = \text{non ha dimensioni} \quad h_{re} \approx 10^{-5}$$

$$[h_{oe}] = \Omega^{-1}, \text{ conduttanza} \quad h_{oe} \approx 10^{-6} \Omega^{-1}$$

$h_{re} V_2$ prende tensione V_2 e la moltiplica per h_{re} e la riporta alla rete 1, $h_{fe} i_1$ prende corrente i_1 , moltiplica per h_{fe} , e la invia all'uscita

forward, da porta 1 a porta 2

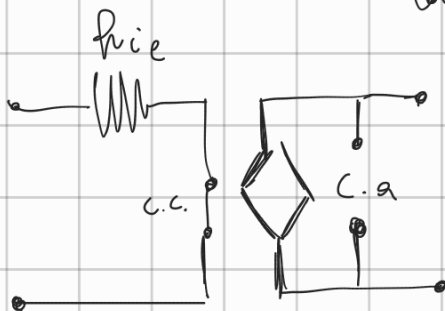
$$[h_{fe}] \text{ no dim} \quad h_{fe} \approx 100$$

Veri Data 1000 Ω ,

V = voltage (accoppiato)
 i = output

Proviamo ad approssimare

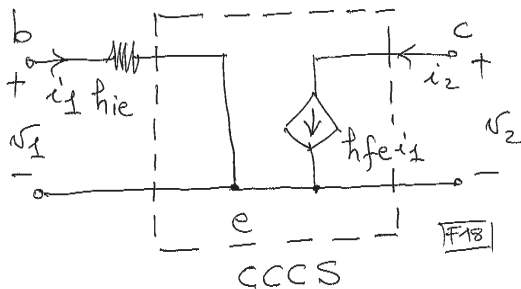
$h_{re} \approx 10^{-5}$, $h_{re} V_2$ circa 0, diventa un cortocircuito
la stessa



h_{oe} piccolissima, ci pensa pochissimo corrente, è come un circuito aperto

BJT, amplificatore di corrente, amplifica i_1 e la manda su collettore e emettitore

BJT, generatore di corrente, controllato in corrente



- le relazioni costitutive del modello semplificato sono

relaz. costitutive modello semplificato BJT

2 equaz.

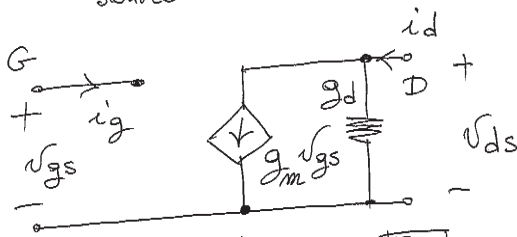
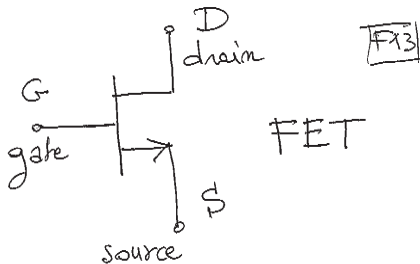
$$\begin{cases} v_1 = h_{ie} i_1 \\ i_2 = h_{fe} i_1 \end{cases} \quad \leftarrow \text{dim. con Kirchhoff al 2° nodo}$$

- dato che $h_{fe} \gg 1$ il BJT è fondamentalmente un amplificatore della corrente di base (i_1 uguale corrente di base)

- circuito equivalente per piccoli segnali di un FET (field effect transistor); sostanzialmente, a parte la conduttanza di drain g_d , e' un VCCS; le relazioni costitutive sono

$$i_g = 0$$

$$i_d = g_m v_{gs} + g_d v_{ds}$$

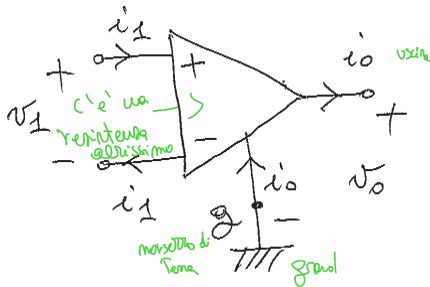


Amplificatore operazionale (ao) ideale

è un quadrupolo

funzionamento
lineare

(non lineare ed
elettromotrice)



- E' una rete due porte senza memoria che soddisfa alle relazioni costitutive

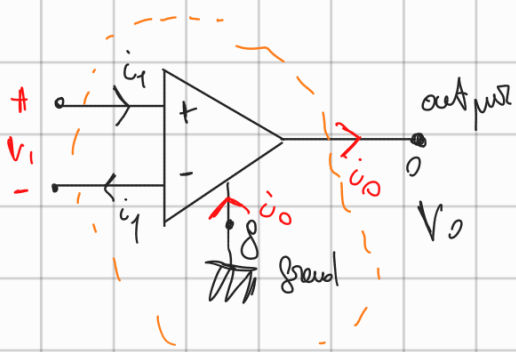
nessuna corol. per l'uscita

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ i_1 = 0 \end{cases}$$

v_1 diff. ai morsetti $e = 0$

i_0 positiva se uscente, può dunque convert.

- quindi la differenza di potenziale fra morsetto + e - dell'ao e' prevedibile nulla; inoltre la corrente assorbita dal morsetto + e dal morsetto - dell'ao e' nulla



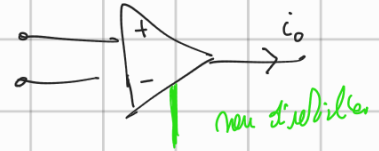
rete a due porte senza uscite

$$\begin{cases} r_i = 0 \\ i_1 = 0 \end{cases}$$

no dip da i due morsetti

relaz. solo sulle porte 1

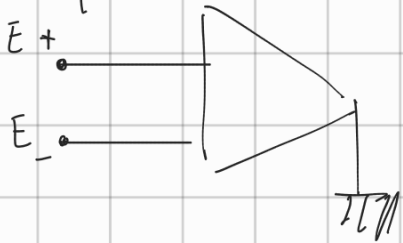
i_o, V_o , no legami a priori
devo inserirlo nel circuito
di solito diretto



operaz. orga consente, lo prende dal
morsetto che va a terra (?)

V_o = tensione d'uscita
dall'oper. rispetto a
terra

Se prendiamo i morsetti:



$$E^+ = E^-$$

hanno lo stesso potenziale

a priori non possiamo dire niente di i_o e V_o

una volta messo qualcosa nel circuito, troviamo
univocamente i_o, V_o

i_o viene presa in uscita dal morsetto di ground

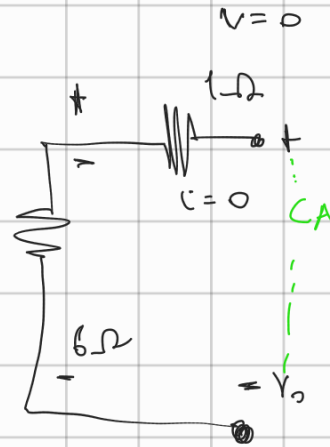
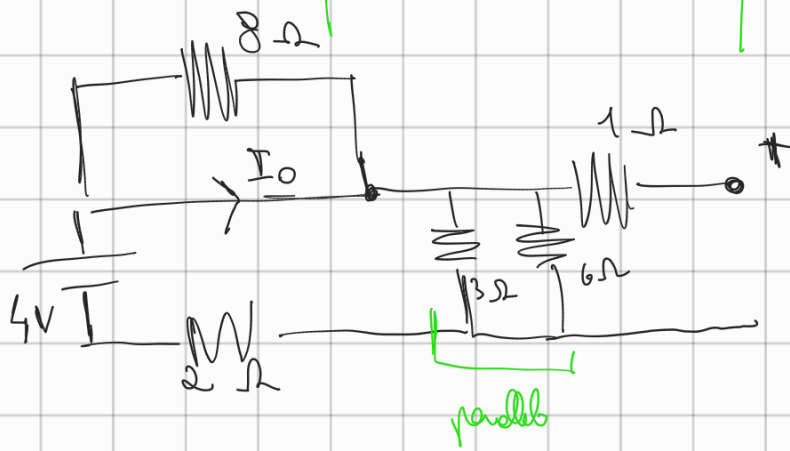
uso DIFOLO un po' "strano"

- la tensione v_0 e la corrente i_0 alla porta 2 possono assumere qualunque valore e non sono fra di loro vincolate; quindi

$$i_0 \forall; \quad v_0 \forall$$

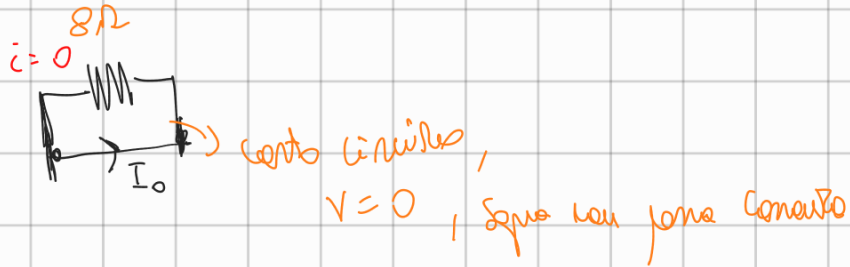
- v_0 e i_0 possono essere determinate solo quando conosciamo il circuito dove viene usato l'ao
- e' un modello idealizzato di un ao reale; il modello e' ben approssimato se l'ao funziona in bassa frequenza (banda audio) e il funzionamento dell'ao e' di tipo lineare (non in saturazione); ulteriori dettagli a elettronica
- notare che uno dei morsetti della porta 2 (g) e' collegato al nodo di terra (ground); inoltre abbiamo usato la convenzione dei generatori per la porta 2

Esercizio prima delle prova



no corrente
dalla
resistenza

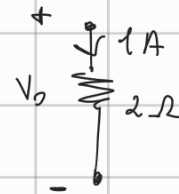
Posso eliminare
la resistenza
1Ω



$$I_0 = \frac{4}{4}$$

$$I_0 = 1 \text{ Ampere}$$

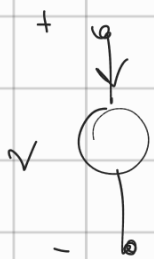
$$V_0 = 2 \text{ volt}$$



=> Partizione di tensione

da Les. 5

Dipolo nullatore



nullatore, ha 2 velos. cost
 $\begin{cases} v=0 \\ i=0 \end{cases}$

$\leftarrow$ ingresso passivo

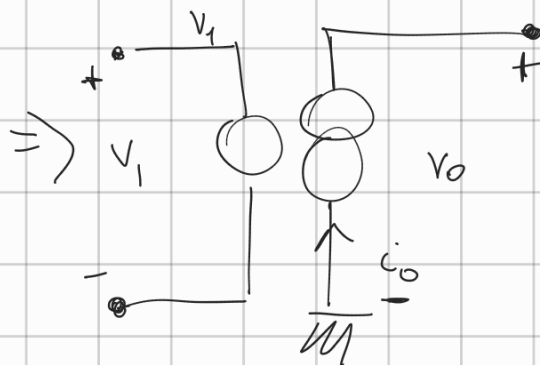
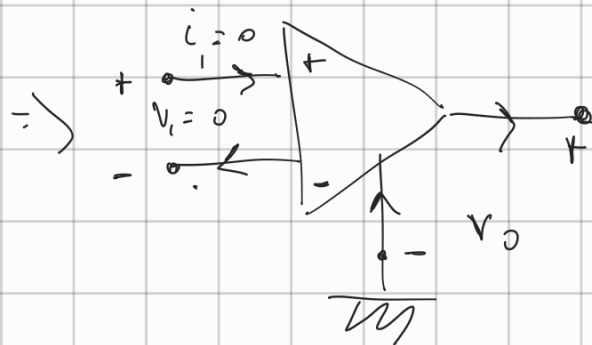
Dipolo noratore



$\forall v, i \forall$
 noratore

nullatore + noratore = nullone

Presi in copia, modello
 l'amplific. passivo

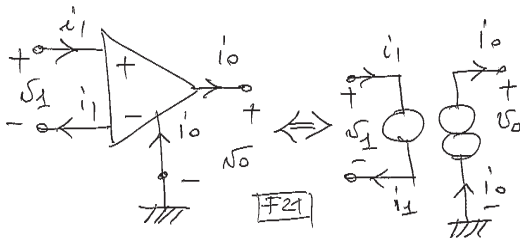


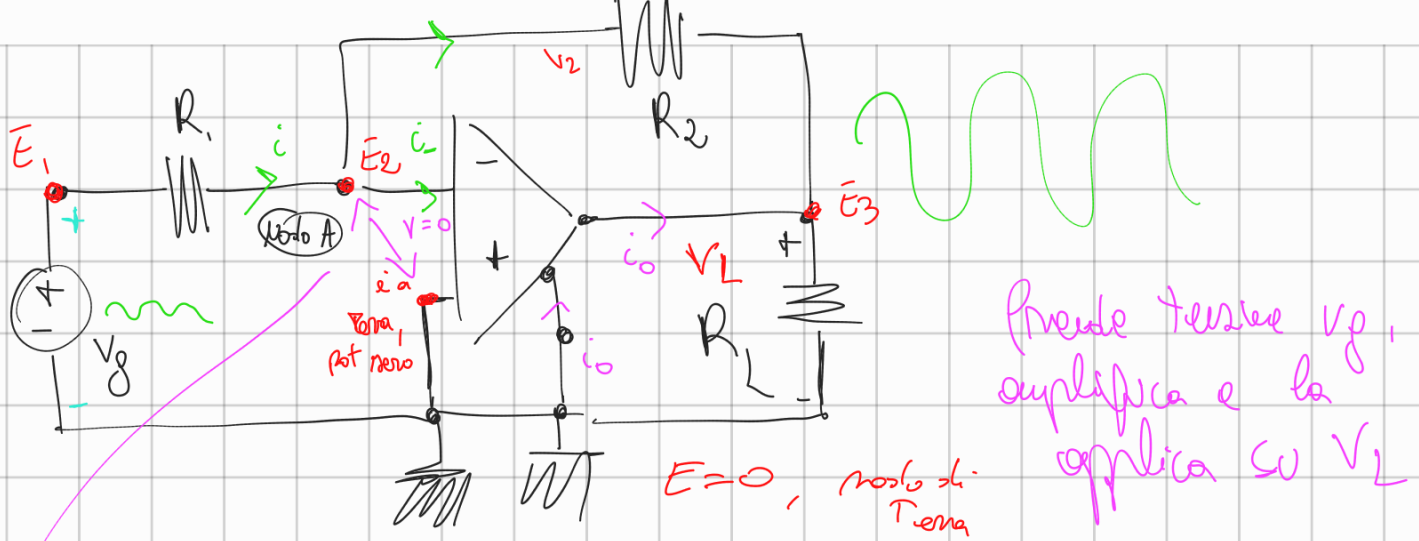
Risolviamo un circuito con un a.o., metodo dei nodi
 in forma semplificata

- introduciamo il bipolo *nullatore* che soddisfa a $v = 0, i = 0$ e il bipolo *noratore* che soddisfa a $v \forall$ e $i \forall$



- rappresentazione di ao con *nullore*; un ao ideale e' equivalente alla coppia nullatore e noratore (detta nullore), dove un morsetto del noratore e' collegato a terra





?? amplificatore di tensione $A_v = \frac{v_L}{v_g}$

Metodo nodi semplificato con \$q_0\$

① individuare i nodi

$$E_1 = v_g$$

$$E_2 = 0$$

$$E_3 = v_L$$

per come funziona opera, tra i 2 se c'è diff di pot, c'è una corrente virtuale

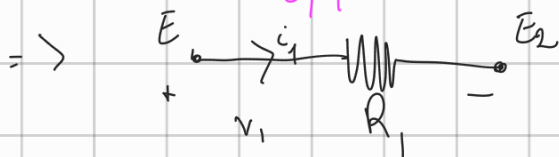
escludo il nodo \$E_1\$, escludo nodi di uscita

SCRIVO \$K_1\$ al nodo \$E_2\$

KI nodo A, modo sempre corrente, a caso, posso anche calcol

$$i_1 = i_2 + i_{-} = i_2$$

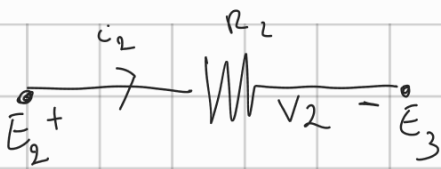
\$q_1\$ operaz.



$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{E_1 - E_2}{R_1}$$

$$\frac{v_g - 0}{R_1}$$

$$\frac{v_g}{R_1}$$



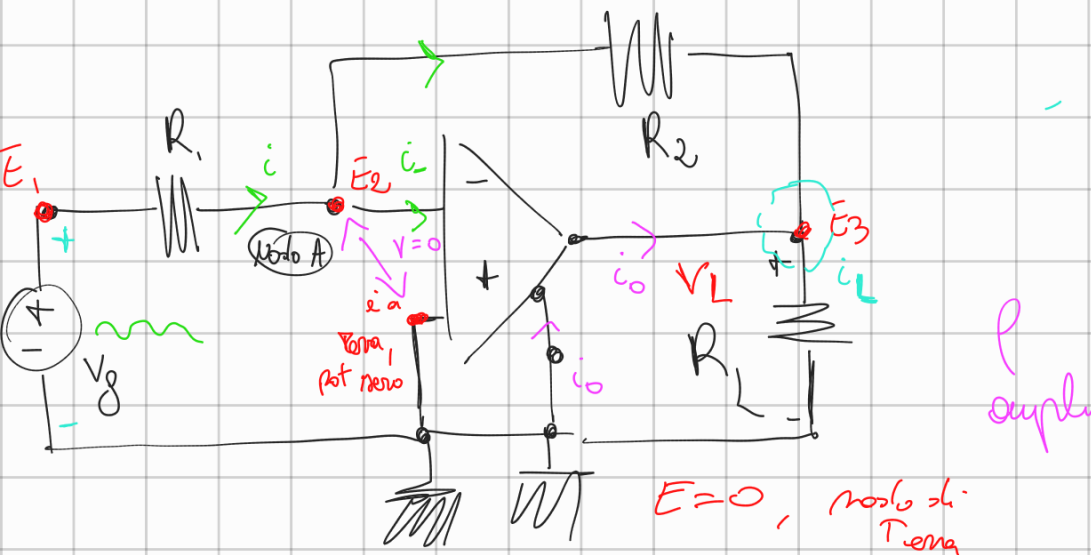
$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{0 - V_2}{R_2} =$$

$$A_v = \frac{V_L}{V_g} = \frac{-R_2}{R_1} \quad \text{amplificatore invertente}$$

Amplificazione dipende solo da $\frac{R_2}{R_1}$

12.44 per Recap

• Voglio trovare anche i_0 (sono 2 problemi disaccoppiati)



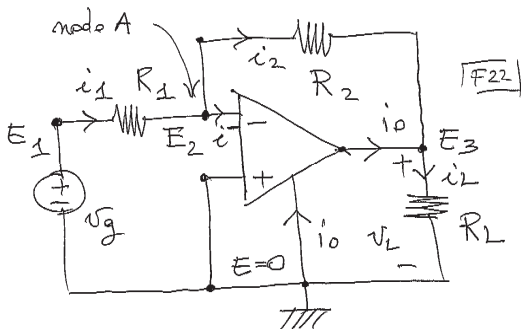
$$i_0 + i_2 = i_L$$

$$i_0 + \frac{0 - V_L}{R_2} = \frac{V_L}{R_L}$$

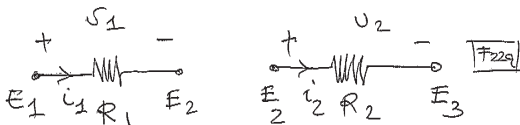
$$i_0 = V_L \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L} \right) \Rightarrow i_0 = -V_g \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L} \right)$$

Trovo prima le tensioni e poi le correnti

Amplificatore invertente con ao



- usiamo il metodo dei nodi per analizzare il circuito con ao e per determinare l'amplificazione di tensione $A_v = v_L/v_g$; vi sono tre nodi E_1, E_2, E_3 oltre al nodo di terra $E = 0$; si ha $E_1 = v_g$ e $E_3 = v_L$; inoltre $E_2 = 0$ dato che morsetto $+$ e $-$ dell'ao sono allo stesso potenziale e il morsetto $-$ dell'ao e' collegato a terra ($E = 0$); l'unica incognita e' quindi E_3 che coincide con v_L



- scrivendo una KI al nodo A dell'ao ottengo

$$i_1 = i_2 + i^- = i_2$$

dato che $i^- = 0$ per l'ao. Inoltre

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{E_1 - E_2}{R_1} = \frac{v_g}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_2}{R_2} = \frac{E_2 - E_3}{R_2} = \frac{0 - v_L}{R_2} = -\frac{v_L}{R_2}$$

Sostituendo ottengo

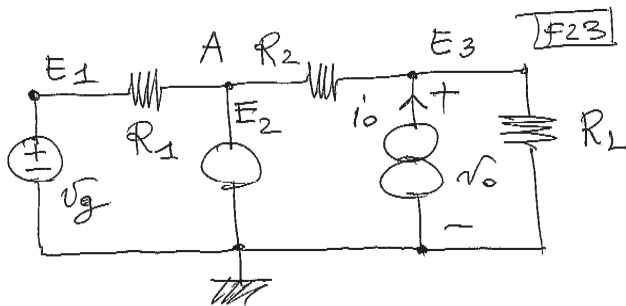
$$A_v = \frac{v_L}{v_g} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- A_v non dipende da R_L ; e' un amplificatore invertente per $R_2 > R_1$

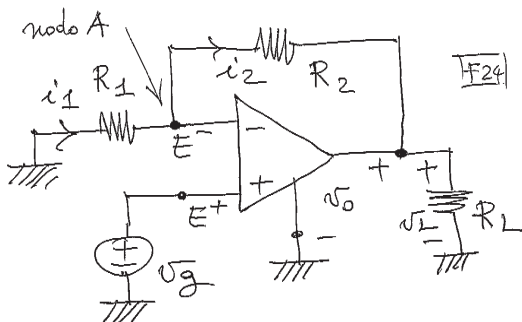
- per determinare le tensioni dei nodi e A_v e' stata sufficiente una KI al morsetto – dell'ao
- se volessi la corrente i_0 erogata dall'ao, devo scrivere una KI al morsetto di uscita dell'ao

$$i_0 = -i_2 + i_L = \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_2}{R_L} = -v_g \frac{R_2}{R_L} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L} \right)$$

- soluzione usando il modello con nullore; notare che il nodo A e' tenuto a potenziale 0 dal nullore ($E_2 = 0$); il nullore crea quindi in A una *massa virtuale* (tale nodo e' a potenziale di terra anche se non e' fisicamente collegato a terra); provare per esercizio a analizzare il circuito e trovare A_v usando il modello dell'ao con nullatore e noratore



Amplificatore non invertente con ao



- usiamo anche adesso metodo dei nodi per determinare $A_v = v_L/v_g$; si ha $E^- = E^+ = v_g$; $v_o = v_L$. Inoltre da KI al nodo A otteniamo $i_1 = i_2$ ($i^- = 0$) e quindi

$$i_1 = \frac{0 - v_g}{R_1} = i_2 = \frac{v_g - v_L}{R_2}$$

da cui

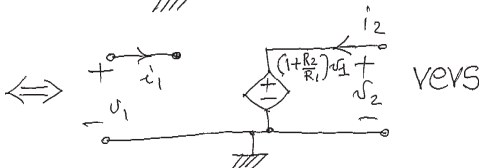
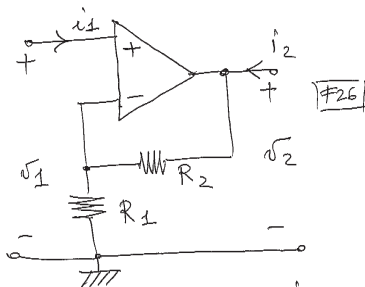
$$A_v = \frac{v_L}{v_g} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- se isoliamo l'ao e disegniamo la seguente rete due porte, vediamo che le sue relazioni costitutive sono

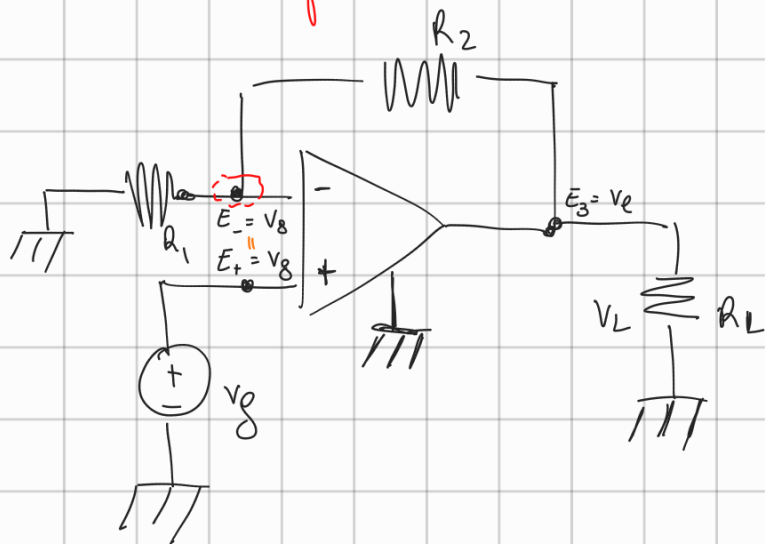
$$i_1 = 0$$

$$v_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_1$$

quindi la rete implementa un VCVS con $k = 1 + R_2/R_1$



altro esempio

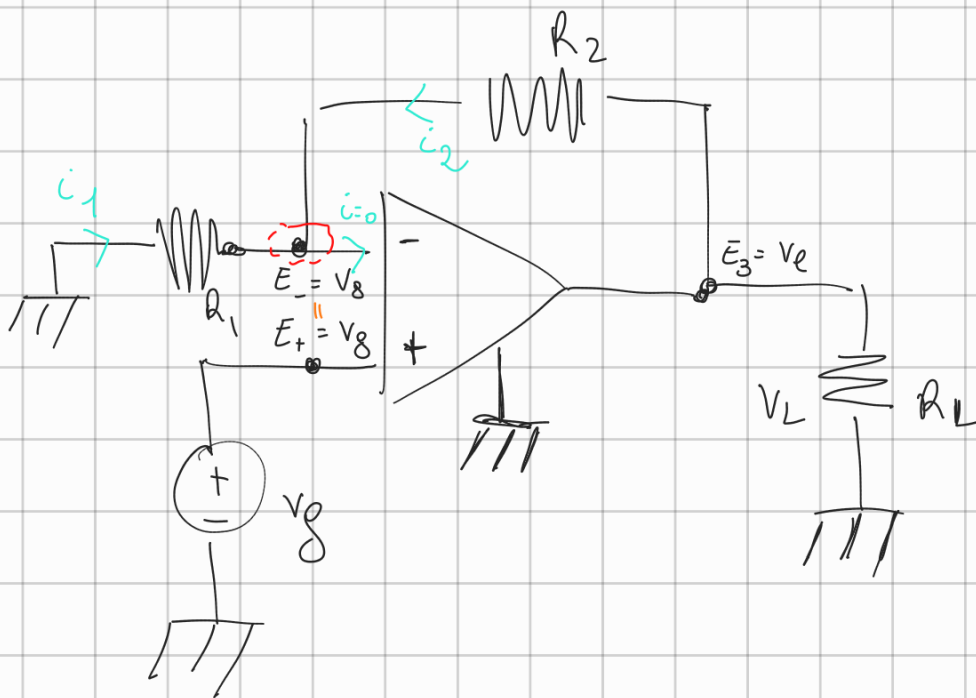


$$? A_V = \frac{V_L}{V_g} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

amplif. non invertente

1^a sola incognita, $V_L \Rightarrow$ Scrivo K1 al nodo opertuno

Scrivo Kirchhoff nodo E_- Pseudo cort.



K1 nodo $i_1 + i_2 = 0$

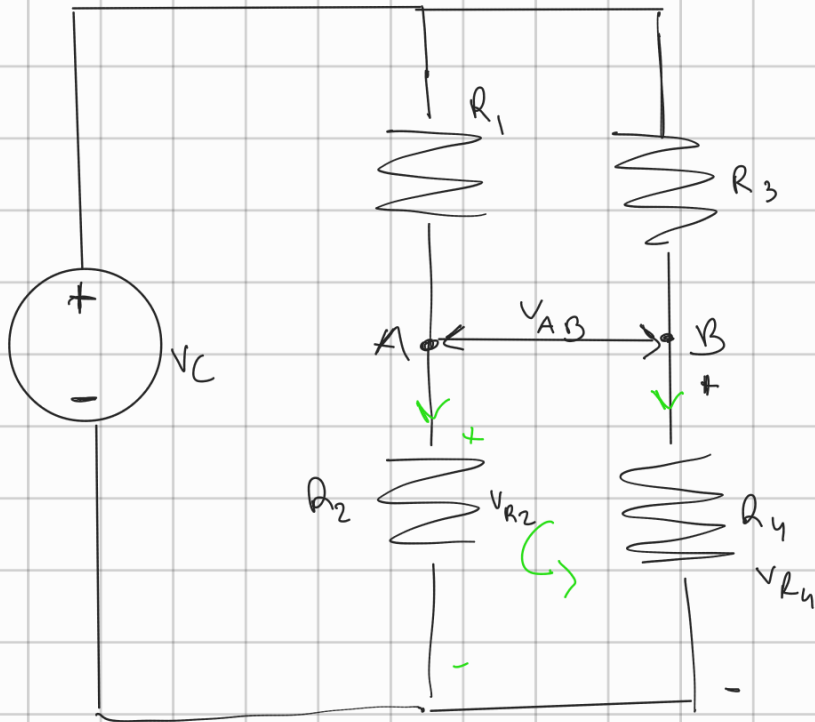
$$\begin{aligned} & \text{Circuit diagram of a resistor } R_1 \text{ with voltage } V_g \text{ across it.} \\ & = \frac{0 - V_g}{R_1} + \frac{V_L - V_g}{R_2} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{V_L}{R_2} = V_g \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



Se uno volesse la costante i_0
 K1 al modo E3 $\Rightarrow$. . .

Esercizi Random



$$K_V: V_{R1} - V_{R4} - V_{AB} = 0$$

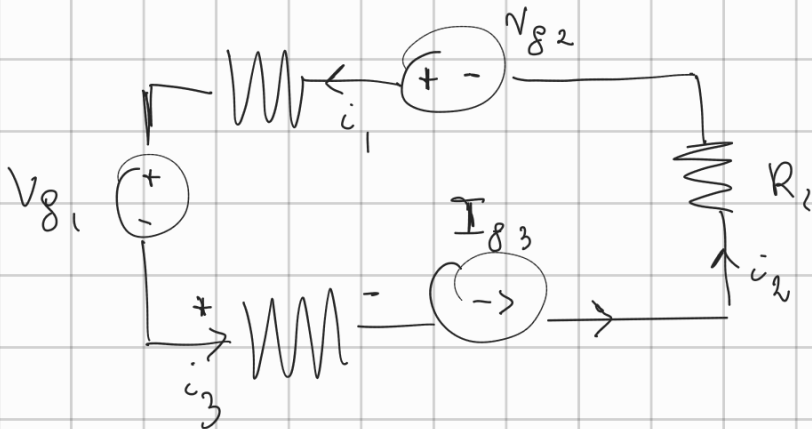
$$V_{AB} = V_{R2} - V_{R1}$$

$$V_{R2} = V_G \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{4}{6} = 8V$$

$$V_{R4} = V_G \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 12 \cdot \frac{3}{6} = 6V$$

e poi Beh

Esercizio n. 12



una maglia sola, una
 corrente, che impieghiamo I_{G3}

$$i_1 + i_2 + i_3 = I_{G3} = 2A$$

conversione dei generatori

$$V_{R1} = i_1 \cdot R_1 = 8V$$

Potenza erogata dai generatori

$$V_{R2} = i_2 \cdot R_2 = 4V$$

$$V_{R3} = i_3 \cdot R_3 = 6V$$



$$P_{en.1} = -6 \cdot 2 = -12 \text{ W}$$

$$P_{en.2} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ W}$$

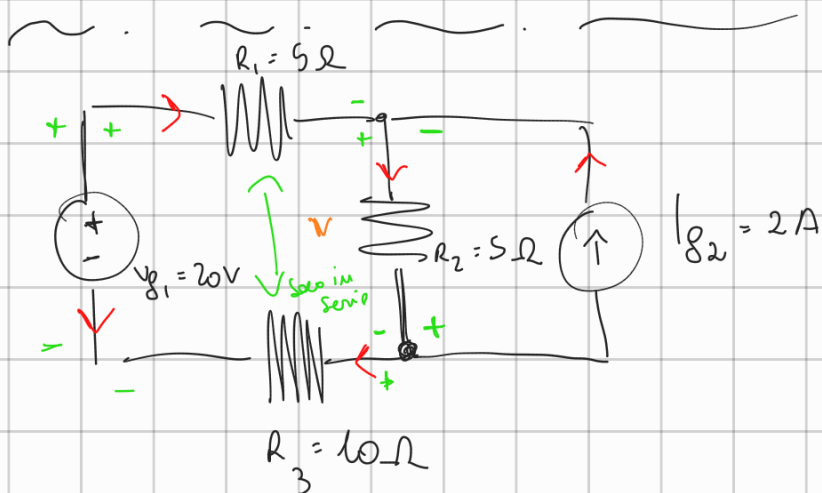
Per P_{ig} , una sola maglia kV

$$kV = -V_{g3} + R_2 i_2 - V_{g2} + R_1 \cdot i_1 + V_{g1} + R_3 i_3 = 0$$

$$-V_{g3} + 4 \cdot 12 + 8 + 6 + 6 = 0 \quad V_{g3} = 12 \text{ V}$$

$$P_{ig} = 24 \text{ W}$$

la potenza erogata era
quella del generatore
del partitore di tensione
e per questo come tutto a caso



conv. utilizzabili

non posso trasformare

$$V = \frac{\frac{20}{15} + 2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{15}} = \frac{4}{\frac{4}{15}} = 15 \text{ V}$$

$$-v_{g_1} + 15i_x + v = 0 \quad \text{KV}$$

$$-30 + 15i_x + 15 = 0 \Rightarrow i_x = 1 \text{ A}$$

$$P_{G_1} = 30i_x = 30 \text{ W}$$

$$P_{G_2} = v \cdot I_{82} = 30 \text{ W}$$