

Rifasamento di carichi industriali

Mauro Forti

April 18, 2020

- La potenza attiva fornita ad un carico vale

$$P = VI \cos \varphi_z = VI \cos(\varphi_v - \varphi_i) \quad W$$

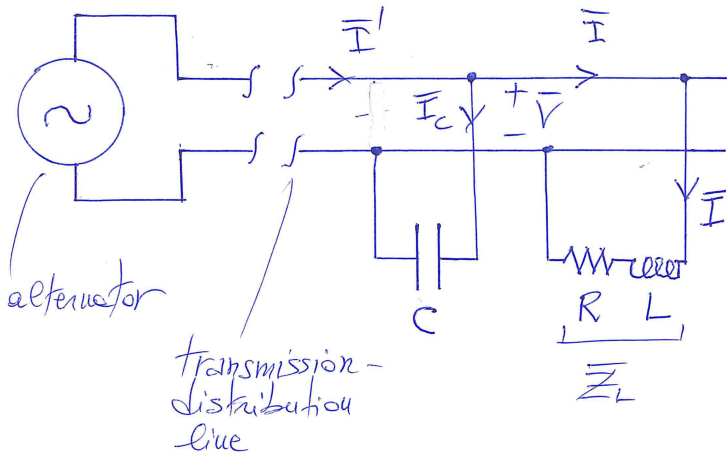
- supponiamo che sia una linea fase-neutro che trasporta potenza al carico; in questo caso la tensione V e' fissa. Si nota che, a parita' di corrente I , e cioe' a parita' di potenza apparente $A = VI$, la potenza attiva dipende in modo sostanziale da

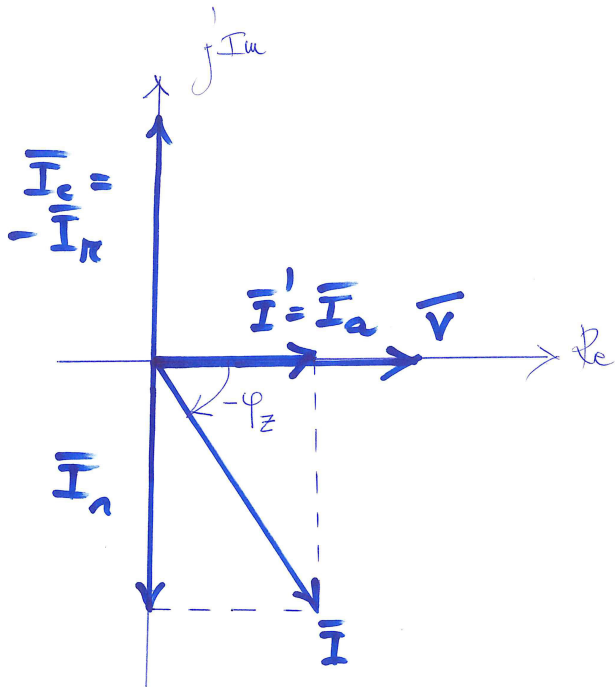
$$\cos \varphi_z = \cos(\varphi_v - \varphi_i)$$

che e' chiamato *fattore di potenza* (fp) del carico e che assume valori $\text{fp} \in [0, 1]$ per un carico passivo

- si dice che il fattore di potenza e' in ritardo se la corrente e' in ritardo rispetto alla tensione e cioe' il carico e' di tipo ohmico-induttivo; si dice che il fattore di potenza e' in anticipo se la corrente e' in anticipo sulla tensione e cioe' il carico e' di tipo ohmico-capacitivo

- la rete elettrica e' concepita e progettata per trasportare potenza attiva ai carichi; ci sono pero' degli utilizzatori (tipicamente i motori) che necessitano di potenza reattiva per funzionare correttamente. I motori hanno un fattore di potenza in ritardo e determinano una diminuzione del fattore di potenza di una linea; cio' comporta una serie di problemi pratici che discuteremo
- quando il fattore di potenza e' troppo basso (diciamo < 0.5), e' conveniente migliorarlo con l'inserzione di carichi capacitivi (sappiamo che si comportano da sorgenti di potenza reattiva, come discusso in precedenza)
- discutiamo meglio quanto detto; consideriamo lo schema in figura dove un alternatore eroga potenza a un motore (un carico ohmico induttivo) con impedenza $\bar{Z}_L = Ze^{j\varphi_z}$ per mezzo di una lunga linea di potenza a tensione $\bar{V}$. Il diagramma fasoriale rappresenta $\bar{V}$ (supponiamo $\varphi_v = 0$), la corrente di carico ($\bar{I}$) e la componente attiva ($\bar{I}_a$) e reattiva ($\bar{I}_r$) della corrente $\bar{I}$. Il motore ha un fattore di potenza in ritardo dato da $\cos \varphi_z < 1$





- sappiamo che solo la componente $\bar{I}_a$ **trasporta potenza attiva al carico**. Cio' corrisponde alla potenza che da elettrica viene trasformata in potenza meccanica dal motore. Al contrario, $\bar{I}_r$ non trasporta potenza attiva ed e' invece legata a uno **scambio reversibile di energia a media nulla su un periodo fra alternatore e campo magnetico del motore**; tale scambio coinvolge l'intera linea di distribuzione
- supponiamo di inserire in derivazione, vicino al motore, un condensatore da rifasamento e indichiamo con $\bar{I}_C$ la corrente del condensatore. Sia inoltre $\bar{I}' = \bar{I}_C + \bar{I}$ la corrente di linea a monte del condensatore. Scegliendo C in modo che

$$\bar{I}_C = -\bar{I}_r$$

si ha

$$\bar{I}' = \bar{I}_a$$

- così facendo non cambia la potenza attiva che viene fornita al motore; però, la corrente sulla linea a monte del condensatore è diminuita dato che

$$I' = I_a < I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}$$

- correnti di linea più basse sono ovviamente desiderabili, dato che è possibile usare conduttori di linea di minor sezione per trasportarle; inoltre, se la linea ha una resistenza R_{linea} , il rifasamento garantisce che le perdite si riducano da $R_{\text{linea}} I^2$ a $R_{\text{linea}} (I')^2$
- da un punto di vista fisico, la potenza reattiva necessaria per creare il campo magnetico del motore viene fornita dal condensatore (che sappiamo essere una sorgente di potenza reattiva magnetizzante); l'alternatore e la linea sono invece disimpegnati dal generare e trasportare potenza reattiva; la linea non è più coinvolta dallo scambio reversibile di energia

- il condensatore necessario per il rifasamento puo' essere ottenuto tramite il teorema di Boucherot imponendo

$$Q_C = -\omega CV^2 = -Q_{\text{carico}}$$

e quindi

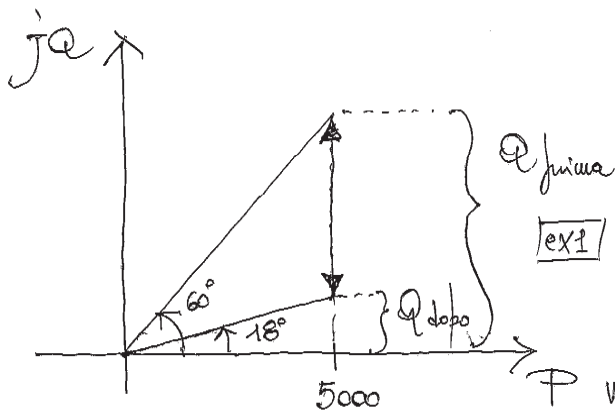
$$C = C_{\text{corr}} = \frac{Q_{\text{carico}}}{\omega V^2} = \frac{P_{\text{carico}} \tan \varphi_z}{\omega V^2} \quad F$$

- cio' corrisponde ad un rifasamento perfetto, dato che con l'inserzione del condensatore il carico dato da motore e condensatore ha un fattore di potenza massimo pari a 1
- in pratica, sono accettabili valori del fattore di potenza leggermente minori di 1, per esempio, $\cos \varphi_{\text{corr}} = 0.95$. In questo caso (rifasamento parziale) il condensatore e' scelto con la formula

$$C = C_{\text{corr}} = \frac{P_{\text{carico}} \tan \varphi_z - P_{\text{carico}} \tan \varphi_{\text{corr}}}{\omega V^2} \quad F.$$

Esempio. Un motore di potenza 5 kW ha un fattore di potenza 0.5 (in ritardo). Inserire un C da rifasamento che elevi il fattore di potenza a 0.95 (in ritardo). Si ha $\omega = 314$ rad/sec e $V = 160$ V efficaci.

- Da un punto di vista delle potenze, la situazione e' rappresentata in figura



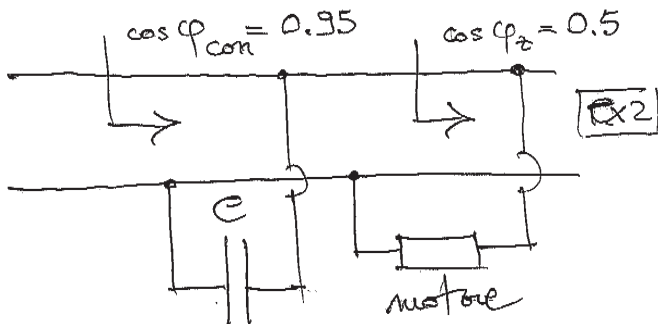
- si ha

$$C = C_{\text{corr}} = \frac{P_{\text{carico}} \tan \varphi_z - P_{\text{carico}} \tan \varphi_{\text{corr}}}{\omega V^2}$$

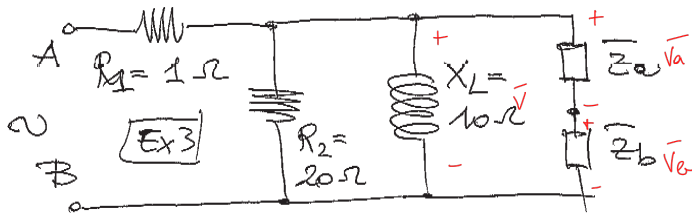
dove $\varphi_z = \arccos(0.5) = 60^\circ$ e $\varphi_{\text{corr}} = \arccos(0.95) = 18^\circ$. Quindi

$$C = \frac{5000(1.732 - 0.329)}{314 \cdot 160^2} = 873 \mu\text{F}$$

- dal punto di vista della linea la situazione e' sintetizzata in figura.



Esempio. Il bipolo AB e' in regime sinusoidale alla frequenza di 50 Hz. L'impedenza $\bar{Z}_a$ assorbe 1500 W con fattore di potenza 0.7 induttivo ed e' soggetta a 100 Veff. L'impedenza $\bar{Z}_b$ ha un fattore di potenza 0.3 capacitivo ed e' soggetta a una tensione di 100 Veff. Determinare potenza attiva, reattiva e fattore di potenza del bipolo AB. Effettuare un rifasamento completo del bipolo.



- Per $\bar{Z}_a$ si ha $A_a = P_a / \cos \varphi_a = 1500 / 0.7 = 2142$ VA, quindi $I_a = I_b = A_a / V_a = 2142 / 100 = 21.42$ Aeff.
- Allora $A_b = I_b V_b = 21.42 \cdot 100 = 2142$ VA e quindi $P_b = A_b \cos \varphi_b = 643$ W, $Q_b = A_b \sin \varphi_b = -2043$ VAR.

$$P = 5042$$

$$P_a = 1500 \text{ W} \quad \cos \varphi_a = 0,7 \text{ induttiva} \quad V_a = 100 \text{ Veff}$$

$$\cos \varphi_b = 0,3 \text{ capacitivo} \quad V_b = 100 \text{ Veff}$$

$$? P_{A,B}, Q_{A,B} \quad \text{RIFASAMENTO COMPLETO A,B}$$

$$P_a = A_a \cdot \cos(\varphi_a) \Rightarrow A_a = \frac{1500}{0,7} = 2142 \text{ V.A.}$$

$$Q_a = P_a \cdot \sin \varphi_a = 1530 \text{ VAR} \Rightarrow \varphi_a = \arccos(0,7) =$$

$$A_a = V_a \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{A_a}{V_a} \Rightarrow I_a = 21,42 \text{ Aeff}$$

$$A_b = I_a \cdot V_b = 2142 \text{ VA}$$

$$P_b = A_b \cdot \cos(\varphi_b) = 2142 \cdot 0,3 = 642 \text{ W}$$

$$Q_b = -A_b \cdot \sin(\varphi_b) = -2043 \text{ VAR} \quad \varphi_b = \arccos(\varphi_b) =$$

↓ capacitivo

• troviamo V in valore eff.

$$P_{a,b} = (P_a + P_b) = 1500 + 642 = 2142 \text{ W} \quad \text{potenza attiva}$$

$$Q_{a,b} = (Q_a + Q_b) = 1530 - 2043 = -513 \text{ VAR}$$

$$A_{a,b} = \sqrt{2142^2 + 513^2} = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 2202 \text{ VA}$$

$$A_{a,b} = V \cdot I_a \Rightarrow V = \frac{2202}{I_a} = \frac{2202}{21,42} = 103 \text{ Veff}$$

perché c'è
uno sbilanciamento
tra loro

Sicuramente non 100V

$$Q_{X_L} = \frac{V^2}{X_L} = \frac{103^2}{10} = 1058 \text{ VAR}$$

$$P_{R_2} = \frac{V^2}{R_2} = \frac{103^2}{20} \approx 530 \text{ W}$$

• Ora solo tutto } (vogliamo P. att. e c. reattiva li)
 $\downarrow$
 Σ

$$P_{2,2} = P_{a,2} + 2142 + 530 = 2672 \text{ W}$$

$$Q_{2,2} = Q_{a,2} + Q_{X_L} = -513 + 1058 = 545 \text{ VAR}$$

$$A_{2,2} = \sqrt{P_{2,2}^2 + Q_{2,2}^2} = 3728 \text{ V.A} = I_{A,B} \cdot V$$

$$\Rightarrow I_{A,B} = \frac{A_{2,2}}{V} = 26,5 \text{ A eff.}$$

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_{A,B}^2 = 1(26,5)^2 = 3375$$

$$P_{A,B} = P_{2,2} + P_{R_1} = 3374 \text{ W}$$

$$Q_{A,B} = Q_{2,2} = 545 \text{ VAR}$$

$$A_{A,B} = \sqrt{P_{A,B}^2 + Q_{A,B}^2} = 3418 \text{ V.A} = V_{AB} \cdot I_{AB}$$

$$\Rightarrow V_{AB} = 128 \text{ V eff.} =$$

Ripassamento Perfeito

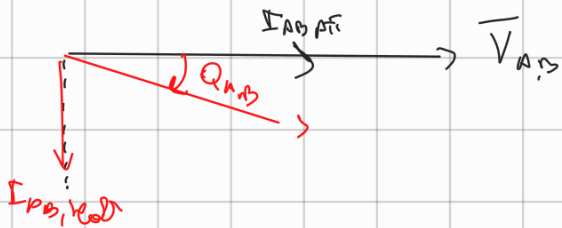
$$C_{\text{corr}} = \frac{P (\tan(\varphi_{a,b}) - \tan(\varphi_{\text{corr}}))}{\omega V_{A,B}^2} = \frac{Q_{A,B}}{\omega V_{A,B}^2} = \frac{545}{214 \cdot 129^2} = 104,9 \text{ F}$$

Se $V_{\text{applicata}}$ avere fase ϕ prima del rifasamento

$$\bar{V}_{A,B} = 129 \text{ V eff}$$

$$\bar{I}_{A,B} = ?$$

$$I_{A,B} = 26,9 \text{ A eff}$$



$$P_{A,B} = V_{A,B} \cdot I_{A,B} \cdot \cos(\varphi_{A,B})$$

componente attiva o reale

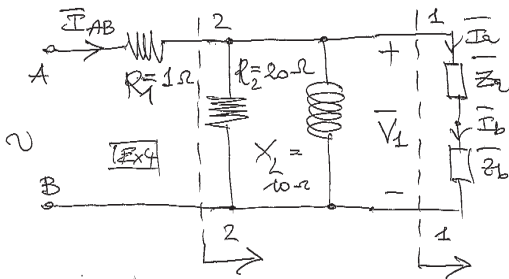
$$= V_{A,B} \cdot I_{A,B, \text{att}}$$

$$I_{A,B, \text{att}} = \frac{3374}{129} = 26,16 \text{ A eff}$$

$$Q_{A,B} = V_{A,B} \cdot I_{A,B, \text{reatt}} \Rightarrow I_{A,B, \text{reatt}} = \frac{545}{129} = 4,22 \text{ A eff}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{A,B} = 26,16 \ominus j 4,22 \text{ A eff}$$

in ritardo



- sezione 11: $P_1 = P_a + P_b = 2143 \text{ W}$; $Q_1 = Q_a + Q_b = -513 \text{ VAR}$, $A_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 2203 \text{ VA}$, e $V_1 = A_1/I_a = 2203/21.42 = 103 \text{ Veff}$.
- Si ha

$$Q_{X_L} = \frac{V_1^2}{X_L} = 1058 \text{ VAR}; P_{R_2} = \frac{V_1^2}{R_2} = 530 \text{ W}$$

- allora $P_2 = 2673 \text{ W}$; $Q_2 = 545 \text{ VAR}$; $A_2 = 2728 = I_{AB} V_1$ da cui

$$I_{AB} = 26.5 \text{ Aeff}$$

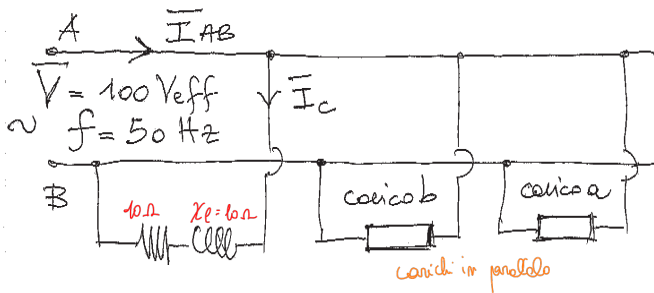
• a questo punto $P_{AB} = 2673 + 26.5^2 = 3374 \text{ W}$; $Q_{AB} = 545 \text{ VAR}$; $A_{AB} = 3418 = V_{AB} \cdot I_{AB}$, quindi $V_{AB} = 129 \text{ Veff}$. Si ottiene

$$\cos \varphi_{AB} = \frac{P_{AB}}{A_{AB}} = 0.987$$

induttivo e

$$C_{\text{corr}} = \frac{Q_{AB}}{\omega V_{AB}^2} = \frac{545}{314 \cdot 129^2} = 104 \text{ } \mu F.$$

Esempio. Il carico a, di potenza apparente pari a 1000 VA, ha un fattore di potenza $\cos(\varphi_a)$ induttivo. Il carico b assorbe una corrente attiva di 5 Aeff e una corrente reattiva induttiva di 5 Aeff. Effettuare un rifasamento che elevi il fattore di potenza del bipolo AB a 0.9 induttivo e valutare la diminuzione di corrente assorbita dal bipolo AB in valore efficace ottenuta con il rifasamento



- si ha $P_a = A_a \cos \varphi_a = 800 \text{ W}$, $Q_a = A_a \sin \varphi_a = 600 \text{ VAR}$;
 $P_b = V I_{\text{att},b} = 100 \cdot 5 = 500 \text{ W}$, $Q_b = V I_{\text{reatt},b} = 100 \cdot 5 = 500 \text{ VAR}$

procediamo con Eulerot, possiamo pot. attiva e reattive dopo faccio un rifasamento

$$a) P_a = A_a \cos \varphi_a = 1000 \cdot 0,8 = 800 \text{ W}$$

$$Q_a = A_a \sin \varphi_a = 600 \text{ VAR} \quad \text{Se } \cos = 0,8, \sin = 0,6$$

$$b) P_b = V I_{att} = 500 \text{ W}$$

$$Q_b = V I_{reatt} = 500 \text{ VAR}$$

$$I_c = \frac{100}{\sqrt{10^2 + 10^2}} = 7,07 \text{ A eff} = \frac{V}{Z_c}$$

~~$P_c = V^2 / R_c$~~
perché V
non è quella
sul resistor

$$c) P_c = 10 \times I_c^2 = 500 \text{ W}$$

$$Q = 10 \times I_c^2 = 500 \text{ VAR}$$

=> uso Legge di Boucherot

$$P_{AB} = P_a + P_b + P_c = 1800 \text{ W}$$

$$Q_{AB} = Q_a + Q_b + Q_c = 1600 \text{ VAR}$$

$$C = \frac{Q_{AB} - P_{AB} \tan \varphi_{corr}}{\omega V^2} = \frac{728}{314 \times 100^2} = 232 \mu\text{F}$$

: SLIDES

- inoltre

$$I_c = \frac{V}{Z_c} = \frac{100}{\sqrt{100 + 100}} = 7.07 \text{ Aeff}$$

per cui $P_c = RI_c^2 = 500 \text{ W}$ e $Q_c = X_L I_c^2 = 500 \text{ VAR}$

- per il teorema di Boucherot

$$P_{AB} = P_a + P_b + P_c = 1800 \text{ W}; \quad Q_{AB} = Q_a + Q_b + Q_c = 1600 \text{ VAR}$$

- si ha

$$C = \frac{Q_{AB} - P_{AB} \tan \varphi_{\text{corr}}}{\omega V^2} = \frac{728}{314 \times 100^2} = \underline{232 \text{ } \mu\text{F}}$$

- valutiamo la corrente del bipolo prima e dopo il rifasamento; si ha

$$A_{AB, \text{prima}} = \sqrt{P_{AB}^2 + Q_{AB}^2} = 2410 = VI_{AB, \text{prima}}$$

quindi $I_{AB, \text{prima}} = 24.1 \text{ Aeff}$; inoltre

$$A_{AB, \text{dopo}} = \sqrt{P_{AB}^2 + Q_{AB, \text{dopo}}^2} = 2000 = VI_{AB, \text{dopo}}$$

La V è la stessa, diminuisce la corrente

e quindi $I_{AB, \text{dopo}} = 20 \text{ Aeff}$. Infine

La pot. apparente deve essere minore

871 vs 1600 - diminuzione

$$\Delta I_{AB} = I_{AB, \text{prima}} - I_{AB, \text{dopo}} = 4.1 \text{ Aeff.}$$

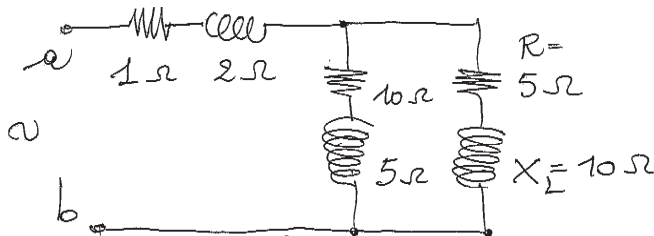
Fattore di pot attiva

prima era

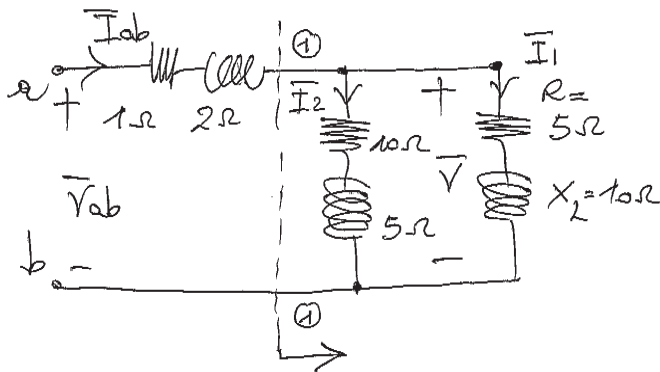
pot - apparente = 0,75

41,4° sfasamento tra V e corrente, 24,1° sfasamento

Esempio. Il bipolo ab e' in regime permanente sinusoidale alla frequenza di 50 Hz. La reattanza X_L assorbe una potenza reattiva di 2 kVAR. Determinare potenza attiva, reattiva e fattore di potenza del bipolo ab. Effettuare un rifasamento che elevi il fattore di potenza a 0.9 induttivo



- si ha $Q_L = 2000 = X_L I_1^2$, quindi $I_1 = 14.1$ Aeff; inoltre $P_R = R I_1^2 = 1$ kW. Da qui otteniamo $V = I_1 \sqrt{5^2 + 10^2} = 158$ Veff e $I_2 = I_1 = 14.1$ Aeff



- alla sezione 11 abbiamo $P_1 = 3 \text{ kW}$, $Q_1 = 3 \text{ kVAR}$ e $A_1 = 4243 \text{ VA}$, quindi $I_{ab} = A_1/V = 26.85 \text{ Aeff}$
- $P_{ab} = P_1 + 26.85^2 = 3721 \text{ W}$, $Q_{ab} = Q_1 + 2 \cdot 26.85^2 = 4442 \text{ VAR}$, $A_{ab} = 5794 \text{ VA}$ e $\cos \varphi_{ab} = P_{ab}/A_{ab} = 0.642$ induttivo; inoltre $V_{ab} = A_{ab}/I_{ab} = 216 \text{ Veff}$
- infine

$$C_{\text{corr}} = \frac{4442 - 3721 \cdot 0.4843}{314 \cdot 216^2} = 180 \mu\text{F}.$$