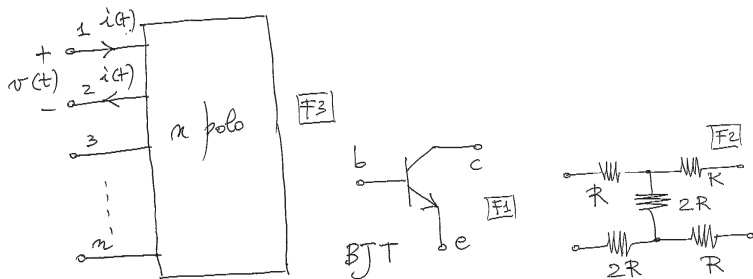
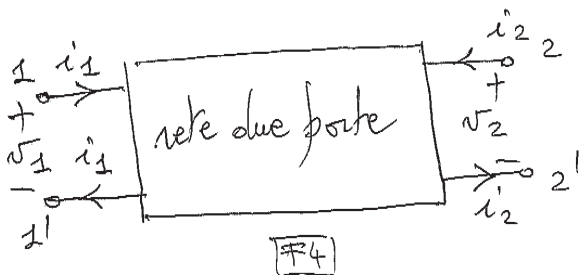


- Definizione di n polo: elemento a n terminali (n poli) con i quali puo' essere collegato ad un circuito esterno



- BJT (bipolar junction transistor) e' un esempio di tripolo; due induttori mutuamente accoppiati sono un esempio di quadripolo; un altro esempio di quadripolo e' la rete di resistori in figura
- Definizione di *porta*: una coppia di morsetti (ad es. 1-2) tale che la corrente che entra in un morsetto e' uguale, istante per istante, a quella che esce dall'altro morsetto
- per una porta possiamo introdurre la corrente $i(t)$ di porta e la tensione di porta $v(t)$ (come se fosse un bipolo)

Definizione di *rete due porte* (*doppio bipolo*): e' un quadripolo tale che una coppia di morsetti (1-1') forma una porta e, di conseguenza, l'altra coppia di morsetti (2-2') forma anch'essa una porta

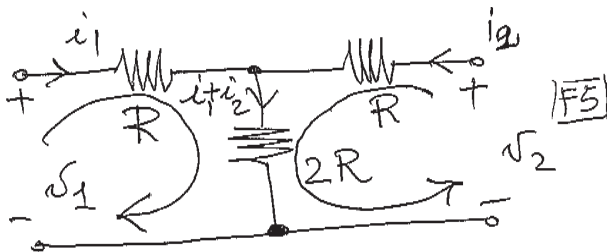


- introduciamo correnti i_1, i_2 di porta e tensioni di porta v_1, v_2 come in figura (sono le 4 grandezze elettriche di porta); notare che v_1 e i_1 (v_2 e i_2) hanno versi coordinati secondo la convenzione degli utilizzatori
- *Relazioni costitutive di una rete due porte: 2 legami indipendenti che la rete stabilisce fra le 4 grandezze di porta v_1, v_2, i_1, i_2*

Esempio. Rete due porte resistiva; da KV alla maglia 1 si ha $v_1 = Ri_1 + 2R(i_1 + i_2)$ e da KV alla maglia 2, $v_2 = Ri_2 + 2R(i_1 + i_2)$. Le relazioni costitutive possono quindi essere scritte nella forma

$$v_1 = 3Ri_1 + 2Ri_2$$

$$v_2 = 2Ri_1 + 3Ri_2$$



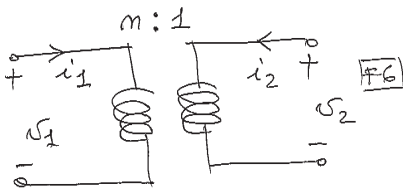
- potenza istantanea assorbita da una rete due porte. E' la somma delle potenze istantanee alla porta 1 e 2, cioe'

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) = v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t) \quad W$$

- da qui possiamo trovare energia elettrica dw assorbita in dt o in un certo intervallo di tempo
- la definizione di rete due porte passiva o attiva e' analoga a quella di un bipolo passivo o attivo (pensarci)

Reti due porte passive

- Trasformatore ideale



- $n = N_1/N_2$ rapporto di trasformazione; N_1 (N_2) numero di spire del primo (secondo) avvolgimento
- modello idealizzato di un trasformatore reale (2 bobine accoppiate magneticamente da nucleo ferromagnetico ad elevata permeabilità relativa μ_r)
- relazioni costitutive

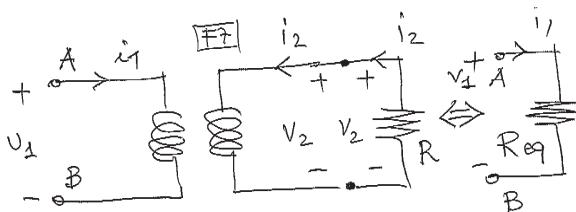
$$\begin{aligned}v_1 &= nv_2 \\ i_1 &= -\frac{1}{n}i_2\end{aligned}$$

- e' una rete due porte senza memoria

- la potenza istantanea assorbita vale

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 = n v_2 \left(-\frac{1}{n} i_2\right) + v_2 i_2 = 0 \quad W$$

- un trasformatore ideale e' quindi passivo; e' inoltre 'trasparente' alla potenza istantanea; e' inerte (non partecipa agli scambi energetici)
- effetto di un trasformatore ideale su un resistore



si ha

$$v_1 = n v_2 = n(-R i_2) = n R (n i_1) = n^2 R i_1 = R_{eq} i_1$$

quindi il bipolo AB dato dal trasformatore chiuso sulla porta 2 su un resistore R trasforma lo stesso resistore in resistore di resistenza $R_{eq} = n^2 R$

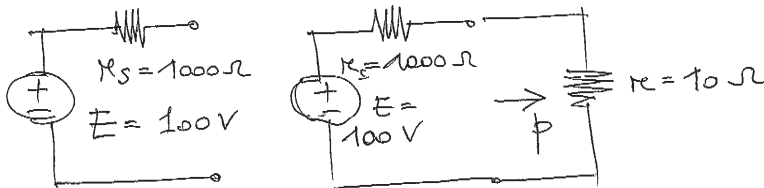
- studiare l'effetto del trasformatore ideale su C e su L

Trasformatore adattatore di resistenza

- Consideriamo il seguente generatore reale di tensione; la potenza massima che può erogare è data da

$$p_{\max} = \frac{E^2}{4r_s} = \frac{100^2}{4 \cdot 1000} = 2.5 \text{ W}$$

- la resistenza di carico che assorbe la massima potenza è
 $r = r_s = 1000 \text{ Ohm}$

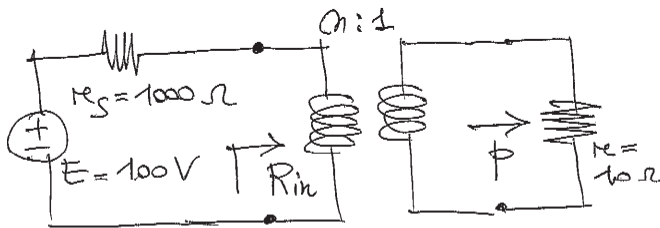


- supponiamo adesso che il generatore alimenti una resistenza $r = 10 \text{ Ohm}$ e quindi $r \ll r_s$; si ha, come ci si aspetta, $p \ll p_{\max}$; infatti $i = 100/1010 \simeq 0.1 \text{ A}$ e quindi

$$p = ri^2 \simeq 10 \cdot 0.1^2 = 0.1 \text{ W}$$

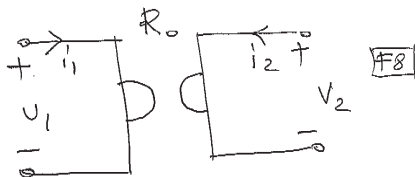
- per ovviare a questo problema posso usare un trasformatore che adatta il livello di resistenza del carico a quello del generatore; l'equazione di progetto e' $R_{in} = n^2 r = r_s$ e quindi

$$n = \sqrt{\frac{r_s}{r}} = 10$$



- il primario del trasformatore assorbe $p_{\max}$ ed essendo il trasformatore trasparente alla potenza istantanea fornisce $p_{\max}$ al carico; il carico r assorbe quindi la massima potenza $p_{\max} = 2.5\text{ W}$; l'inserzione del trasformatore adatta la resistenza di carico a quella del generatore e migliora di un fattore 25 il trasferimento di potenza al carico.

- **Giratore ideale**



- relazioni costitutive

$$v_1 = -R_0 i_2$$

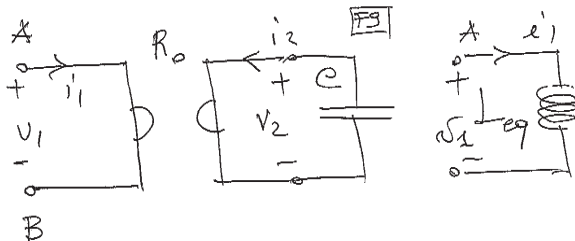
$$v_2 = R_0 i_1$$

- R_0 in Ohm e' detta resistenza di girazione; puo' essere implementato con amplificatori operazionali e resistori
- e' una rete due porte senza memoria
- la potenza istantanea assorbita vale

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 = -R_0 i_2 i_1 + R_0 i_1 i_2 = 0 \quad W$$

- un giratore ideale e' quindi passivo; e' inoltre 'trasparente' alla potenza istantanea; e' inerte (non partecipa agli scambi energetici)

- effetto di un giratore ideale su un condensatore



si ha

$$v_1 = -R_0 i_2 = R_0 C \frac{dv_2}{dt} = R_0^2 C \frac{di_1}{dt} = L_{eq} \frac{di_1}{dt}$$

quindi il giratore trasforma il condensatore ideale C in un induttore ideale di induttanza

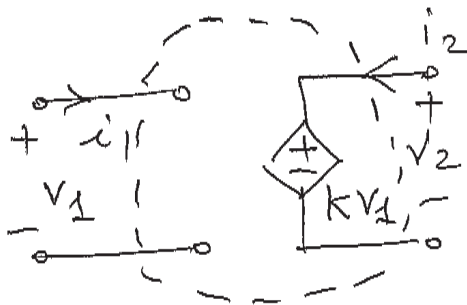
$$L_{eq} = R_0^2 C$$

- e' detto 'induttore sintetico'
- studiare l'effetto del giratore ideale su L e su R

Reti due porte attive

- **Generatori controllati (dipendenti, pilotati)**
- Intuitivamente: si tratta di generatori di tensione (o corrente) dove la tensione (corrente) impressa non e' una funzione nota a priori ma dipende dalla tensione o dalla corrente in un altro elemento del circuito
- sono 4 tipi diversi di generatori; si tratta in ogni caso di reti due porte senza memoria e attive

- Generatore di tensione controllato in tensione;
voltage-controlled voltage-source VCVS



VCVS

$\boxed{F10}$

- relazioni costitutive

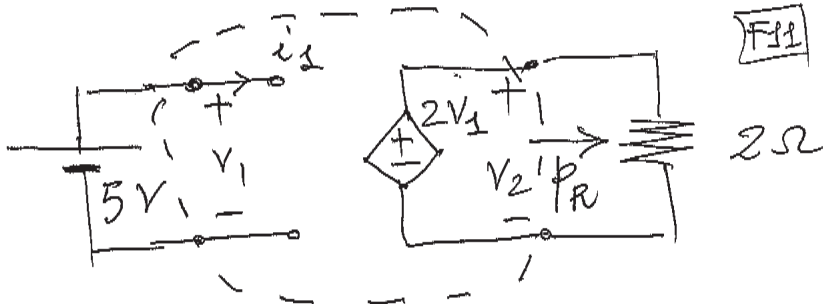
$$i_1 = 0$$

$$v_2 = kv_1$$

- v_1 e' la grandezza di controllo; v_2 e' la grandezza controllata; k (senza dimensioni) e' detto parametro di controllo

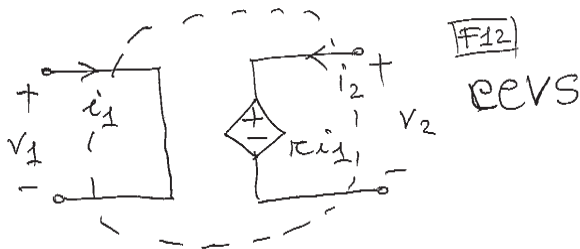
- il generatore sulla porta 2 imprime una tensione kv_1 che dipende dalla tensione v_1 sulla porta 1; la scatolina tratteggiata rappresenta simbolicamente un dispositivo che preleva la tensione v_1 fra due opportuni morsetti del circuito (voltmetro ideale), la moltiplica per k e la applica alla porta 2 in un altro punto del circuito; non viene di solito rappresentato in modo esplicito il dispositivo che effettua questa operazione di accoppiamento fra due punti diversi del circuito
- e' una rete due porte senza memoria

- e' attiva; consideriamo infatti il seguente esperimento



- la potenza elettrica alla porta 1, cioè $p_1 = v_1 i_1 = 0 \text{ W}$ dato che $i_1 = 0$; si ha $v_2 = 2v_1 = 10 \text{ V}$; la scatolina (VCVS) eroga alla batteria una potenza elettrica $p_R = v_2^2 / 2 = 50 \text{ W}$
- nel dispositivo VCVS vi e' una sorgente interna di energia (batteria, alimentatore) che non viene esplicitamente rappresentata; per come funziona fisicamente un VCVS preleva energia dalla sorgente interna ed e' capace di fornirla al resistore funzionando da rete due porte attiva

Generatore di tensione controllato in corrente; current-controlled voltage-source CCVS



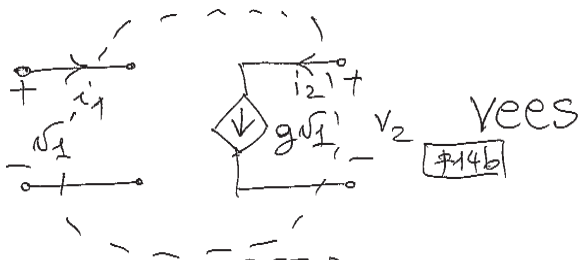
- relazioni costitutive

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = r i_1$$

- i_1 e' la grandezza di controllo; v_2 e' la grandezza controllata; r (dimensioni di Ohm) e' detto parametro di controllo (trans-resistenza); sulla porta 1 vi e' un amperometro ideale che misura la corrente i_1

Generatore di corrente controllato in tensione; voltage-controlled current-source VCCS



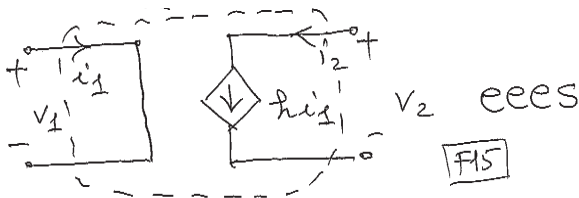
- relazioni costitutive

$$i_1 = 0$$

$$i_2 = g v_1$$

- v_1 e' la grandezza di controllo; i_2 e' la grandezza controllata; g (dimensioni di Ohm^{-1}) e' detto parametro di controllo (trans-conduttanza)

Generatore di corrente controllato in corrente; current-controlled current-source CCCS



- relazioni costitutive

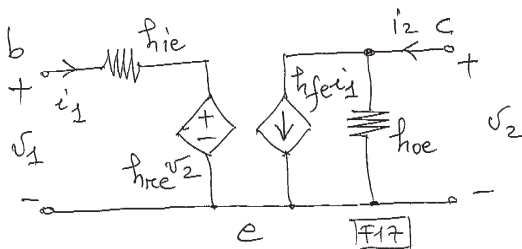
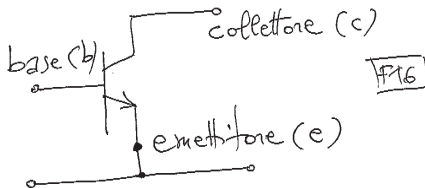
$$v_1 = 0$$

$$i_2 = h i_1$$

- i_1 e' la grandezza di controllo; i_2 e' la grandezza controllata; h (senza dimensioni) e' detto parametro di controllo
- si tratta in ogni caso di reti due porte senza memoria e di tipo attivo

Uso di generatori controllati per modellare dispositivi elettronici

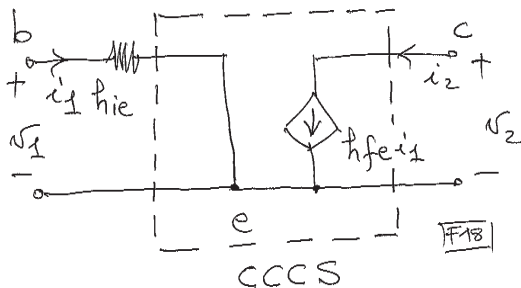
- Bipolar junction transistor (BJT)
- e' un tripolo con tre morsetti: base (b), emettitore (e) e collettore (c); nella configurazione a emettitore comune lo posso rappresentare come rete due porte



- un modello che possiamo usare e' quello per piccoli segnali a parametri ibridi a emettitore comune; fa uso di una resistenza h_{ie} , una conduttanza h_{oe} , un CCCS con parametro di controllo h_{fe} e un VCVS con parametro di controllo h_{re}
- questi parametri dipendono dal punto di funzionamento del BJT (corso elettronica); alcuni valori tipici

$$h_{ie} = 1000 \, \Omega; h_{oe} = 10^{-6} \, \Omega^{-1}; h_{fe} = 100; h_{re} = 10^{-5}$$

- modello semplificato; si assume per semplificare l'analisi $h_{re} = 0$ ed inoltre $h_{oe} = 0$; il BJT diventa quindi (a parte il resistore h_{ie}) un CCCS con parametro di controllo h_{fe}



- le relazioni costitutive del modello semplificato sono

$$v_1 = h_{ie} i_1$$

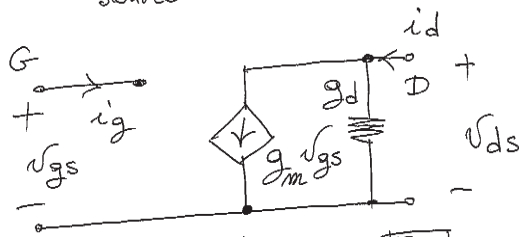
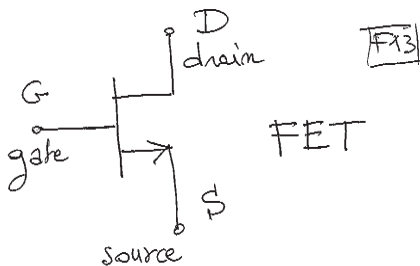
$$i_2 = h_{fe} i_1$$

- dato che $h_{fe} \gg 1$ il BJT e' fondamentalmente un amplificatore della corrente di base (i_1 uguale corrente di base)

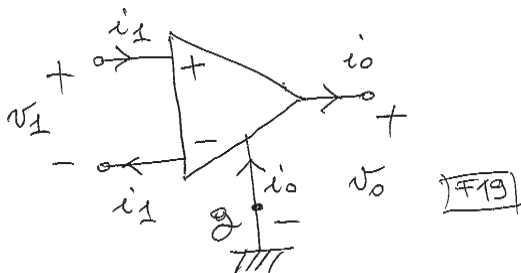
- circuito equivalente per piccoli segnali di un FET (field effect transistor); sostanzialmente, a parte la conduttanza di drain g_d , e' un VCCS; le relazioni costitutive sono

$$i_g = 0$$

$$i_d = g_m v_{gs} + g_d v_{ds}$$



Amplificatore operazionale (ao) ideale



- E' una rete due porte senza memoria che soddisfa alle relazioni costitutive

$$v_1 = 0$$

$$i_1 = 0$$

- quindi la differenza di potenziale fra morsetto + e - dell'ao e' nulla; inoltre la corrente assorbita dal morsetto + e dal morsetto - dell'ao e' nulla

- la tensione v_0 e la corrente i_0 alla porta 2 possono assumere qualunque valore e non sono fra di loro vincolate; quindi

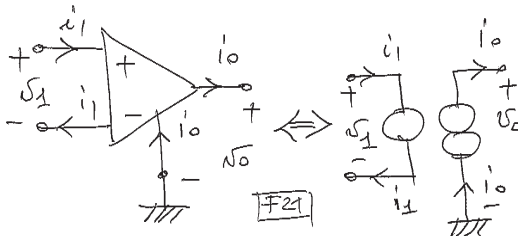
$$i_0 \forall; \quad v_0 \forall$$

- v_0 e i_0 possono essere determinate solo quando conosciamo il circuito dove viene usato l'ao
- e' un modello idealizzato di un ao reale; il modello e' ben approssimato se l'ao funziona in bassa frequenza (banda audio) e il funzionamento dell'ao e' di tipo lineare (non in saturazione); ulteriori dettagli a elettronica
- notare che uno dei morsetti della porta 2 (g) e' collegato al nodo di terra (ground); inoltre abbiamo usato la convenzione dei generatori per la porta 2

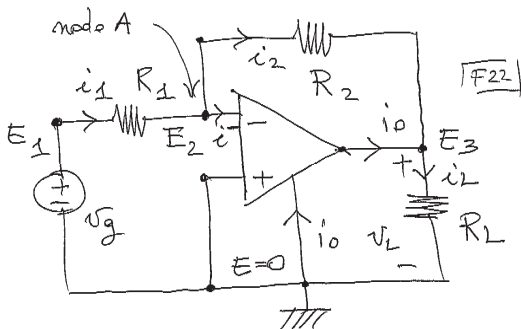
- introduciamo il bipolo *nullatore* che soddisfa a $v = 0, i = 0$ e il bipolo *noratore* che soddisfa a $v \forall$ e $i \forall$



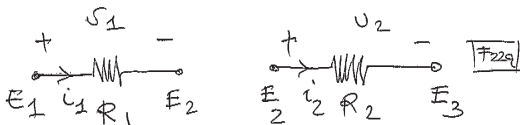
- rappresentazione di ao con *nullore*; un ao ideale e' equivalente alla coppia nullatore e noratore (detta nullore), dove un morsetto del noratore e' collegato a terra



Amplificatore invertente con ao



- usiamo il metodo dei nodi per analizzare il circuito con ao e per determinare l'amplificazione di tensione $A_v = v_L/v_g$; vi sono tre nodi E_1, E_2, E_3 oltre al nodo di terra $E = 0$; si ha $E_1 = v_g$ e $E_3 = v_L$; inoltre $E_2 = 0$ dato che morsetto $+$ e $-$ dell'ao sono allo stesso potenziale e il morsetto $-$ dell'ao e' collegato a terra ($E = 0$); l'unica incognita e' quindi E_3 che coincide con v_L



- scrivendo una KI al nodo A dell'ao ottengo

$$i_1 = i_2 + i^- = i_2$$

dato che $i^- = 0$ per l'ao. Inoltre

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{E_1 - E_2}{R_1} = \frac{v_g}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_2}{R_2} = \frac{E_2 - E_3}{R_2} = \frac{0 - v_L}{R_2} = -\frac{v_L}{R_2}$$

Sostituendo ottengo

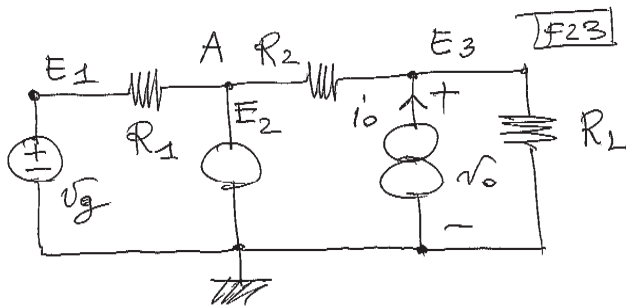
$$A_v = \frac{v_L}{v_g} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- A_v non dipende da R_L ; e' un amplificatore invertente per $R_2 > R_1$

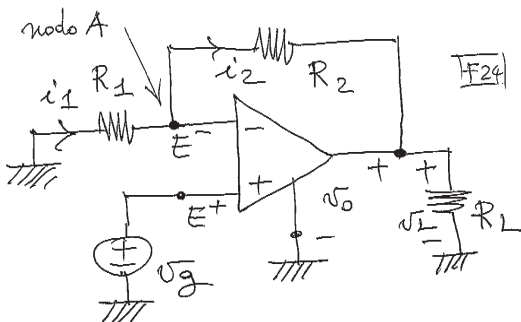
- per determinare le tensioni dei nodi e A_v e' stata sufficiente una KI al morsetto – dell'ao
- se volessi la corrente i_0 erogata dall'ao, devo scrivere una KI al morsetto di uscita dell'ao

$$i_0 = -i_2 + i_L = \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_2}{R_L} = -v_g \frac{R_2}{R_L} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L} \right)$$

- soluzione usando il modello con nullore; notare che il nodo A e' tenuto a potenziale 0 dal nullore ($E_2 = 0$); il nullore crea quindi in A una *massa virtuale* (tale nodo e' a potenziale di terra anche se non e' fisicamente collegato a terra); provare per esercizio a analizzare il circuito e trovare A_v usando il modello dell'ao con nullatore e noratore



Amplificatore non invertente con ao



- usiamo anche adesso metodo dei nodi per determinare $A_v = v_L/v_g$; si ha $E^- = E^+ = v_g$; $v_o = v_L$. Inoltre da KI al nodo A otteniamo $i_1 = i_2$ ($i^- = 0$) e quindi

$$i_1 = \frac{0 - v_g}{R_1} = i_2 = \frac{v_g - v_L}{R_2}$$

da cui

$$A_v = \frac{v_L}{v_g} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- se isoliamo l'ao e disegniamo la seguente rete due porte, vediamo che le sue relazioni costitutive sono

$$i_1 = 0$$

$$v_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_1$$

quindi la rete implementa un VCVS con $k = 1 + R_2/R_1$

