

Principio Sovrapp. Effetti. (P.S.E)

Bipolo senza memoria lineare e omogeneo

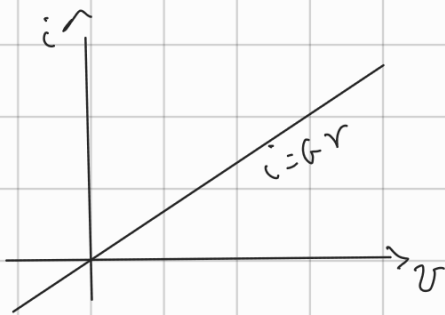
Espressione di corrente $i = g(V)$

$$g(V_1 + V_2) = g(V_1) + g(V_2) \quad \text{Linearità}$$

$$g(\alpha V) = \alpha g(V) \quad \text{omogeneità}$$

L'unico bipolo lin. e omogeneo è una Resistenza / conduttanza ideale

$$i = G V \quad (\text{retta passante per l'origine})$$



retta passante per l'origine

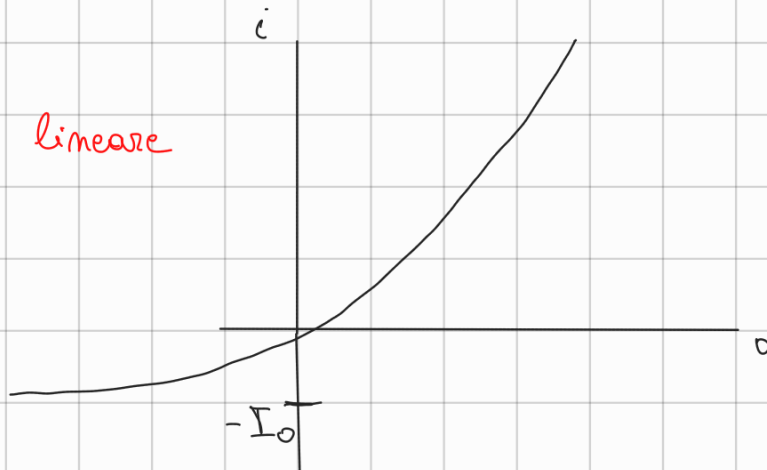
non tutti i resistori sono lineari, es



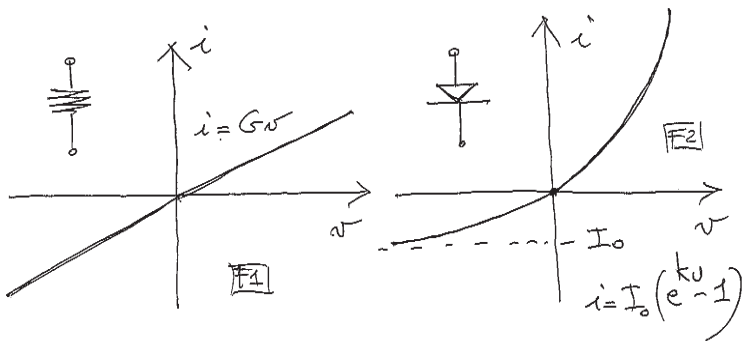
Diode

Resistore non lineare

$$i = g(V) = I_0 (e^{\alpha V} - 1)$$



- Un bipolo senza memoria controllabile in tensione $i = g(v)$ si dice lineare se $g(v_1 + v_2) = g(v_1) + g(v_2)$ e omogeneo se $g(\alpha v) = \alpha g(v)$
- l'unico bipolo senza memoria lineare e omogeneo e' il resistore ideale $i = Gv$; la sua caratteristica corrente-tensione e' una retta passante per l'origine
- un diodo soddisfa a $i = g(v) = I_0(e^{kv} - 1)$ con $I_0 > 0$ e $k > 0$; non e' ne' lineare ne' omogeneo; la sua caratteristica e' di tipo esponenziale



- in modo simile una rete due porte senza memoria si dice lineare e omogenea se le sue relazioni costitutive sono date da due relazioni algebriche lineari e omogenee nelle 4 grandezze di porta v_1, v_2, i_1, i_2 ; le due relazioni costitutive vincolano le grandezze di porta a stare su un opportuno sottospazio vettoriale di dimensione 2 dello spazio $\mathbb{R}^4$
- il trasformatore ideale, il giratore ideale, i 4 tipi di generatori controllati e l'ao ideale sono tutte reti due porte senza memoria lineari e omogenee

Tutte reti: porte per ora, solo lineari

es. trasform. ideale

$$\begin{cases} v_1 = m v_2 \\ i_1 = -\frac{1}{m} i_2 \end{cases}$$

o giratore ideale

$$\begin{cases} v_1 = R_0 i_2 \\ v_2 = -R_0 i_1 \end{cases}$$

Rete a due porte lineare e omogenea

$$\text{VCVS} \quad \begin{cases} i_0 = 0 \\ v_2 = k v_1 \end{cases}$$

a.o. ideale

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_1 = 0 \end{cases}$$

Rete ver? porte lin e omogenee

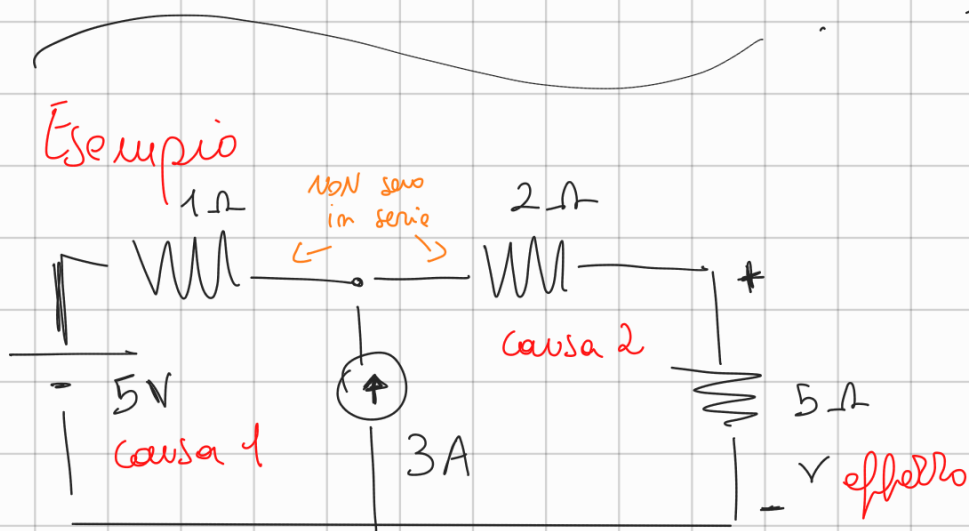
- Enunciamo (senza dimostrazione) il seguente *Principio di Sovrapposizione degli Effetti (pse)*: consideriamo una rete contenente bipoli e doppi bipoli senza memoria lineari e omogenei e un certo numero di generatori indipendenti di tensione e/o corrente (CAUSE). Allora un effetto (TENSIONE o CORRENTE) puo' essere ottenuto sovrapponendo gli effetti dei generatori indipendenti di tensione e/o corrente.
- Per effetto di un generatore indipendente si intende la tensione o corrente che si ha quando e' presente tale generatore e tutti gli altri generatori indipendenti sono disattivati
- Ricordiamo che disattivare un generatore indipendente ideale di tensione significa sostituirlo con un corto circuito mentre disattivare un generatore indipendente ideale di corrente significa sostituirlo con un circuito aperto

P.S.E

Abbiamo detto con bipoli e sopra bipoli (che? parte)
Senza memoria, lineari ed omogenei, e
un certo numero di generatori indipendenti
ideali di tensione o corrente
(cause) ← i generatori sono le cause

Allora un EFFETTO (tensione fra 2 morsetti o
corrente in un bipolo), si ottiene sovrapposendo
gli effetti dei singoli generatori
indipendenti (cause)

Ho 10 generatori, voglio una tensione, scrivo tutti
gli altri, ottengo effetto singolo generatore
e sono poi i singoli effetti.



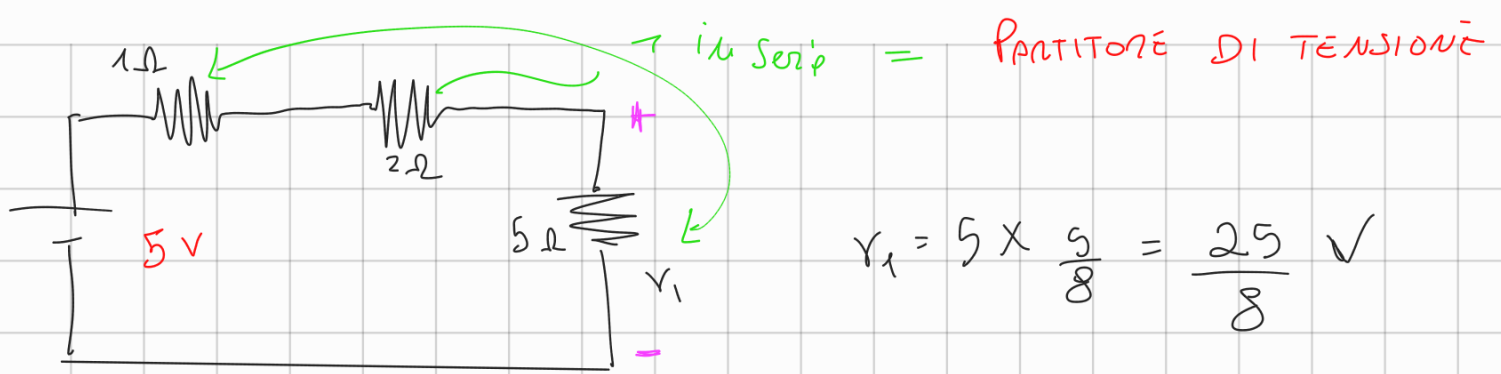
abbiamo 2 cause

non fanno
contributo di corrente,
ma Tensione.

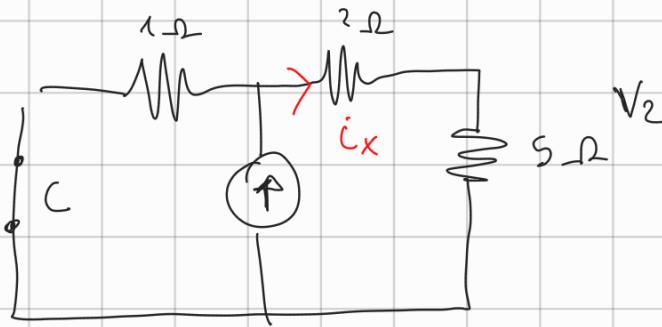
Cosa succede se prego?

$$V = V_1 + V_2$$

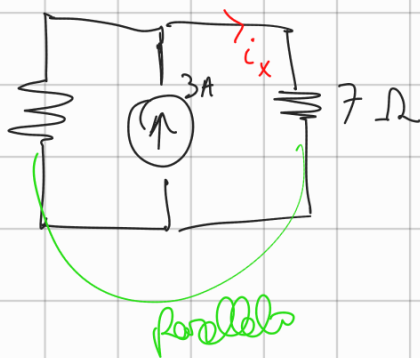
Effetto 1, scrivo generatore corrente



tempo acceso Causa 2.



elimino il corto circuito



=> partitore di corrente, e 2 resistenze in parallelo (posso Flippare)

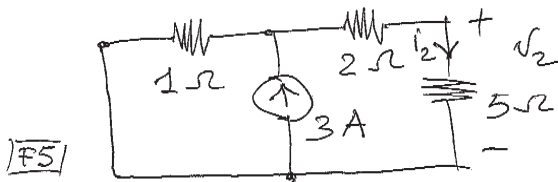
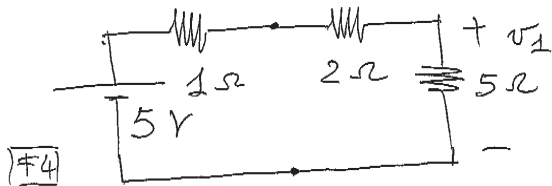
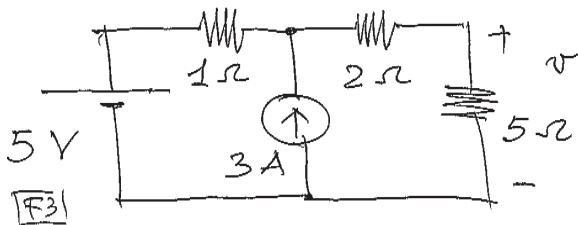
$$i_x = 3 \cdot \frac{1}{7}$$

$$1 + \frac{1}{7} \rightarrow \text{somma conduttanze}$$

$$V_2 = 5 \cdot i_x = \frac{15}{8} \text{ V}$$

$$= V = V_1 + V_2 = \frac{25}{8} + \frac{15}{8} \text{ V}$$

- Esempio 1. Determiniamo v usando il pse.



- Si ha $v = v_1 + v_2$ dove v_1 e' l'effetto della batteria e v_2 e' l'effetto del gen.re ind.te ideale di corrente. Una volta disattivato il gen.re di corrente abbiamo un partitore di tensione; si ha

$$v_1 = 5 \frac{5}{8} = \frac{25}{8} \text{ V}$$

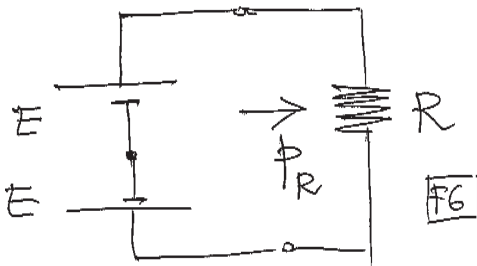
Disattivando la batteria otteniamo invece un circuito analizzabile con la regola del partitore di corrente

$$i_2 = 3 \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{7} + 1} = \frac{3}{8} \text{ A}$$

da cui $v_2 = 5i_2 = 15/8 \text{ V}$. Allora

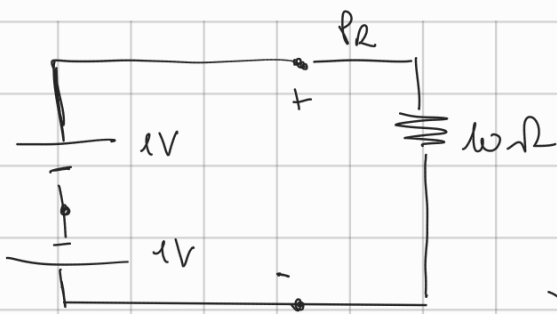
$$v = v_1 + v_2 = 5 \text{ V}.$$

- *Nota importante:* il pse non vale ovviamente per trovare la potenza; consideriamo ad esempio il seguente esempio per cui la potenza assorbita da R vale $p_R = 0$. Applicando il pse otterremmo invece il risultato scorretto $p_R = 2E^2/R$ (perche?)



Per la potenza non posso usare principio sovrapp. eff. (circuiti non lineari)

Controesempio



$$P_{R_L} = 0$$

→ applico sovrapp. eff.



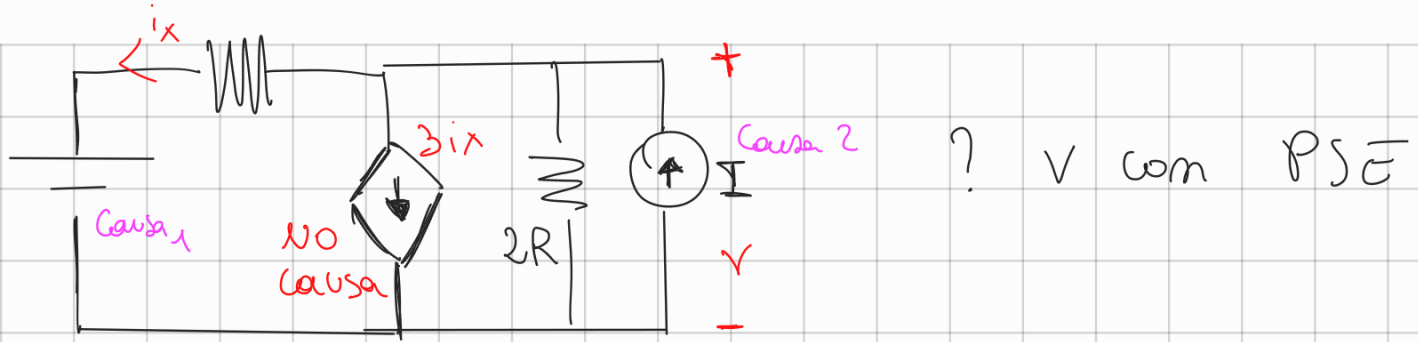
$$P_{R_L} = \frac{1}{10} \text{ W}$$

$$P_{R_L} = \frac{1}{10} \text{ W}$$

$$P = \frac{2}{10} \text{ W}$$

Posso usare sovrapp. effetti, per correnti e tensioni,
non per potenza

Caso 2

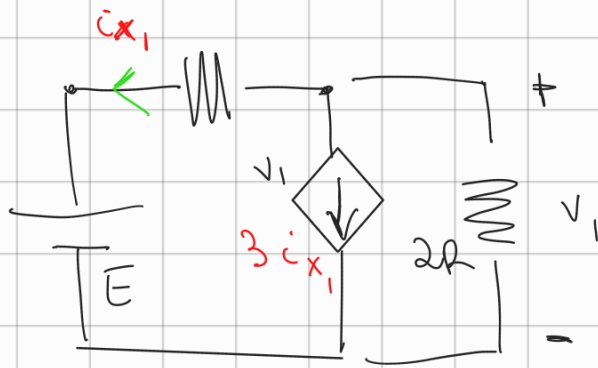


generazione non indipendente

$$V = V_1 + V_2$$

effetto causa 1
effetto causa 2

Spazio



qui volta che gruppo generazione, la grad. di controllo causa, va ricalcolato

"sono in parallelo", v è la stessa

Caso particolare millman

i_{x1} non la conosco (faccio finta di conoscerla per usare millman)

Passo 1 $\Rightarrow$ Faccio finta di conoscere i_{x1} per applicare millman

$$V_1 = \frac{\frac{E}{R} - 3i_{x1}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}}$$

corrente più verso il bene
 $\rightarrow$ bilancio corrente

moltiplico per $\frac{2R}{2R}$
 $\rightarrow$ somme conduttanze

$$\frac{2E - 6R i_{x1}}{3} \quad \frac{3}{2} R$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{2E}{3} - 2R \cdot i_{x1}$$

Passo 2 eliminazione grandezza di controllo

$$V_1 = R \cdot i_{x_1} + E$$

→ sostituzione

$$\Rightarrow i_{x_1} = \frac{V_1 - E}{R}$$

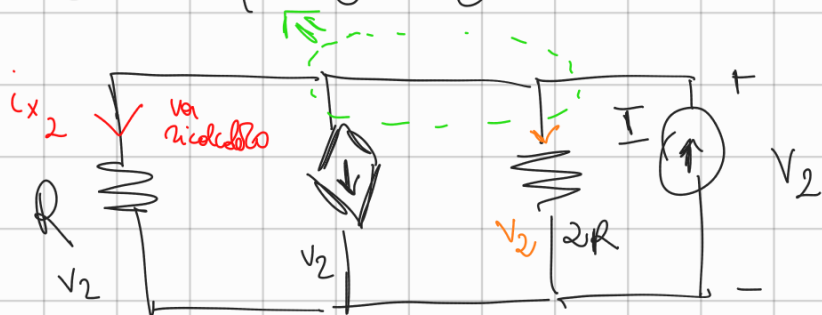
$$V_1 = \frac{2}{3} E - 2V_1 + 2E = \frac{8}{3} E - 2V_1$$

$$V_1 = \frac{8}{9} E$$

la grandezza di controllo deve essere sola, deve rimanere solo la Termine noti

② Spurgo generatore

Tensione



$$\begin{cases} i_{x_2} + 3i_{x_2} + \frac{V_2}{2R} = I \\ i_{x_2} = \frac{V_2}{R} \end{cases}$$

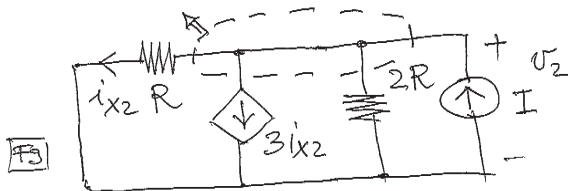
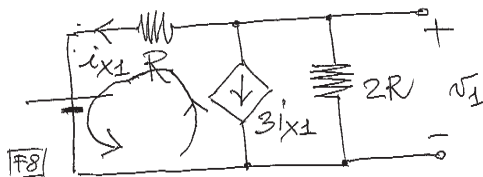
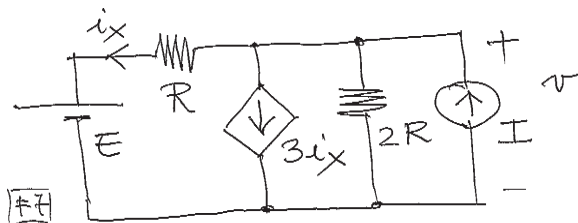
con v. unil.
-I = 0
giù

I 4 dipoli in parallelo, tutti soggetti a V_2

$$V_2 = \frac{2}{9} RI$$

$$\Rightarrow V = \frac{8}{9} E + \frac{2}{9} RI$$

- Esempio 2 (pse con generatori controllati); determinare v con pse



- Nel circuito ci sono 2 cause e cioè i generatori indipendenti E e I ; il generatore controllato *non è una causa*. Allora si ha $v = v_1 + v_2$ con v_1 effetto di E e v_2 effetto di I .
- per v_1 , usando il Teorema di Millman, possiamo scrivere

$$v_1 = \frac{\frac{E}{R} - 3i_{x1}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = \frac{2E}{3} - 2Ri_{x1}$$

- eliminiamo i_{x1} scrivendo la KV alla maglia indicata:

$$v_1 = Ri_{x1} + E \Rightarrow i_{x1} = \frac{v_1 - E}{R}$$

- facendo sistema ottengo

$$v_1 = \frac{8}{9}E$$

- risultato finale non deve dipendere dalla grandezza di controllo i_{x1}

• determiniamo adesso v_2 ; da KI alla superficie Gaussiana si ha $i_{x2} + 3i_{x2} + \frac{v_2}{2R} - I = 0$. Inoltre, $i_{x2} = v_2/R$; quindi $v_2 = \frac{2}{9}RI$; infine

$$v = v_1 + v_2 = \frac{8}{9}E + \frac{2}{9}RI.$$