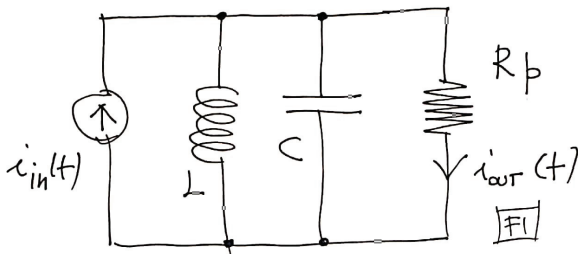


Circuiti risonanti

April 4, 2021

- Circuito risonante parallelo



- punto di vista ingresso uscita. Ingresso

$$i_{in}(t) = I_{in,M}(\omega) \cos(\omega t + \varphi_{in}(\omega)) = 1 \cdot \cos(\omega t)$$

uscita

$$i_{out}(t) = I_{out,M}(\omega) \cos(\omega t + \varphi_{out}(\omega))$$

- sperimentalmente faccio variare ω molto lentamente e trovo risposta in ampiezza

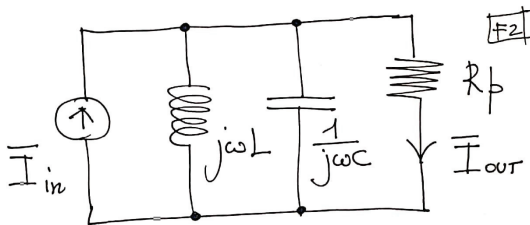
$$I_{\text{out},M}(\omega)$$

e risposta in fase

$$\varphi_{\text{out}}(\omega)$$

- tali andamenti in funzione di ω forniscono la risposta in frequenza del circuito

- nel dominio dei fasori consideriamo il circuito



e definiamo

$$H(\omega) = \frac{\bar{I}_{out}}{\bar{I}_{in}} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

- si ha

$$\bar{I}_{out} = \bar{I}_{in}H(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

e quindi

$$i_{out}(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

da cui si nota che $I_{out}(\omega) = A(\omega)$ e quindi $A(\omega)$ e' la risposta in ampiezza; inoltre $\varphi_{out}(\omega) = \varphi(\omega)$, quindi $\varphi(\omega)$ e' la risposta in fase

- nell'attraversare il circuito l'ampiezza della corrente di ingresso viene moltiplicata per $A(\omega)$; inoltre si ha una rotazione di fase pari a $\varphi(\omega)$
- si ha

$$\bar{I}_{\text{out}} = \frac{\frac{1}{R_p}}{\frac{1}{R_p} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{1}{1 + j\omega R_p C - j\frac{R_p}{\omega L}}$$

- definiamo il fattore di qualita' del circuito risonante parallelo

$$Q = \omega_0 C R_p = \frac{R_p}{\omega_0 L}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

con ω_0 in rad/sec pulsazione di risonanza

- otteniamo

$$\bar{I}_{\text{out}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0} \omega_0 C R_p - j\frac{\omega_0}{\omega} \frac{R_p}{\omega_0 L}}$$

- infine

$$\frac{\bar{I}_{\text{out}}}{\bar{I}_{\text{out}}} = H(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{1}{1 + jQ_p \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

con

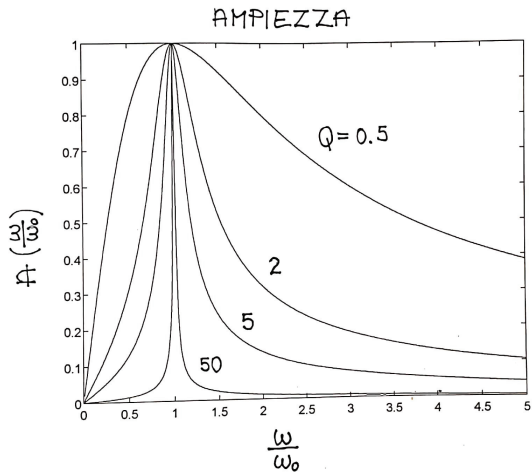
$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_p^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

e

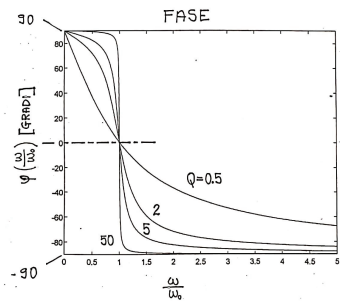
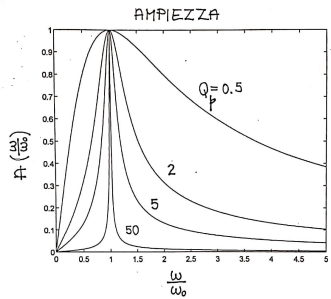
$$\varphi(\omega) = -\arctan \left[Q_p \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

- seguono andamenti della risposta in ampiezza e risposta in fase

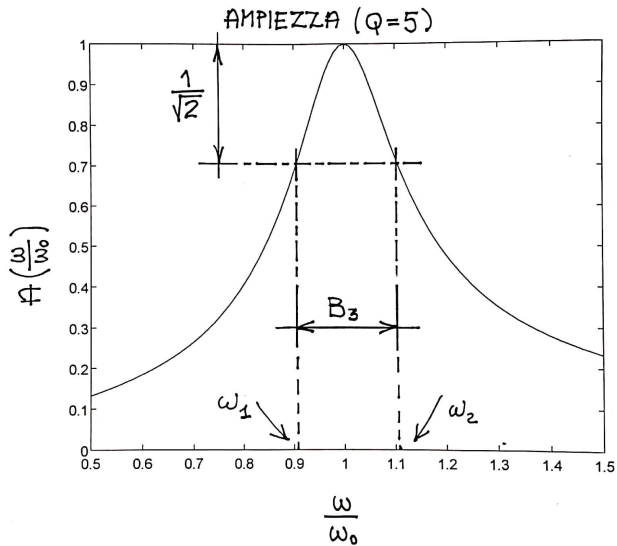
— RISONANZA —



-RISONANZA-



- si tratta di un filtro passa banda la cui selettività' cresce se cresce Q_p



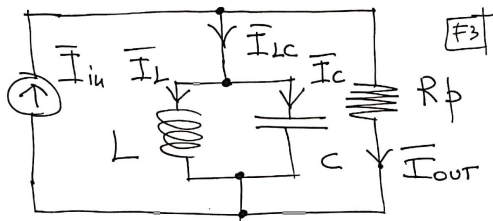
- banda passante a -3 dB: $B_3 = \omega_2 - \omega_1$: per $Q \gg 1$ si ha

$$B_3 \simeq \frac{\omega_0}{Q_p}$$

- deriva dal fatto che $\omega_1 \simeq \omega_0(1 - 1/(2Q_p))$ e
 $\omega_2 \simeq \omega_0(1 + 1/(2Q_p))$

- **il fattore di qualita' Q_p e' quindi un indice della selettivita' del filtro**

- comportamento alla pulsazione di risonanza



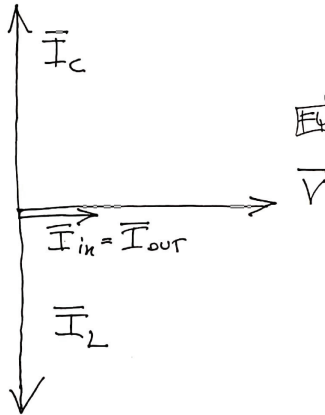
- si ha $H(\omega_0) = 1$, cioè $A(\omega_0) = 1$ e $\varphi(\omega_0) = 0$, quindi $\bar{I}_{out} = \bar{I}_{in}$
- a $\omega = \omega_0$, L e C si bilanciano: sono nel complesso un circuito aperto dato che $\bar{Y}_{LC} = j\omega_0 C - j/(\omega_0 L) = 0$, quindi $\bar{I}_{LC} = 0$
- ciò nonostante, le correnti $\bar{I}_L$ e $\bar{I}_C$ non sono nulle; anzi, se Q_p è elevato, si ha una circolazione di corrente di intensità elevata nella maglia $L - C$
- in effetti si ha $\bar{I}_C = \bar{V}j\omega_0 C = R_p j\omega_0 C$, quindi

$$\bar{I}_C = jQ_p \bar{I}_{in}$$

analogamente

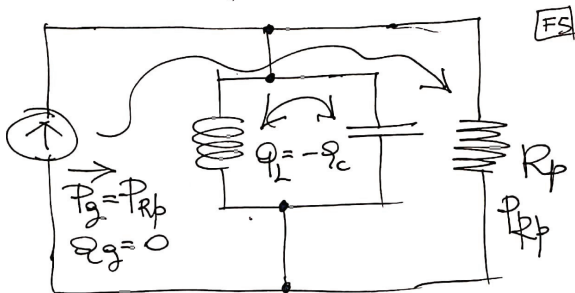
$$\bar{I}_L = -jQ_p \bar{I}_{in}$$

- il diagramma fasoriale alla risonanza e' riportato nella figura che segue



- alla pulsazione di risonanza la corrente in L e in C e' Q_p volte la corrente di ingresso

- Bilancio energetico alla risonanza



- Per $\omega = \omega_0$ si ha $Q_L = -Q_C$ per cui il generatore eroga solo la potenza attiva assorbita da R_p
- si puo' dimostrare che per $\omega = \omega_0$ si ha

$$Q_p = \omega_0 \frac{E_C^{\text{media}} + E_L^{\text{media}}}{P_{R_p}}$$

dove le medie sono calcolate su un periodo $T_0 = 2\pi/\omega_0$.

