

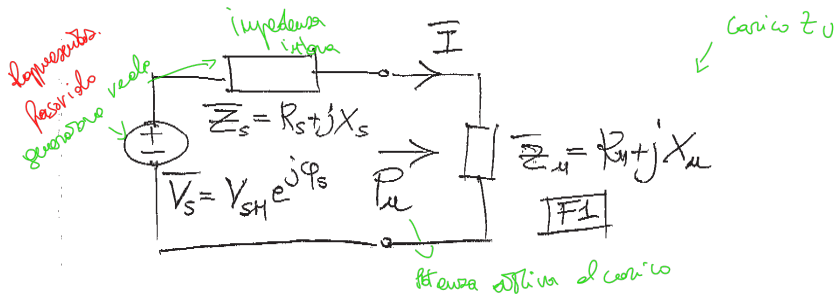
Massimo trasferimento di potenza attiva

ADATTAMENTO DI IMPEDENZA

Mauro Forti

April 9, 2020

Consideriamo la situazione dove un generatore reale di tensione con impedenza interna $\bar{Z}_s = R_s + jX_s$ alimenta un carico di impedenza $\bar{Z}_u = R_u + jX_u$



• Teorema del massimo trasferimento di potenza attiva. Il carico che assorbe la massima potenza attiva e'

$$\bar{Z}_u = \bar{Z}_s^*$$

conjugato dell'impedenza interna

quindi

$$R_u = R_s; \quad X_u = -X_s = \text{reattanza}$$

la massima potenza attiva e' una caratteristica del generatore, detta potenza disponibile, che vale *massima potenza che si può tirare fuori*

Dipende solo dal generatore

$$P_{\max} = P_d = \frac{V_{SM}^2}{8R_s} = \boxed{\frac{V_S^2}{4R_s}} W$$

con valori efficaci

- il carico ottenuto e' detto anche carico adattato per il massimo assorbimento di potenza attiva

- il teorema vale purché $R_s > 0$

- cenno alla dimostrazione: si ha

$$P_u = \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{\mathbf{Z}}_u] I_M^2 = \frac{1}{2} R_u I_M^2 = \frac{1}{2} R_u \frac{V_{SM}^2}{(R_u + R_s)^2 + (X_u + X_s)^2}$$

Si va a vedere la potenza erogata da ZU

- determiniamo i punti critici della funzione, *2 variabili, invece di fare max faccio reciproco, quindi min*

> vedere dove si annullano le derivate parziali

$$F(R_u, X_u) = \frac{(R_u + R_s)^2 + (X_u + X_s)^2}{R_u}$$

lo tengo $\frac{1}{2} V_{SM}^2$ che sono costanti

- si ha

$$\frac{\partial F}{\partial X_u} = 0 \Leftrightarrow X_u = -X_s$$

per tale valore di X_u

valuto in $X_u = -X_s$

$$\frac{\partial F}{\partial R_u} = \frac{2(R_u + R_s)R_u - (R_u + R_s)^2}{R_u^2} - \frac{(X_u + X_s)^2}{R_u^2} = \frac{R_u^2 - R_s^2}{R_u^2} = 0$$

• la soluzione accettabile per avere un minimo e' $X_u = -X_s$ e $R_u = R_s$; corrispondentemente si ha

o $R_u = -R_s$

ma solo $R_u = R_s$ accettabile

$$P_{\max} = \frac{1}{2} R_s \frac{V_{SM}^2}{(R_s + R_s)^2} = \frac{V_{SM}^2}{8R_s}.$$

Dim. intuitiva

- *Rendimento nella trasmissione di potenza attiva*: e' definito come

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_s} = \frac{\overset{\text{potenza RTT sul carico}}{\frac{1}{2} R_u I_M^2}}{\frac{1}{2} (R_u + R_s) I_M^2} = \boxed{\frac{R_u}{R_u + R_s}}$$

- in condizioni di massimo trasferimento di potenza attiva si ha quindi

$$\eta = 50 \% !!!$$

- il massimo trasferimento di potenza attiva e' importante nei sistemi di trasmissione di segnali, dove il rendimento e' bassissimo (qui interessa solo che la potenza sul ricevitore sia massima); nei sistemi di trasmissione dell'energia si lavora invece in condizioni di massimo rendimento e cioe' per $R_u \gg R_s$

qui anzi interessa mass. eff. i curve

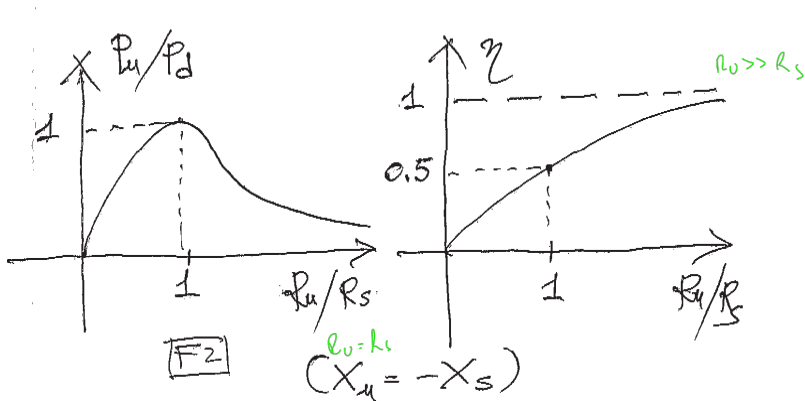


look W

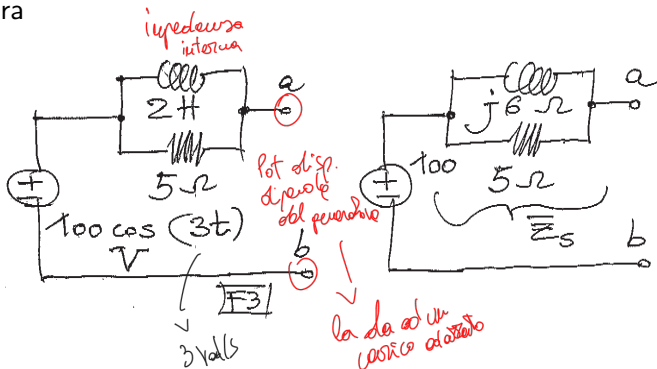
γ_{W}

Conta che dai pochi γ_W , il massimo arriva al ricevitore

- le curve in figura rappresentano l'andamento di P_u/P_d e di η in funzione di R_u/R_s quando $X_u = -X_s$.



Esempio. Determinare la potenza disponibile del generatore reale in figura



- si ha

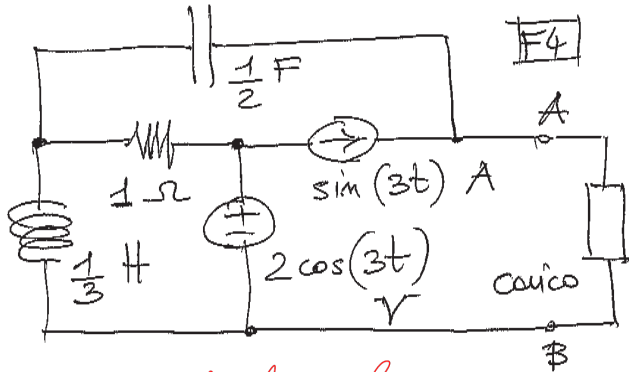
$$\bar{Z}_s = R_s + jX_s = \overbrace{5 \parallel j6}^{\text{parallelo}} = \frac{180 \oplus j150}{61} \text{ Ohm}$$

$\rightarrow$ unico induttivo
 (impedenza positiva)
 $\rightarrow$ carico RL, induttivo
 per il massimo trasferimento

quindi

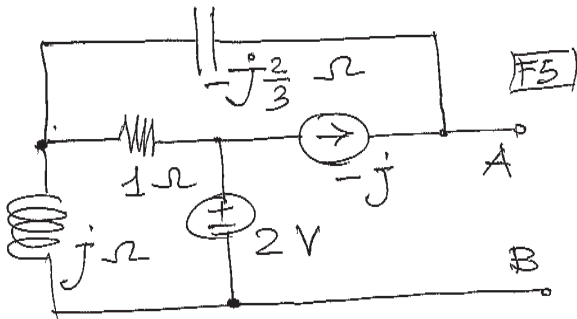
$$P_d = \frac{V_{SM}^2}{8R_s} = \frac{100^2}{8 \times \frac{180}{61}} \simeq 424 \text{ W.}$$

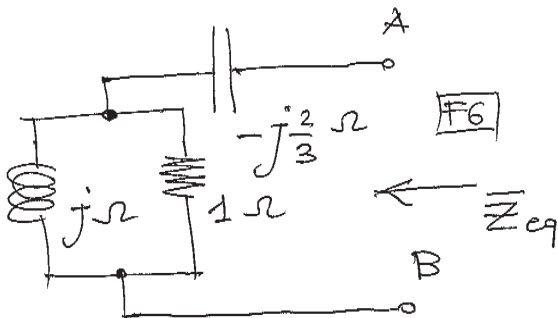
Esempio. Determinare il carico che assorbe la massima potenza attiva e valutare tale potenza massima = *Pot. disponibile*



Circolo elettrico forse

- consideriamo il circuito simbolico e determiniamo l'equivalente di Thevenin del bipolo AB che alimenta il carico





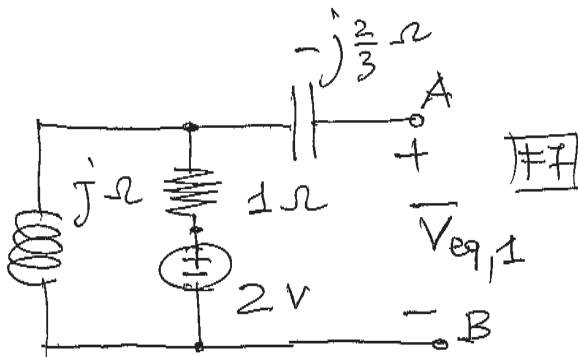
• si ha

$$\bar{Z}_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = -j\frac{2}{3} + 1 \parallel j = \frac{1}{2} - j\frac{1}{6} \text{ Ohm}$$

quindi il carico adattato e'

Veriore - induttive

$$\bar{Z}_u = \bar{Z}_{eq}^* = \frac{1}{2} + j\frac{1}{6} \text{ Ohm}$$

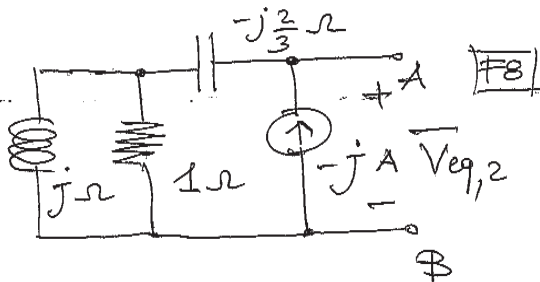


- per determinare la tensione equivalente usiamo il pse; si ha

$$\bar{V}_{eq,1} = \frac{2j}{1+j} = 1+j \text{ V}$$

partitore
tensione

princip. sovrapposizione



$\bar{V}_{eq,2} = \overset{\text{cortoc.}}{-j} \left(\overset{\text{imped. eq.}}{-j\frac{2}{3}} + \overset{\text{modello } j||1}{\frac{j}{1+j}} \right) = -\frac{1}{6} - j\frac{1}{2} \text{ V}$

quindi

$$\bar{V}_{eq} = \bar{V}_{eq,1} + \bar{V}_{eq,2} = \frac{5}{6} + j\frac{1}{2} \text{ V}$$

Thévenin, Norton
 ecc. possono essere
 applicati allo stesso modo
 con i fasori.
 → pot. max.

• infine

$$P_d = \frac{V_{eqM}^2}{8R_{eq}} = \frac{(5/6)^2 + (1/2)^2}{8 \times (1/2)} \simeq 0.236 \text{ W.}$$