

Maximo Power theorem
 quando $R = R_s$

$$I = \frac{E}{R_s + R_i} \text{ A}$$



$$V = E - R_s i$$

$$P = R i^2 = R \frac{E^2}{(R_s + R_i)^2} = \frac{E^2}{4R} \text{ W} \quad \text{con } R = R_s$$

Massimo trasferimento di potenza attiva

~~ADATTAMENTO DI IMPEDENZA~~

Mauro Forti

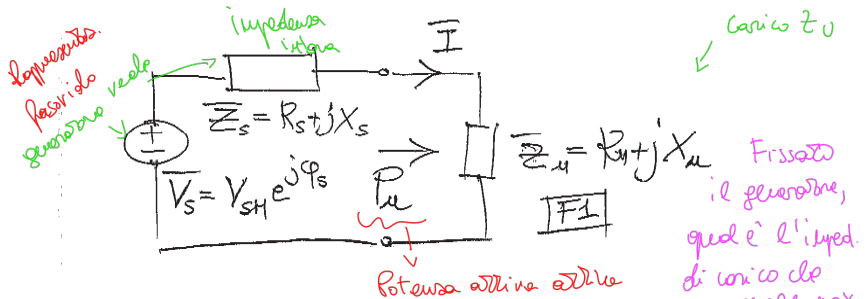


April 9, 2020

Generatore reale, $\bar{V}_S = V_{S_H} e^{j\psi_S}$

e ha $\bar{Z}_{interna} = R_S + jX_S$

Consideriamo la situazione dove un generatore reale di tensione con impedenza interna $\bar{Z}_s = R_s + jX_s$ alimenta un carico di impedenza $\bar{Z}_u = R_u + jX_u$



• Teorema del massimo trasferimento di potenza attiva. Il carico che assorbe la massima potenza attiva è

l'impedenza coniugata dell'impedenza interna
 quindi $\bar{Z}_u = \bar{Z}_s^*$ coniugato dell'impedenza interna

$$R_u = R_s; \quad X_u = -X_s = \text{reattanza}$$

➡ Stessa resistenza ma reatt. opposta

la massima potenza attiva e' una caratteristica del generatore, detta potenza disponibile, che vale massima *potenza che si può trovare fuori del generatore*

Dipende solo dal generatore

$$P_{\max} = P_d = \frac{V_{SM}^2}{8R_s} = \frac{V_{S_{eff}}^2}{4R_s} W$$

con valori efficaci *dipende solo dal generatore*

• il carico ottenuto e' detto anche carico adattato per il massimo assorbimento di potenza attiva *carico adattato per massimo assorbimento e il carico che assorbe la max pot. attiva*

• il teorema vale purché $R_s > 0$

• cenno alla dimostrazione: si ha

Valore la potenza massima del carico Z_o

Pot attiva assorbita dal carico

$$P_u = \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{\mathbf{Z}}_u] I_M^2 = \frac{1}{2} R_u I_M^2 = \frac{1}{2} R_u \frac{V_{SM}^2}{(R_u + R_s)^2 + (X_u + X_s)^2}$$

Si va a valore la potenza massima da ZU $\gamma_k = \frac{V_S}{Z}$

Modulo tensione 2 / Modulo impedenza 2

• determiniamo i punti critici della funzione, *trovo max della funzione* *2 variabili, invece di fare max faccio reciproco, quindi min*

Problema 2 variabile

vedere dove si annullano le derivate parziali

$$F(R_u, X_u) = \frac{(R_u + R_s)^2 + (X_u + X_s)^2}{R_u}$$

variabile *Idolo*

Problema 1 variabile $\frac{1}{2} V_{SM}^2$ *Sono costanti*

• si ha

derivata parziale rispetto a X_u

$$\frac{\partial F}{\partial X_u} = 0 \Leftrightarrow X_u = -X_s$$

Si annulla per $X_u = -X_s$

2(X_u + X_s) / R_u, si annulla in $X_u = -X_s$

$\min F = \max P = \max P_u$

troviamo punti critici

per tale valore di X_u $R_u^2 + 2R_u R_s + R_s^2$
 $= R_u(R_u + 2R_s) + R_s^2$ *valore in $X_u = -X_s$ e val solo derivata prima R_u*

$$\frac{\partial F}{\partial R_u} = \frac{2(R_u + R_s)R_u - (R_u + R_s)^2}{R_u^2} - \frac{(X_u + X_s)^2}{R_u^2} = \frac{R_u^2 - R_s^2}{R_u^2} = 0$$

• la soluzione accettabile per avere un minimo e' $X_u = -X_s$ e

$R_u = R_s$; corrispondentemente si ha *Soln. accettabile*

o $R_u = -R_s$

ma solo $R_u = R_s$ accettabile

$$P_{\max} = \frac{1}{2} R_s \frac{V_{SM}^2}{(R_s + R_s)^2} = \frac{V_{SM}^2}{8R_s}$$

$$\boxed{R_u = R_s}$$

2 soln. accettabili
 $R_u = R_s$
 $R_u = -R_s$

$$= \frac{V_S^2}{8R_s}$$

• Corrente assiale Max Potenza

$$\text{per } \bar{I} = X_u = -X_s$$

$$R_u = R_s$$

• $P_{\max} = \frac{1}{2} \frac{V_{SM}^2}{(R_u + R_s)^2 + (X_u + X_s)^2}$ con $X_u = -X_s$
 $R_u = R_s$

$$\hookrightarrow \frac{1}{2} \frac{V_{SM}^2}{4R_s^2} = \frac{V_{eff}^2}{4R_s^2}$$

Forse se restano opposte, si polverizzano tra loro e non si uniscono, ed è come se ogni solo rendimento delle dinamiche per tanto dello scambio di pot. restano

Dim. intuitiva

Pot arriva su l

Pot. arriva + stessa resistenza interna

● Rendimento nella trasmissione di potenza attiva: e' definito

come

rendimento = $\frac{\text{Potenza carico}}{\text{Pot. carica + Pot. dissipata interna}} \eta$

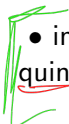
$\xrightarrow{\text{potenza RTT sul carico}}$
 $\frac{P_u}{P_u + P_s} = \frac{\frac{1}{2} R_u I_M^2}{\frac{1}{2} (R_u + R_s) I_M^2}$

resoluto in generale

$\frac{R_u}{R_u + R_s}$

$P_u = \frac{1}{2} R_u I_M^2$

$P_s = \frac{1}{2} R_s I_M^2$



● in condizioni di massimo trasferimento di potenza attiva si ha quindi

f. att. sullo
resistenza interna

$\eta = 50 \% !!!$

ci interessa rendimento o max trasferimento?

● il massimo trasferimento di potenza attiva e' importante nei

arrivano
μW, allora
tappa spil.
la nulla

sistemi di trasmissione di segnali, dove il rendimento e' bassissimo

(qui interessa solo che la potenza sul ricevitore sia massima); nei

sistemi di trasmissione dell'energia si lavora invece in condizioni di

massimo rendimento e cioe' per $R_u \gg R_s$

linea eval, di distell. energia

qui amoi interessa mass. eff. $\downarrow$ e' come



look W

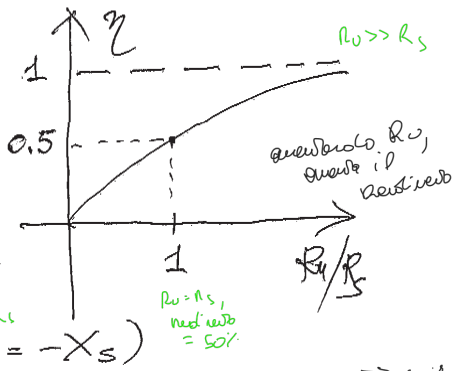
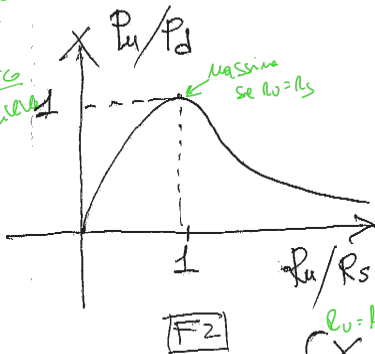
→ quest: arrivare al ricevitore, volis che il più possibile vadino al ricevitore
 Y μW conta che hai pochi μW, il massimo arriva al ricevitore
 lavoro in condiz. di massimo trasferimento pot. dove

• le curve in figura rappresentano l'andamento di P_u/P_d e di η in funzione di R_u/R_s quando $X_u = -X_s$.

pot. utile in funzione di R_u/R_s
 pot massima

$$P_u = \frac{1}{2} I_m^2 R_u$$

Potenza Conica
 pot. disponibile



Sistema Trasmissione energia, può tutto nel resistore. Rendimento Conico $\gg$ resist. max

ed... non può perdere. $\eta = 50\%$, si perde $R_u \gg R_s$

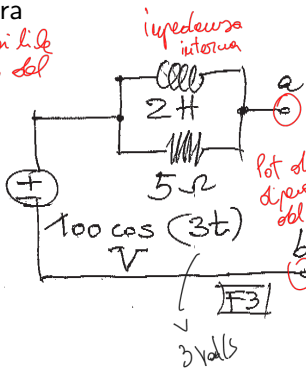
• Rendimento e max Trasf. potenza sono ben definiti.

THEVENIN, NORTON, PSC POSSO USARLI CON FASORI

Esempio. Determinare la potenza disponibile del generatore reale

in figura

potenza disponibile dipende solo dal generatore



Pot disp. dipende dal generatore

la da cui un carico massimo

Pot disponibile dipende dal generatore
 $\Rightarrow P_{\text{disp}} = \max$ potenza che il generatore dà, se il carico è adattato

$$W = 3 \text{ Vrms} / 5$$

$$P_{\text{ol}} = \frac{V_{\text{rms}}^2}{8 \text{ Hs}}$$

senza trovare $\text{Re}[Z]$

• si ha

$$\bar{Z}_s = R_s + jX_s = \text{parallelo} \left[5 \parallel j6 \right] = \frac{180 \oplus j150}{61}$$

$\frac{5 \cdot j6}{5 + j6}$

$\rightarrow$ carico induttivo
 Ohm (impedenza positiva)

$\rightarrow$ carico RL, adattato per il massimo trasferimento

quindi

carico da trovare max P

$\frac{P_{\text{ol}}}{61} \oplus \frac{150}{61}$ / carico capacitivo

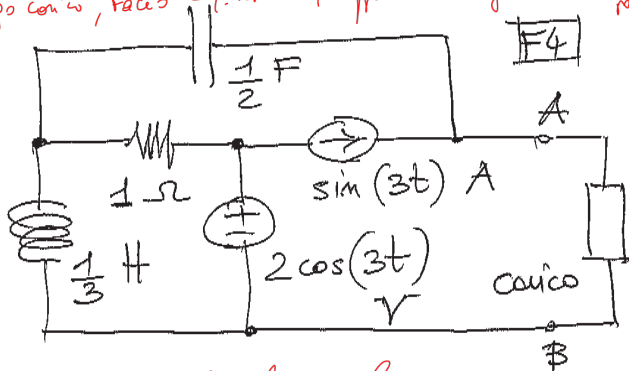
$$P_d = \frac{V_{SM}^2}{8R_s} = \frac{100^2}{8 \times \frac{180}{61}} \simeq 424 \text{ W.}$$

$\text{Re}[\bar{Z}_s]$

carico che massimizza
 $\text{Max Pot} = \text{carico che}$
 $\text{Re } \bar{Z}_L = \bar{Z}_s^*$

Esempio. Determinare il carico che assorbe la massima potenza attiva e valutare tale potenza massima = *Pot. disponibile*

Scollego carico, faccio eq. Thevenin, applico Teo. potenza massima per



Circolo Sostituito

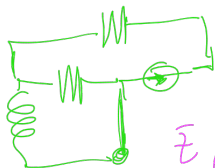
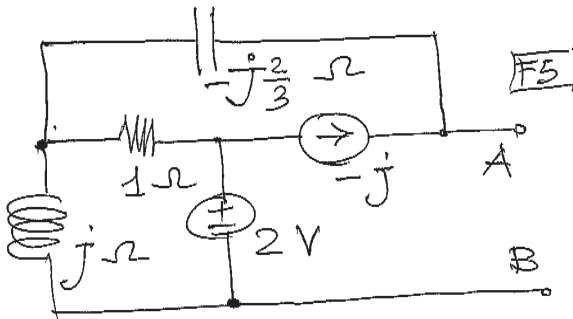
Scollego carico, faccio eq th.

e applico Teo Pd

Se ho la fase -j

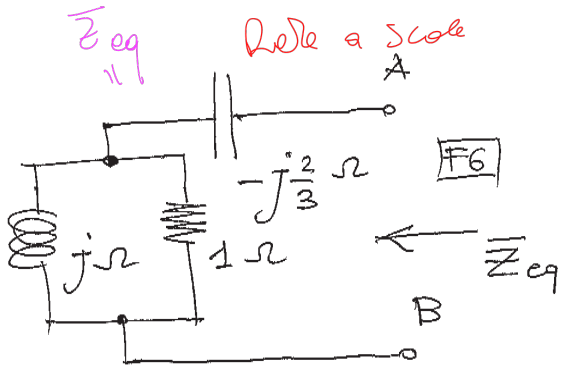
Se ho la fase 1

- consideriamo il circuito simbolico e determiniamo l'equivalente di Thevenin del bipolo AB che alimenta il carico



$\bar{V}_{oc}$ e $V_{a.c.a}$

$\bar{I}_L$ di sottivo per carico.



- si ha

$$\bar{Z}_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = -j\frac{2}{3} + 1 \parallel j = \frac{1}{2} \ominus j\frac{1}{6} \text{ Ohm}$$

phase condensation (red arrow pointing to the minus sign)

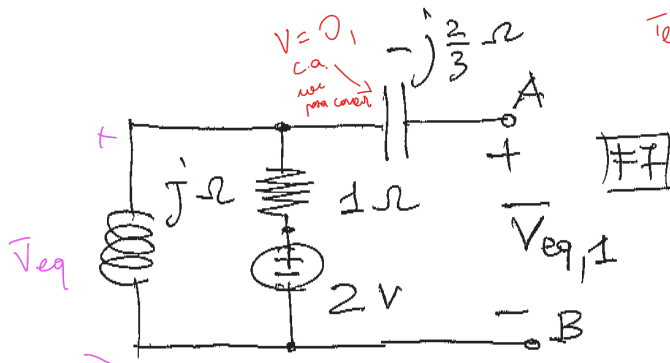
quindi il carico adattato e'

$$\bar{Z}_u = \bar{Z}_{eq}^* = \frac{1}{2} \oplus j\frac{1}{6} \text{ Ohm}$$

carico coniugato (red text)

carico coniugato-induttivo (red text)

Tensione a circuito aperto, $\bar{V}_{eq}$



Tensione a
circuito
aperto
ho usato pse

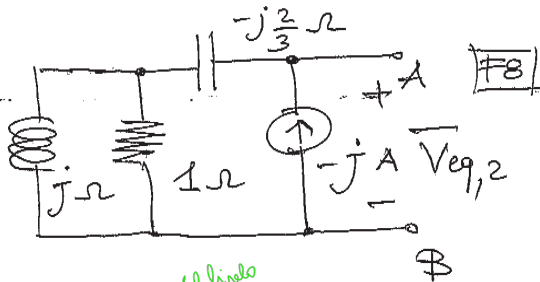
Lo so accan
gen. V

- per determinare la tensione equivalente usiamo il pse; si ha

$$\bar{V}_{eq,1} = \frac{2j}{1+j} = 1+j \text{ V}$$

princip. sovrapp. eff. -

indichiamo
di C, Partizione di
Tensione



colore $\downarrow$ *imped. del bipolo*
 $\downarrow$ eq. *modello TII 1*

$$\bar{V}_{eq,2} = -j \cdot \left(-j\frac{2}{3} + \frac{j}{1+j} \right) = -\frac{1}{6} - j\frac{1}{2} \text{ V}$$

quindi

P.S.E.

$$\bar{V}_{eq} = \bar{V}_{eq,1} + \bar{V}_{eq,2} = \frac{5}{6} + j\frac{1}{2} \text{ V}$$

*Thévenin, Norton
ecc possono essere
applicati allo stesso modo
con i fasori.*

• infine

$$P_d = \frac{V_{eqM}^2}{8R_{eq}} = \frac{(5/6)^2 + (1/2)^2}{8 \times (1/2)} \simeq \underline{\underline{0.236 \text{ W.}}}$$

→ pot. max

*un po'
bravo*