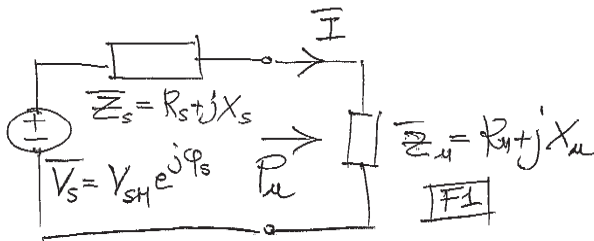


Massimo trasferimento di potenza attiva

Mauro Forti

April 9, 2020

Consideriamo la situazione dove un generatore reale di tensione con impedenza interna $\bar{\mathbf{Z}}_s = R_s + jX_s$ alimenta un carico di impedenza $\bar{\mathbf{Z}}_u = R_u + jX_u$



• *Teorema del massimo trasferimento di potenza attiva.* Il carico che assorbe la massima potenza attiva e'

$$\bar{\mathbf{Z}}_u = \bar{\mathbf{Z}}_s^*$$

quindi

$$R_u = R_s; \quad X_u = -X_s$$

la massima potenza attiva e' una caratteristica del generatore, detta potenza disponibile, che vale

$$P_{\max} = P_d = \frac{V_{SM}^2}{8R_s} = \frac{V_S^2}{4R_s} \quad W$$

- il carico ottenuto e' detto anche carico adattato per il massimo assorbimento di potenza attiva
- il teorema vale purché $R_s > 0$
- cenno alla dimostrazione: si ha

$$P_u = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\bar{\mathbf{Z}}_u] I_M^2 = \frac{1}{2} R_u I_M^2 = \frac{1}{2} R_u \frac{V_{SM}^2}{(R_u + R_s)^2 + (X_u + X_s)^2}$$

- determiniamo i punti critici della funzione

$$F(R_u, X_u) = \frac{(R_u + R_s)^2 + (X_u + X_s)^2}{R_u}$$

- si ha

$$\frac{\partial F}{\partial X_u} = 0 \Leftrightarrow X_u = -X_s$$

per tale valore di X_u

$$\frac{\partial F}{\partial R_u} = \frac{2(R_u + R_s)R_u - (R_u + R_s)^2}{R_u^2} - \frac{(X_u + X_s)^2}{R_u^2} = \frac{R_u^2 - R_s^2}{R_u^2} = 0$$

• la soluzione accettabile per avere un minimo e' $X_u = -X_s$ e $R_u = R_s$; corrispondentemente si ha

$$P_{\max} = \frac{1}{2}R_s \frac{V_{SM}^2}{(R_s + R_s)^2} = \frac{V_{SM}^2}{8R_s}.$$

- *Rendimento nella trasmissione di potenza attiva*: e' definito come

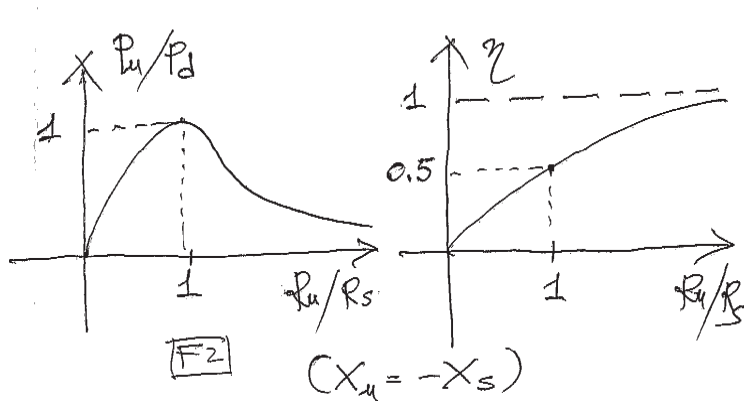
$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_s} = \frac{\frac{1}{2} R_u I_M^2}{\frac{1}{2} (R_u + R_s) I_M^2} = \frac{R_u}{R_u + R_s}$$

- in condizioni di massimo trasferimento di potenza attiva si ha quindi

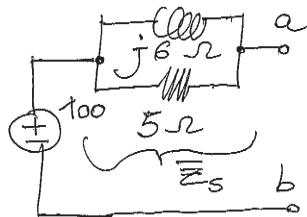
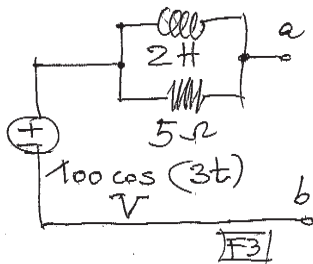
$$\eta = 50 \% \quad !!!$$

- il massimo trasferimento di potenza attiva e' importante nei sistemi di trasmissione di segnali, dove il rendimento e' bassissimo (qui interessa solo che la potenza sul ricevitore sia massima); nei sistemi di trasmissione dell'energia si lavora invece in condizioni di massimo rendimento e cioe' per $R_u \gg R_s$

- le curve in figura rappresentano l'andamento di P_u/P_d e di η in funzione di R_u/R_s quando $X_u = -X_s$.



Esempio. Determinare la potenza disponibile del generatore reale in figura



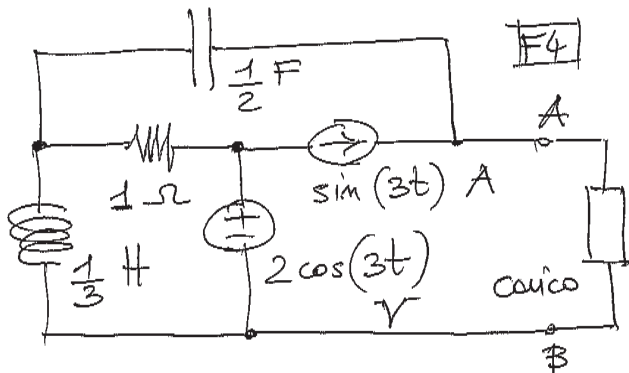
- si ha

$$\bar{Z}_s = R_s + jX_s = 5 \parallel j6 = \frac{180 + j150}{61} \text{ Ohm}$$

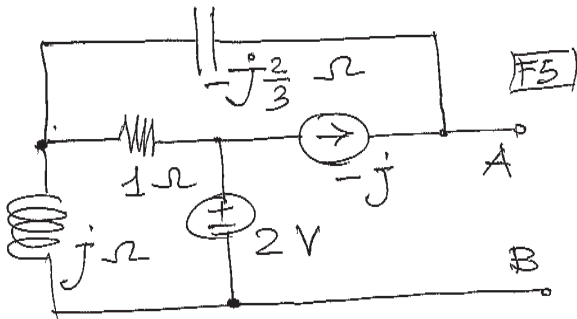
quindi

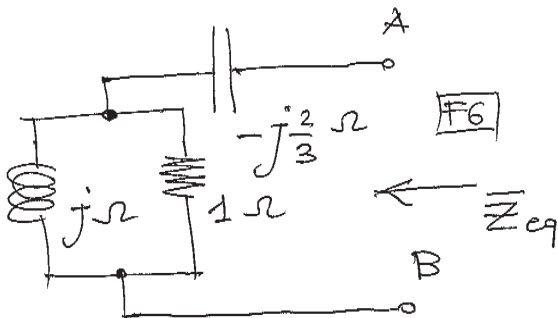
$$P_d = \frac{V_{SM}^2}{8R_s} = \frac{100^2}{8 \times \frac{180}{61}} \simeq 424 \text{ W.}$$

Esempio. Determinare il carico che assorbe la massima potenza attiva e valutare tale potenza massima



- consideriamo il circuito simbolico e determiniamo l'equivalente di Thevenin del bipolo AB che alimenta il carico



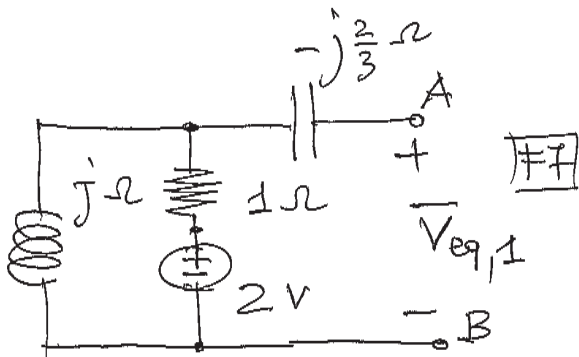


• si ha

$$\bar{Z}_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = -j\frac{2}{3} + 1 \parallel j = \frac{1}{2} - j\frac{1}{6} \text{ Ohm}$$

quindi il carico adattato e'

$$\bar{Z}_u = \bar{Z}_{eq}^* = \frac{1}{2} + j\frac{1}{6} \text{ Ohm}$$



- per determinare la tensione equivalente usiamo il pse; si ha

$$\bar{V}_{eq,1} = \frac{2j}{1+j} = 1+j \text{ V}$$

