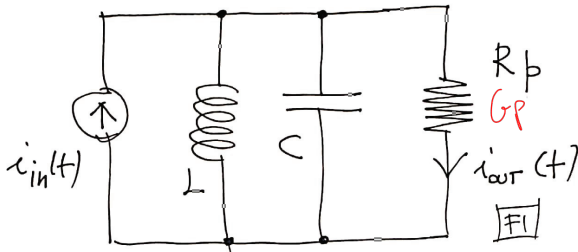


Circuiti risonanti

April 4, 2021

- Circuito risonante parallelo



- punto di vista ingresso uscita. Ingresso

$$i_{in}(t) = I_{in,M}(\omega) \cos(\omega t + \varphi_{in}(\omega)) = 1 \cdot \cos(\omega t)$$

per semplificare
 $I_{in} = 1$
 $\varphi_{in} = 0$

uscita *ci interessa*

$$i_{out}(t) = I_{out,M}(\omega) \cos(\omega t + \varphi_{out}(\omega))$$

amplitudine e fase dipendente da ω

- sperimentalmente faccio variare ω molto lentamente e trovo risposta in ampiezza

Fase 1A $\varphi_{im} = 0$

$$I_{out,M}(\omega)$$

e risposta in fase

$$\varphi_{out}(\omega) \quad \text{come varia } \varphi_{out} \text{ in funzione di } \omega$$

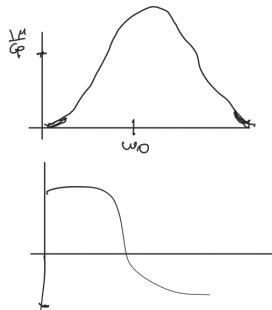
• tali andamenti in funzione di ω forniscono la risposta in frequenza del circuito

vediamo come varia I_{out} e φ_{out}
 $i = I_m \cos(\omega t)$ indipendente da ω
 $\bar{V} = V_m e^{j\varphi_V}$

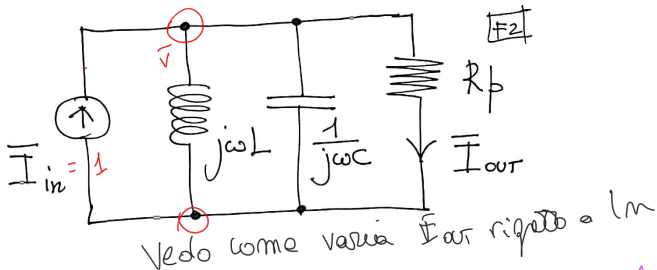
$$\bar{Y} = G_p + j(\omega_c - \frac{1}{\omega L}) \quad \bar{V} = \frac{\bar{I}}{\bar{Y}},$$

$$V_m = \frac{I_m}{\sqrt{G_p^2 + (\omega_c - \frac{1}{\omega L})^2}}$$

$$\varphi_V = \varphi_{i=0} - \arctan\left(\frac{(\omega_c - \frac{1}{\omega L})}{G_p}\right)$$



- nel dominio dei fasori consideriamo il circuito



e definiamo

$$H(\omega) = \frac{\bar{I}_{out}}{\bar{I}_{in}} = \underbrace{A(\omega)}_{\text{risposta in ampiezza}} e^{j\varphi(\omega)} \quad \text{risposta in fase}$$

Handwritten notes:
 $H(\omega)$ numero complesso
 Fase di risposta nei fasori

- si ha

$$\bar{I}_{out} = \bar{I}_{in} H(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

e quindi

Provata $H(\omega)$ modello da risposta in ampiezza e $\varphi(\omega)$ risposta in fase

$$i_{out}(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

Travato $H(\omega)$, il modello da la risp in ampiezza e $\varphi(\omega)$ la risp in fase

da cui si nota che $I_{out}(\omega) = A(\omega)$ e quindi $A(\omega)$ e' la risposta in ampiezza; inoltre $\varphi_{out}(\omega) = \varphi(\omega)$, quindi $\varphi(\omega)$ e' la risposta in fase

• nell'attraversare il circuito l'ampiezza della corrente di ingresso viene moltiplicata per $A(\omega)$; inoltre si ha una rotazione di fase pari

a $\varphi(\omega)$

• si ha

nell'attraversare il circuito, l'ampiezza di I_{in} viene moltiplicata per $A(\omega)$ mentre la fase subisce uno sfasamento pari a $\varphi(\omega)$

Risolviamo il circuito parallelo, e' un partitore di corrente

$$\bar{I}_{out} = \frac{\bar{I} \cdot \frac{1}{R_p}}{\frac{1}{R_p} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{1}{1 + j\omega R_p C - j\frac{R_p}{\omega L}} = \bar{I}_{out}$$

$\frac{\omega_0}{2\alpha} = Q$

• definiamo il fattore di qualita' del circuito risonante parallelo

Q , fissati ω_0, C e L , dipende dalle perdite

$$QU = Q = \omega_0 C R_p = \frac{R_p}{\omega_0 L}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

pulsazione di risonanza

con ω_0 in rad/sec pulsazione di risonanza

del circuito
resonante RLC

conditi MC ben fattori;
o perdita di ω_0 e C
(LC), le perdite

Seo caso, R_p dB
o conduttanze piccole

• otteniamo

Facciamo sparire
potenza su
qual'ora
nell'operazione

$$\bar{I}_{out} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0} \omega_0 C R_p - j\frac{\omega_0}{\omega} \frac{R_p}{\omega_0 L}}$$

potenza
potenza
potenza

diviso e moltiplico per ω

$$P_{perdite} = \sqrt{\frac{1}{R_p}} = \frac{\bar{V}^2}{R_p}$$

- infine

$$\frac{\bar{I}_{out}}{\bar{I}_{in}} = H(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{1}{1 + jQ_p \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = H(\omega)$$

• Funzione di trasferimento di un RLC
Risoluzione

con

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_p^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

Re Im

Per risposta in ampiezza, solo modulo

e

$$\varphi(\omega) = -\arctan \left[Q_p \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

- seguono andamenti della risposta in ampiezza e risposta in fase

$\arctan \left(\frac{y}{x} \right)$, cambio segno argomento

$\frac{\omega}{\omega_0}$, normalizzo punto rispetto ad ω_0 , ma ω_0 in funzione di L e C, rispetto gli argomenti in funzione di.

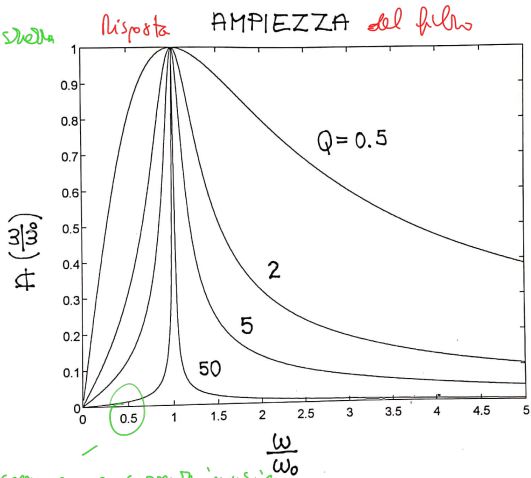
• risposta in frequenza varia QP

RLC è un Passobanda

Se Q incrementa, l'ampiezza è più stretta, filtro più selettivo

RISONANZA

Q basso, l'ampiezza è più larga



es. con $Q = 50$,

ad $\frac{\omega}{\omega_0} = 0.5$ ancora poca corrente in uscita.

$\omega \ll \omega_0$

poi cresce molto in risonanza, e decresce quando $\omega > \omega_0$

Filtri a Q minimo. Dovuto
Altera tutto anche
la Q , che
ne è la stabilità

Se $Q = 50$, cambia
rapidamente l'ampiezza,
cambia rapidamente
fase con ω

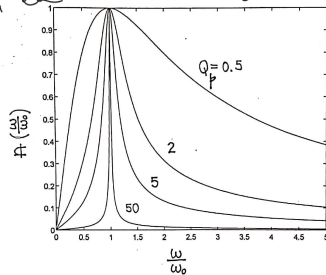
La selettività
del filtro dipende
da Q

Cresce Q diminuisce
il BW del filtro
più selettivo

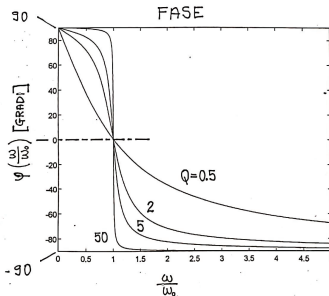
- RISONANZA -

Fattore di qualità determina la larghezza di banda del mio filtro, la

più alto Q ,
più rapido
è lo spostamento
in ω_0



$$\text{Banda a } 3\text{dB} = \frac{\omega_0}{Q}$$



Q basso, forse
passa tra 90° e -90°
lentamente

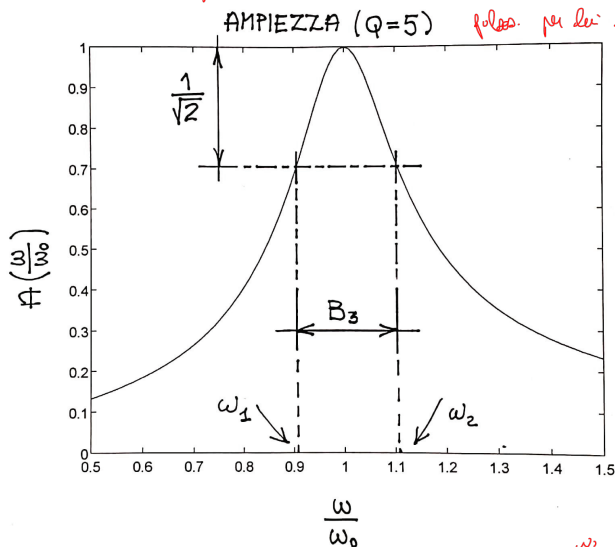
$\omega \rightarrow 0$ for $+90^\circ$
 $\omega \rightarrow \infty$ -90°

Filtro selettivo:
notos. 4. for
più veloce

notos. for sta noia
a frequenze alte.

- si tratta di un filtro passa banda la cui selettività cresce se cresce Q_p

Definiamo la banda passante a 3dB



valore per cui l'ampiezza è al -30% di quella max

Definisco

Ampiezza nominale è a $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ e vale 1

- banda passante a -3 dB: $B_3 = \omega_2 - \omega_1$: per $Q \gg 1$ si ha $\frac{1}{\sqrt{2}} A_{max}$

Prevedo pulsazioni la cui ampiezza è ridotta del 30% rispetto all'ampiezza Max

$$B_3 \simeq \frac{\omega_0}{Q_p}$$

Banda passante a 3 dB

per $Q > 9$

- deriva dal fatto che $\omega_1 \simeq \omega_0(1 - 1/(2Q_p))$ e

$$\omega_2 \simeq \omega_0(1 + 1/(2Q_p))$$

- il fattore di qualità Q_p e' quindi un indice della selettività' del filtro

$$\omega_1 \simeq \omega_0 - \frac{\omega_0}{2Q_p}$$

$$\omega_2 \simeq \omega_0 + \frac{\omega_0}{2Q_p}$$

compensazione non simmetrica
simmetria migliore
quanto cresce Q

Banda passante, che è inversamente proporzionale al fattore di qualità

Filtri Passo Basso Q molto alti.

Q alto = prodotto Basso

$$\bar{I}_L = \bar{V} \frac{-j}{\omega_0 L}, \quad \bar{V} = R_p \cdot \bar{I} = -j \frac{R_p \bar{I}}{\omega_0 L}$$

Cosa succede al ω_0 ?

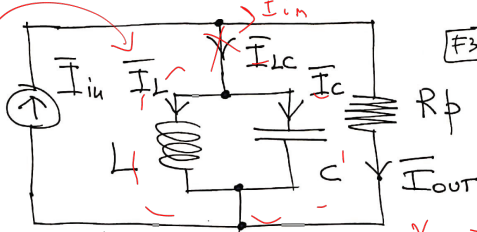
$$H(\omega_0) = 1 \quad \varphi(\omega_0) = 0$$

• comportamento alla pulsazione di risonanza

Siamo ad ω_0

quest'ora del gruppo

$$Y_C + Y_L$$



→ tutta la corrente che sta il gen. in ingresso, va nel resistor di uscita

$$A(\omega_0) = 1$$

$$U(\omega_0) = 0$$

$$Y_{LC} = 0, \text{ resistenza } \infty$$

A puls. di RISONANZA, LC || sono un circuito aperto

ad ω_0 , LC u sono circuiti aperti

- si ha $H(\omega_0) = 1$, cioè $A(\omega_0) = 1$ e $\varphi(\omega_0) = 0$, quindi $\bar{I}_{out} = \bar{I}_{in}$
- a $\omega = \omega_0$, L e C si bilanciano: sono nel complesso un circuito aperto dato che $\bar{Y}_{LC} = j\omega_0 C - j/(\omega_0 L) = 0$, quindi $\bar{I}_{LC} = 0$

$$\text{col esatto } \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

- cio' nonostante, le correnti $\bar{I}_L$ e $\bar{I}_C$ non sono nulle; anzi, se Q_p e' elevato, si ha una circolazione di corrente di intensita' elevata nella maglia L - C

Scaudio energetico molto forte tra L e C

- in effetti si ha $\bar{I}_C = \bar{V} j\omega_0 C = R_p j\omega_0 C \bar{I}_{in}$ quindi

$$\bar{V} = \bar{I}_{in} \cdot R_p$$

$$\bar{I}_C = jQ_p \bar{I}_{in}$$

potenza 30°

analogamente

Se $\bar{I}_{in} = 1$, $Q = 50$, $\bar{I}_C = 50 \bar{I}_{in}$

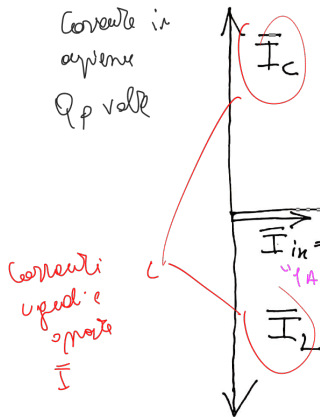
$$\bar{I}_L = -jQ_p \bar{I}_{in}$$

tutta la corrente in risonanza che da il generatore finisce nell'uscita
 $i_{LC} = 0$, $\bar{Y}_{LC} = 0$
 ma $i_L = -i_C$, allora

- il diagramma fasoriale alla risonanza e' riportato nella figura che segue

Dimostrare che c'è elevato interesse di corrente

*Scambio energetico forte tra L e C
 $\bar{I}_{in} = \bar{I}_{out}$,
 ma nella maglia...
 corrente prop
 a Q*



- Tutta la corrente del gen va ad R_p , ma tra L e C c'è un circol. di corrente di "pendenza" elevata



$$\bar{V} = \bar{I}_{in} \cdot R_p$$

② Il fattore di qualità ci dice quanto è grande la corrente nel gruppo LC rispetto a quella d'ingresso

- alla pulsazione di risonanza la corrente in L e in C e' Q_p volte la corrente di ingresso in un RLC parallelo

Q_p ci dice anche quante volte è più grande la corrente su L o C rispetto all'ingresso

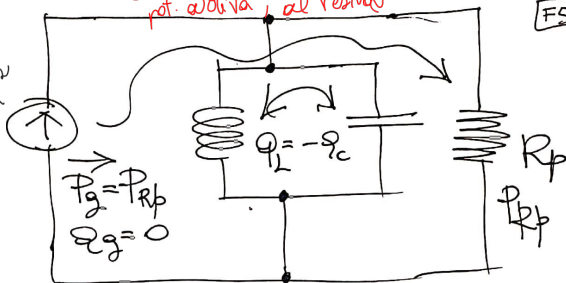
• Bilancio energetico alla risonanza

3° significato del fatto qd'è

generazione energia
pot. attiva, al resistore

FS

La potenza
reattiva si
cancella tra
loro



Siamo ad ω_0

$$Q_C = -\frac{1}{2} X_L I_{u_2}^2$$

$$Q_L = \frac{1}{2} X_L I_{u_2}^2$$

$$Q_L = -Q_C$$

- Per $\omega = \omega_0$ si ha $Q_L = -Q_C$ per cui il generatore eroga solo la potenza attiva assorbita da R_p

pot. attiva e reattiva si bilanciano

$$Q_L = \frac{1}{2} X_L I_{u_2}^2$$

$$Q_C = -\frac{1}{2} X_L I_{u_2}^2$$

- si può dimostrare che per $\omega = \omega_0$ si ha

capacità tra loro

$$2 E_C^{media}$$

Pot. attiva fornita
dal R_p

$$Q_p = \omega_0 \frac{E_C^{media} + E_L^{media}}{P_{R_p}}$$

pot. media assorbita da R_p

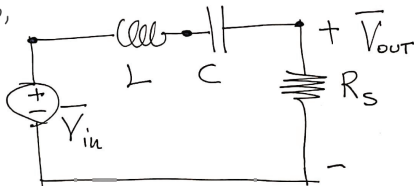
Considerazione da potenza reattiva
per avere campo magnetico induttore
nel proprio non porta corrente
degli L e C si sono bilanciati
molta energia

dove le medie sono calcolate su un periodo $T_0 = 2\pi/\omega_0$.

Generatore solo passivo ad hf ma l'energia scambiata fra L e C e
Qp vale la potenza attiva non deve generare perdite

● Circuito risonante serie

Q) Circuito a serie LC: filtro,
 oppure delle componenti nella
 maglia LC o tensioni nel
 gruppo LC (S) rispetto a
 I_{in} o $\bar{V}_{in}$, e dopo
 a quanto energia si scambiano
 LC rispetto alla P. attiva



Q_s db, R_s basso

● valgono considerazioni perfettamente duali. Si ha

$$Q_s = \frac{\omega_0 L}{R_s}$$

$$1V = \frac{\bar{V}_{out}}{\bar{V}_{in}} = H(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{1}{1 + jQ_s \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

ad ω_0
 LC si cancellano
 tra loro, sono
 in C.C.

$$\bar{Z}_{LC} = 0,$$

e resta la tensione
 che applico, finisco
 nel resistore R_s

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_s^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan \left[Q_s \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

$$Q_s = \frac{\omega_0 L}{R_s} = \frac{1}{\omega_0 C R_s}$$

Relazione duale

• Sul CC
 in Risonanza
 le tensioni si cancellano
 ma sono molto
 alte, con Q
 nella V_{in} scala
 energia molto forte
 tra LC

risposta egressa parabola ideale

gradino e parabola ideale

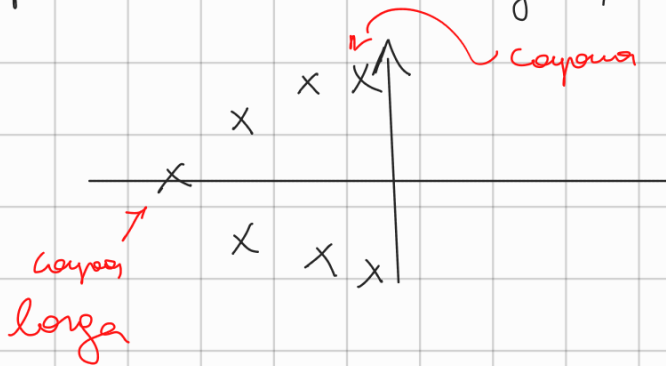


fillo parabola del suo ordine.
se vegeio. Per discesa più
ripida, fillo n.c. gradui

uso zero, sovrapposizione
di varie risposte in
egressa,

e per accelerare discesa velocissima uso una coppia a qp elevatissimo,
dove i poli sono molto vicini all'asse imag.

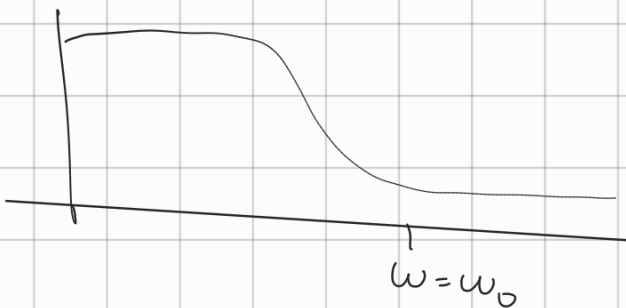
poli vicini one imag, qp alto, coppia ripida



coppia ripida, risorse con circuito
opportuno e sommato
sovrapposizione le risposte in
freq, nitro a riprodurre
l'andamento di un
parabola ideale

Se ho un polo reale negativo
(parabola 1° ordine)

(coppia RC RL, fillo



$H(\omega)$ e in fase e

la risposta in regime
stazionario

so essere prodotto

$H(s)$ e valutabile

sull'asse imag

Faccio $H(s)$, restringo s
all'asse imag e ne prendo
il modulo, ho $A(\omega)$

$$G(s) = \frac{1}{s+1} = \frac{1}{1+j\omega}$$

se faccio il modulo = $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}$

so lo stesso, ho una coppia

cupola in zero, e' il riflesso di un polo reale negativo