

Principio Sovrapp. Effetti. (P.S.E)

Les. 5 23/03/23

Bipolo senza memoria lineare e omogeneo

quale? dunque controll in tensione

se soddisfa condiz. di linearità e omogeneità

semplice di avere $i = g(V)$ funzione nota di V

soddisfa linearità $g(V_1 + V_2) = g(V_1) + g(V_2)$ Linearità

$g(\alpha V) = \alpha g(V)$ omogeneità

L'unico bipolo lin. e omogeneo e' una Resistenza / conduttanza ideale

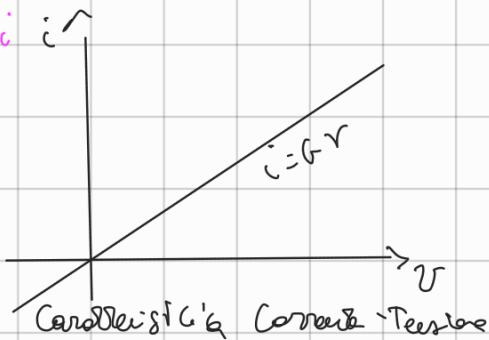
che soddisfa

$i = G V$

(retta passante per l'origine)

se riportiamo sul piano i/V

noto V_1 .
conosciamo i



• retta passante per l'origine

$G(V_1 + V_2) = G V_1 + G V_2$

$G(\alpha V_1) = \alpha G V_1$

non tutti i resistori sono lineari, es

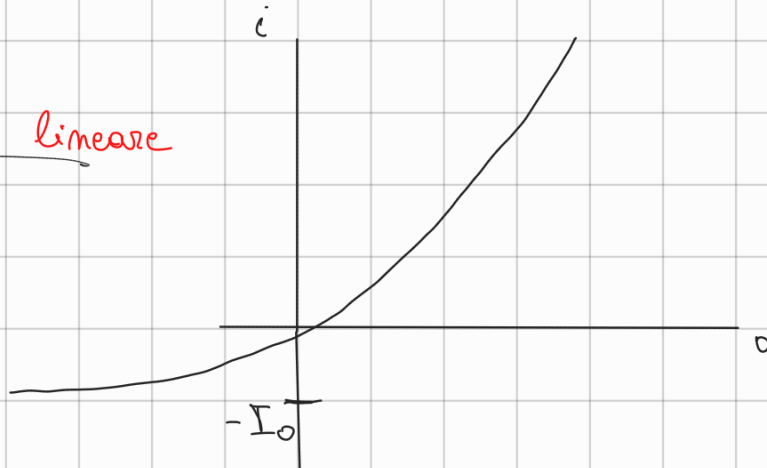


Diode

Resistore non lineare

$i = g(V) = I_0(e^{K V} - 1)$

un diodo
soddisfa
cio'



$3 \Omega^{-1}$

se $V = 10$
se $V = 6 + 4$

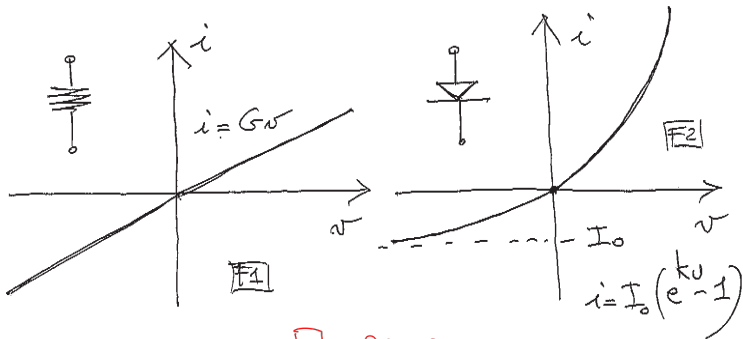
$i = \underbrace{2(5)}_V \underbrace{3}_g = 2 \cdot 15 A$

$i = G V$

$i = 30 A$

$i = \underbrace{18}_{i_1} + \underbrace{12}_{i_2} A$

- Un bipolo senza memoria controllabile in tensione $i = g(v)$ si dice lineare se $g(v_1 + v_2) = g(v_1) + g(v_2)$ e omogeneo se $g(\alpha v) = \alpha g(v)$
- l'unico bipolo senza memoria lineare e omogeneo e' il resistore ideale $i = Gv$; la sua caratteristica corrente-tensione e' una retta passante per l'origine
- un diodo soddisfa a $i = g(v) = I_0(e^{kv} - 1)$ con $I_0 > 0$ e $k > 0$; non e' ne' lineare ne' omogeneo; la sua caratteristica e' di tipo esponenziale



DIPLOI DI POLI LIN E OMOG

• in modo simile una rete due porte senza memoria si dice lineare e omogenea se le sue relazioni costitutive sono date da due relazioni algebriche lineari e omogenee nelle 4 grandezze di porta

v_1, v_2, i_1, i_2 ; le due relazioni costitutive vincolano le grandezze di porta a stare su un opportuno sottospazio vettoriale di dimensione 2 dello spazio $\mathbb{R}^4$ *Siamo in un piano passante per l'origine in $\mathbb{R}^4$ (!)*

• il trasformatore ideale, il giratore ideale, i 4 tipi di generatori controllati e l'ao ideale sono tutte reti due porte senza memoria lineari e omogenee

Tutte reti: fatte per ora. Sono reti a 2 porte lin e omog.

es. trasformatore ideale

Rete 2 porte lineare e omogenea
⇒

$$\begin{cases} v_1 = m v_2 \\ i_1 = -\frac{1}{m} i_2 \end{cases}$$

o giratore ideale

$$\begin{cases} v_1 = R_0 i_2 \\ v_2 = -R_0 i_1 \end{cases}$$

le 4 grandezze sono in un piano in $\mathbb{R}^4$

*2 legami lineari e omogenei nelle 4 grandezze di porta
Rete a due porte lineare e omogenea*

$$\text{VCVS} \quad \begin{cases} i_0 = 0 \\ v_2 = k v_1 \end{cases}$$

a.o. ideale

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_1 = 0 \end{cases}$$

Rete 4 porte veri? porte lin e omogenee alle 4 grandezze di porta

Si dimostra con metodo TABLÉAU
● Enunciamo (senza dimostrazione) il seguente Principio di Sovrapposizione degli Effetti (pse): consideriamo una rete contenente bipoli e doppi bipoli senza memoria lineari e omogenei e un certo numero di generatori indipendenti di tensione e/o corrente (CAUSE). Allora un effetto (TENSIONE o CORRENTE) puo' essere ottenuto sovrapponendo gli effetti dei generatori indipendenti di tensione e/o corrente. su un bipolo

USO PSE per circuiti con
Bip. LIN E OMOM. (R) e reti 2 porte

- Per effetto di un generatore indipendente si intende la tensione o corrente che si ha quando e' presente tale generatore e tutti gli altri generatori indipendenti sono disattivati
- Ricordiamo che disattivare un generatore indipendente ideale di tensione significa sostituirlo con un corto circuito mentre disattivare un generatore indipendente ideale di corrente significa sostituirlo con un circuito aperto

P.S.E

Per semplificare analisi circuitle

Abbiamo Rete con bipoli e sopra bipoli (che? parte)
Senza memoria, lineari col tempo, e
un certo numero di generatori indipendenti
ideali di tensione o corrente
(cause) ← i generatori sono le cause

Allora un **EFFETTO** (Tensione fra 2 morsetti, o
corrente in un bipolo), si ottiene sovrapposendo
gli effetti dei singoli generatori
indipendenti (cause) → la tensione o corrente che si ha
quando tutti i generatori sono
di sotto varz. questo

5 Tensione e 5 correnti

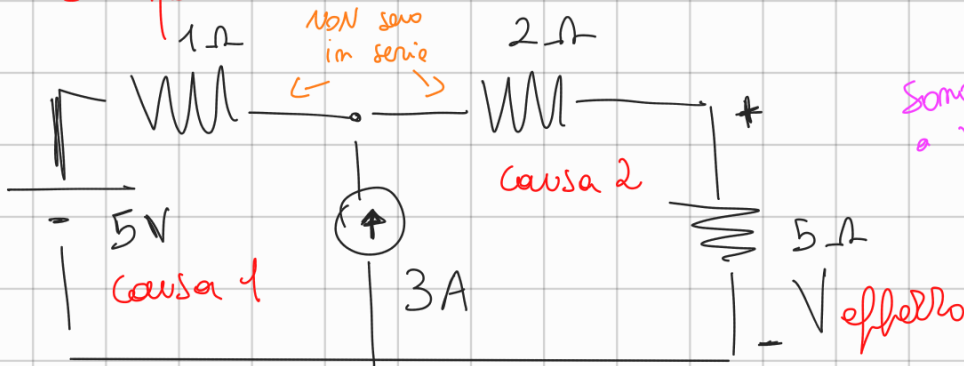
Ho 10 generatori, voglio una tensione fra 2 morsetti, lascio acceso uno e spegno
gli altri, ottengo effetto singolo generazione
e sono poi i singoli effetti.

per semplificare
circuiti

Spegno gen I ⇒ C.C.

di sotto varz. gen. V, ho un C.C.

Esempio



abbiamo 2 cause

Sono in tensione
a V

non fornire
contributo di corrente,
ma Tensione.

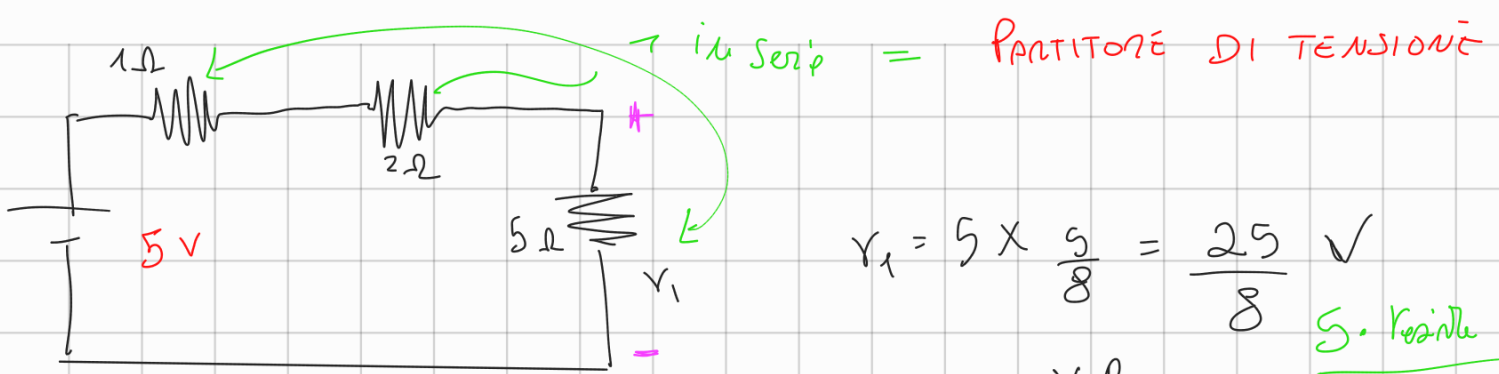
Cosa succede se spegno?

$$V = V_1 + V_2$$

2 generat. indep, ho due cause

• Effetto 1, spegno generazione corrente, ho un circuito
aperto

V_1 = tensione quando spegno causa 1

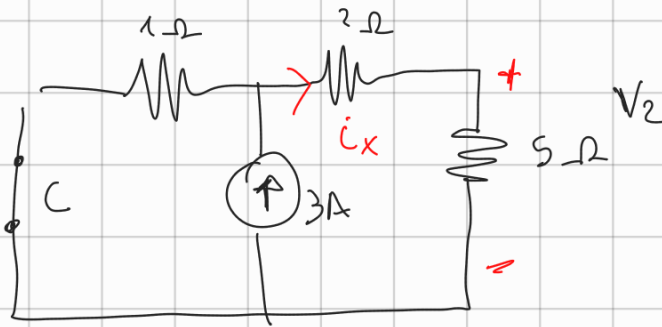


$$V_1 = 5 \times \frac{5}{8} = \frac{25}{8} \text{ V}$$

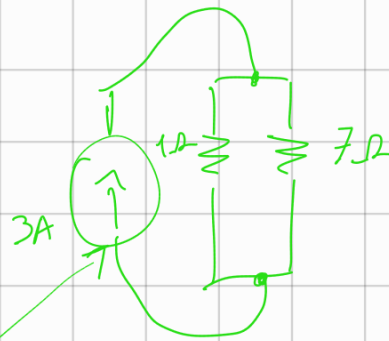
S. Resist
Soma res.

$$V_k = \frac{V R_k}{R_1 + \dots + R_n}$$

tempo acceso Causa 2.

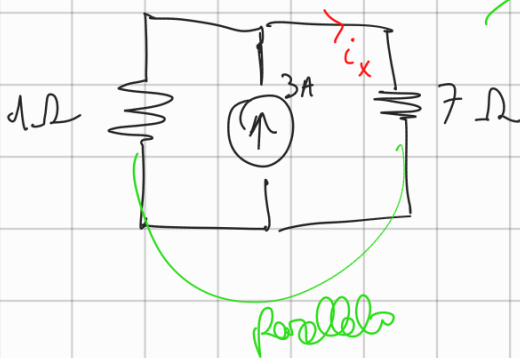


elimino il corto circuito



$$G = 1 + \frac{1}{7}$$

=> partitore di corrente, e 2 resistenze in parallelo (posso Flipponere)



$$i_x = 3 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{7}}$$

$$i_k = \frac{i \cdot G_k}{G_1 + \dots + G_n}$$

Somma conduttanze

$$V_2 = 5 \cdot i_x = \frac{15}{8} \text{ V}$$

Somma i singoli effetti.

$$V = V_1 + V_2 = \frac{25}{8} + \frac{15}{8} \text{ V}$$

$$= 5 \text{ V}$$

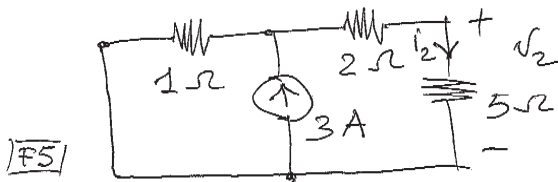
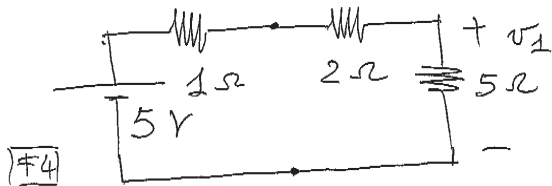
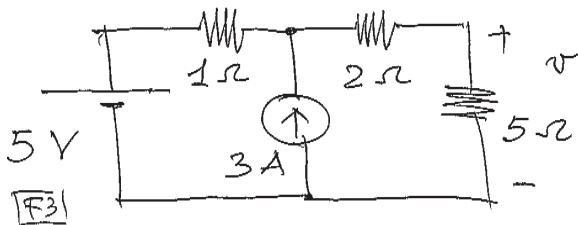
ho applicato PSE

PSE NON PUO' ESSERE USATO

PER CALCOLO POTENZA

operazione che coinvolge il quadrato

- Esempio 1. Determiniamo v usando il pse.



• Si ha $v = v_1 + v_2$ dove v_1 e' l'effetto della batteria e v_2 e' l'effetto del gen.re ind.te ideale di corrente. Una volta disattivato il gen.re di corrente abbiamo un partitore di tensione; si ha

$$v_1 = 5 \frac{5}{8} = \frac{25}{8} V$$

Disattivando la batteria otteniamo invece un circuito analizzabile con la regola del partitore di corrente

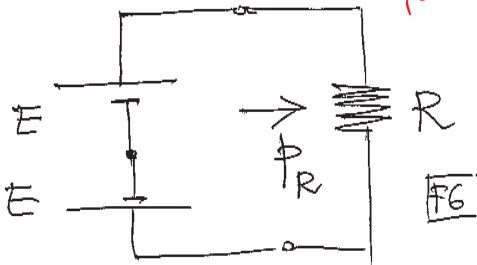
$$i_2 = 3 \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{7} + 1} = \frac{3}{8} A$$

da cui $v_2 = 5i_2 = 15/8 V$. Allora

$$v = v_1 + v_2 = 5 V.$$

No PSE con POTENZA

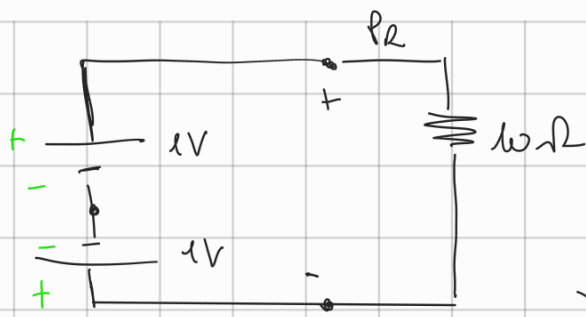
- Nota importante: il pse non vale ovviamente per trovare la potenza; consideriamo ad esempio il seguente esempio per cui la potenza assorbita da R vale $p_R = 0$. Applicando il pse otterremmo invece il risultato scorretto $p_R = 2E^2/R$ (perché?)



potenza, calcolo non lineare, i^2 , v^2

Per la potenza non posso usare principio sovrapp. eff. (oblietto Termini non lineari)

Controesempio



Caso reale
 $P_R = 0$

$P_R =$ potenza sul resistore

i generatori sono
 in controposizione,
 ha 0V

→ applico somm. eff.



$P_{R1} = \frac{1}{10} \text{ W}$ $P = \frac{V^2}{R}$

$P_{R2} = \frac{1}{10} \text{ W}$ $P = \frac{2}{10} \text{ W}$

$\frac{V^2}{2} = \frac{1^2}{10}$ ma se faccio quadrato solo positivo

No!

Posso usare somm. effetti, per correnti e tensioni,
 non per potenza

Caso 2

PSE con generatore controllato.

CAUSE: gen. INDIPENDENTI



gen. corrente, infine corrente di $3ix$

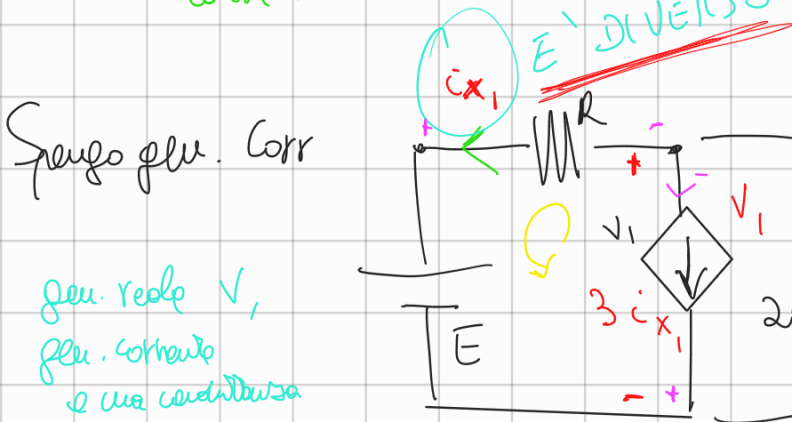
? V con PSE

generazione NON indipendente

$$V = V_1 + V_2$$

effetto causa 1 effetto causa 2

[Dato che ho spento il gen. 1 la grandezza corrente, ix è diversa]



• ogni volta che spengo la generazione, la grandezza di controllo corrente, va ricalcolato

"sono in parallelo, V è costante"

Caso particolare millman

ix_1 non la conosco (faccio finta di conoscerla per usare millman)

• Config. alla Millman

• Passo 1 $\Rightarrow$ Faccio finta di conoscere ix_1 per applicare millman

$$V_1 = \frac{\frac{E}{R} - 3ix_1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}}$$

corrente può essere il bene $\rightarrow$ BILANCIO CORRENTI
SOMMA CONDUTT.

Millman corrente + se può essere vero o no

moltiplico e divido per $2R$

$$\frac{2E - 6R ix_1}{3} \Rightarrow V_1 = \frac{2E}{3} - 2R \cdot ix_1$$

Passo 2 eliminazione grandezza di controllo mi faccio uno

Trovo 1

$$V_1 = R \cdot i_{x_1} + E$$

$$\Rightarrow i_{x_1} = \frac{V_1 - E}{R}$$

$$V_1 = \frac{2}{3} E - 2V_1 + 2E = \frac{8}{3} E - 2V_1$$

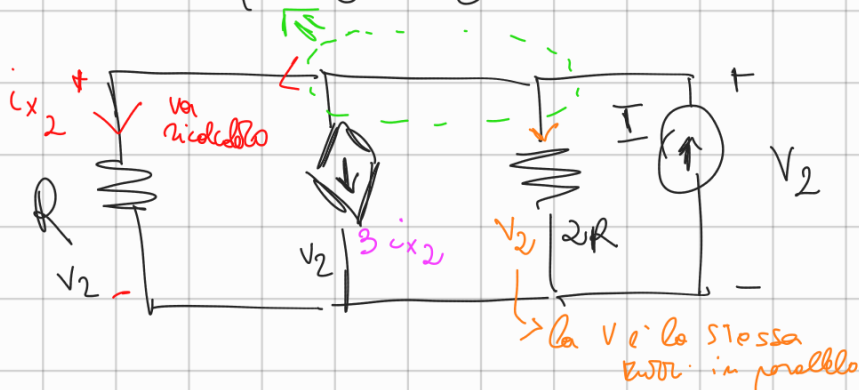
$$V_1 = \frac{8}{9} E$$

la grandezza di controllo deve essere sola, deve rimanere solo la grandezza nota

② Spurgo generatore

Tensione

devo togliere i_x



$$\begin{cases} i_{x_2} + 3i_{x_2} + \frac{V_2}{2R} = I \\ i_{x_2} = \frac{V_2}{R} \end{cases}$$

con v. util. $-I = 0$ guiso

4 dipoli in parallelo, tutti soggetti a V_2

$$V_2 = \frac{2}{9} RI$$

$$\Rightarrow V = \frac{8}{9} E + \frac{2}{9} RI$$

i_{x_2} va ricalcolato !!

$$\frac{V_2}{R} + \frac{3V_2}{R} + \frac{V_2}{2R} - I$$

passo 1, faccio finta di conoscere i_x

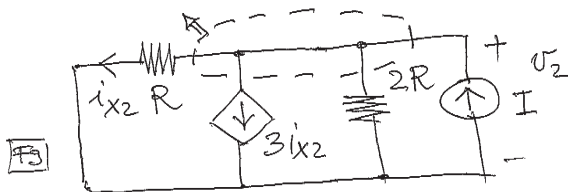
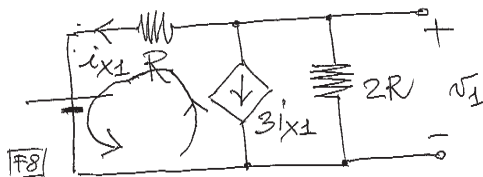
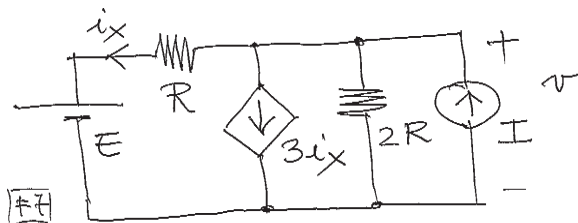
$$\frac{4V_2}{R} + \frac{V_2}{2R}$$

Kirchoff con normale uscente, soma correnti = 0

$$\frac{5V_2}{2R} - I = 0$$

$$V_2 = \frac{2}{9} RI$$

- Esempio 2 (pse con generatori controllati); determinare v con pse



- Nel circuito ci sono 2 cause e cioè i generatori indipendenti E e I ; il generatore controllato ~~non e' una causa~~. Allora si ha $v = v_1 + v_2$ con v_1 effetto di E e v_2 effetto di I .
- per v_1 , usando il Teorema di Millman, possiamo scrivere

$$v_1 = \frac{\frac{E}{R} - 3i_{x1}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = \frac{2E}{3} - 2Ri_{x1}$$

- eliminiamo i_{x1} scrivendo la KV alla maglia indicata:

$$v_1 = Ri_{x1} + E \Rightarrow i_{x1} = \frac{v_1 - E}{R}$$

- facendo sistema ottengo

$$v_1 = \frac{8}{9}E$$

- risultato finale non deve dipendere dalla grandezza di controllo i_{x1}

• determiniamo adesso v_2 ; da KI alla superficie Gaussiana si ha $i_{x2} + 3i_{x2} + \frac{v_2}{2R} - I = 0$. Inoltre, $i_{x2} = v_2/R$; quindi $v_2 = \frac{2}{9}RI$; infine

$$v = v_1 + v_2 = \frac{8}{9}E + \frac{2}{9}RI.$$