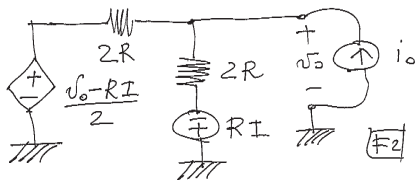
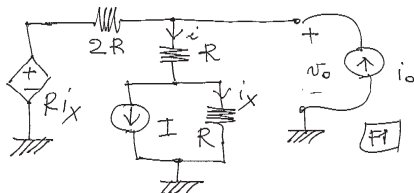


SOLUZIONI Compito Elettrotecnica del 16 luglio 2020

• Esercizio 1.

- Alimentiamo il bipolo con un generatore di corrente i_0 . Si ha $i = I + i_x$ e $v_0 = Ri + Ri_x$ da cui $i_x = \frac{v_0 - RI}{2R}$



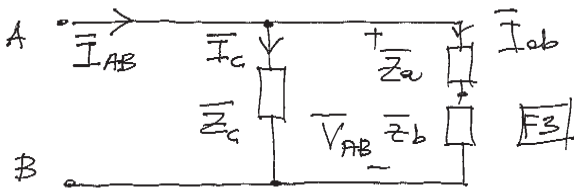
- trasformiamo e applichiamo il Teorema di Millmann ottenendo

$$v_0 = \frac{\frac{v_0 - RI}{4R} - \frac{RI}{2R} + i_0}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}}$$

- sviluppando i conti si ha $v_0 = -RI + \frac{4}{3}Ri_0$ da cui

$$v_{eq} = -RI; \quad R_{eq} = \frac{4}{3}R.$$

Esercizio 2.



Si ha $P_a = A_a \cos \varphi_a = 1600 \text{ W}$ e $Q_a = A_a \sin \varphi_a = 1200 \text{ VAR}$.

Inoltre $I_a = I_b = I_{ab} = 2000/100 = 20 \text{ Aeff}$. Quindi

$A_b = 100 \times 20 = 2000 \text{ VA}$. Otteniamo $P_b = V I_{b,attiva} = 1000 \text{ W}$ e

$$Q_b = \sqrt{A_b^2 - P_b^2} = 1732 \text{ VAR}$$

• inoltre $P_{ab} = 2600 \text{ W}$, $Q_{ab} = 2932 \text{ VAR}$, $A_{AB} = V_{AB} I_{ab} = 3920 \text{ VA}$, da cui $V_{ab} = 196 \text{ Veff}$

• **NOTA BENE:** E' un errore grave sommare i valori efficaci, cioè scrivere $V_{AB} = V_a + V_b = 200 \text{ !!!}$

- a questo punto $I_C = V_{AB}/196 = 9.8 \text{ Aeff}$ e quindi
 $A_C = 196 \times 9.8 = 1920 \text{ VA}$, $P_C = A_C \times 0.6 = 1152 \text{ W}$ e
 $Q_C = A_C \times 0.8 = 1536 \text{ VAR}$. Infine

$$P_{AB} = 3752 \text{ W} : Q_{AB} = 4468 \text{ VAR}$$

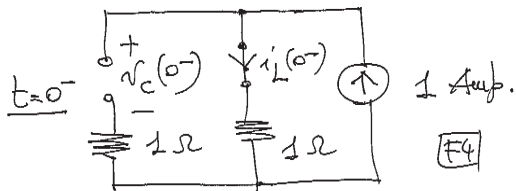
e

$$C = \frac{4468 - 3752 \times 0.329}{314 \times 196^2} = 268 \mu\text{F}$$

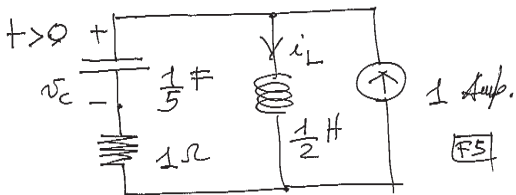
- si ha $I_{AB, \text{prima}} = A_{AB}/V_{AB} = 5834/196 = 29.8 \text{ Aeff}$; inoltre
 $I_{AB, \text{dopo}} = P_{AB}/(V_{AB} \cos \varphi_{\text{corr}}) = 20.15 \text{ Aeff}$. Quindi $\Delta I_{AB} = 9.64 \text{ Aeff}$.

• **Esercizio 3.**

- Lo stato a $t = 0^-$ si trova tramite il circuito in figura; si ha $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 1$ A, $v_C(0^-) = v_C(0^+) = 1$ V (essendo il circuito non denerere)



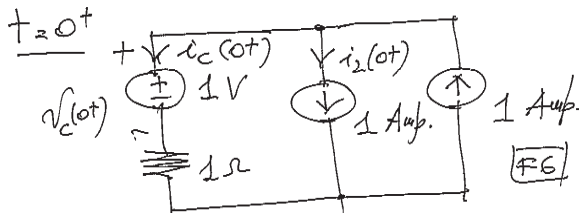
- per $t > 0$ ottengo il circuito in figura; si tratta in evoluzione libera di un RLC serie con $R_s = 1 < R_c = 2\sqrt{L/C} = 2\sqrt{5/2}$ e quindi di tipo sottosmorzato



- si ha $\alpha = R_s/2L = 1 \text{ rad/sec}$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = \sqrt{10} \text{ rad/sec}$,
 $\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 3 \text{ rad/sec}$ e quindi le radici caratteristiche sono
 date da $s_{1,2} = -1 \pm j3 \text{ rad/sec}$
- possiamo scrivere $C = TC + \text{regime stazionario}$, quindi

$$v_C(t) = k_1 e^{-t} \cos(3t) + k_2 e^{-t} \sin(3t) + v_C(\infty), \quad t \geq 0$$

- e' facile verificare che $v_C(\infty) = 0$; si ha $v_C(0^+) = 1 \text{ V}$; inoltre,
 dal circuito che segue (istantanea a $t = 0^+$) otteniamo $i_C(0^+) = 0$
 A e quindi $dv_C(0^+)/dt = 0 \text{ V/sec}$;



- dobbiamo allora risolvere il problema di Cauchy

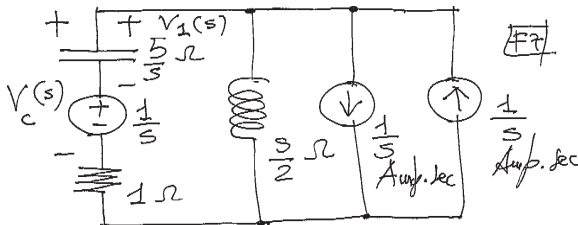
$$v_C(t) = k_1 e^{-t} \cos(3t) + k_2 e^{-t} \sin(3t) + v_C(\infty), \quad t \geq 0$$

con condizioni iniziali $v_C(0^+) = 1 \text{ V}$ e $\frac{dv_C(0^+)}{dt} = 0 \text{ V/sec}$

- sostituendo, la soluzione e' data da

$$v_C(t) = e^{-t} \cos(3t) + \frac{1}{3} e^{-t} \sin(3t), \quad t \geq 0$$

- il circuito simbolico nel dominio di Laplace e' rappresentato nella figura che segue; attenzione che $V_C(s)$ e' la tensione sulla serie fra impedenza $5/s \text{ Ohm}$ e il generatore $1/s \text{ Vsec}$



- dal teorema di Millmann si ha

$$V_1(s) = -\frac{1}{s} \frac{\frac{5}{s}}{\frac{5}{s} + 1 + \frac{s}{2}} = -\frac{1}{s} \frac{10}{s^2 + 2s + 10}$$

- allora

$$V_c(s) = V_1(s) + \frac{1}{s} = \frac{s+2}{s^2 + 2s + 10}$$

- i poli di $v_c(s)$ sono $s_{1,2} = -1 \pm j3$ e coincidono con le radici caratteristiche dell'equazione omogenea associata; si ha

$$V_c(s) = \frac{s+2}{s^2 + 2s + 10} = \frac{A}{s - (-1 + j3)} + \frac{A^*}{s - (-1 - j3)}$$

- inoltre

$$A = \lim_{s \rightarrow -1 + j3} (s - (-1 + j3)) v_c(s) = \frac{1}{2} - j\frac{1}{6}$$

- antitrasformando si ha

$$v_c(t) = A e^{(-1+j3)t} u(t) + A^* e^{(-1-j3)t} u(t)$$

e sostituendo A otteniamo

$$v_c(t) = [e^{-t} \cos(3t) + \frac{1}{3} e^{-t} \sin(3t)] u(t).$$