

• Reti elettriche interconnessione di bipoli

BIPOLI = elementi a due MORSETTI / a due terminali; anch'esse rappresentabili con una scatola nera

• Consideriamo inizialmente circuiti e reti elettriche ottenute interconnettendo BIPOLI, cioè elementi elettrici a due morsetti (poli o terminali). P. es., R, L, C

Resistori, induttori, condensatori

usati per convertire ed altri elabor.

• piu' avanti, tripoli, quadripoli, n-poli. P. es., transistor, amplificatore operazionale

Creo una rete interconnettendo bipoli interconnezione di BIPOLI



velocità luce

$$\lambda = \frac{c}{\rho}$$



? $i(t)$

? $v(t)$

noi usiamo frequenze basse



• POTESSI DI

CIRCUITI A COSTANTI CONCENTRATE

Circuiti più piccoli allora lunghezza d'onda dei segnali presenti nel circuito

$$D_{MAX} \leq \frac{1}{20} \lambda \leftarrow$$

dim. max circuito più piccola di $\frac{1}{20} \lambda$

Dimensione massima di un circuito

Grandezze elettriche su un bipolo

Siamo interessati alle
Tensioni e correnti

- Interessano la tensione ai morsetti, la corrente che fluisce nel bipolo, la potenza elettrica e energia elettrica assorbita dal bipolo

- definizione di corrente elettrica

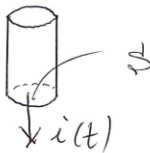
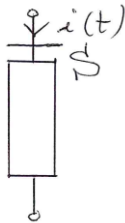
obliquo: tensione e corrente,
li concordiamo secondo una
convenzione, e da lì per via delle
potenza
assorbita,
energia

- scegliamo un verso di riferimento per la corrente indicandolo con una freccia. Consideriamo una sezione S su uno dei conduttori riportando la freccia.

verso: indicato con una freccia

energia assorbita in un
certo intervallo, forse
cioè bilanciata.

↓
Verso di
riferimento



- ① Fisso verso riferimento
- ② Considero la sezione del conduttore riportando la freccia

Dato un bipolo e un verso di riferimento;

• L'intensità di corrente all'istante t è data da

che deriva
carica che fluisce nello verso
concorda con grandezza scalare algebrica

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q(t)}{\Delta t}$$

derivata rispetto al tempo della carica che attraversa S nel verso indicato

dove $\Delta q(t)$ è la carica che attraversa S in Δt concordemente con il verso indicato *fissato*. *Fisso il verso, valuto in un intervallo di tempo la carica che passa concordemente con quel verso, faccio il limite*

tra un segno (+, -, 0)

• $i(t)$ è una **grandezza scalare e algebrica (con segno)**

concorda con il moto di elettroni ma spesso si usano ioni

algebrica $\Leftrightarrow$

con segno, +, -, o anche zero

• se la corrente è dovuta p. es. al moto di cariche positive (ioni) e

il segno di $i(t)$ è positivo

tipicamente corrente dovuta al moto di elettroni

es. risale a circuiti e prove

+ $\Rightarrow$ verso del moto delle cariche positive è concorde con la freccia

val dire che

$$i(t = 1 \text{ sec}) = +3 \text{ Ampere}$$

allora il verso del moto delle cariche (**verso vero della corrente**)

è concorde con la freccia. Se il segno è negativo

con il riferimento

verso di riferimento e verso reale coincidono

verso di riferimento $\neq$ e verso reale non concorde

$$i(t = 2) = -4$$

verso reale corrente = verso di riferimento

allora il moto delle cariche è discorde con la freccia

- Il verso di riferimento di $i(t)$ ^{che diventa arbitrario} e fissato ad arbitrio. Verso di riferimento di $i(t)$ e segno di $i(t)$ ^{coefficiente} permettono di determinare verso effettivo di moto delle cariche (verso vero della corrente) ^{verso di riferimento} + ^{segno} $\Rightarrow$ ^{segno vero}

NON PUÒ ESSERE CONSENTITO SE NON MO
STABILITO UN VERSO di riferimento

es. fisica $\xrightarrow{\text{vel (+)}}$

velocità grandezza scalare e algebraica, può essere positivo o neg.
in base al verso

Studio moto della particella, purtroppo non so verso segno, lo fisso

arbitrario, poi risolve l'esercizio e vedo il
vero verso

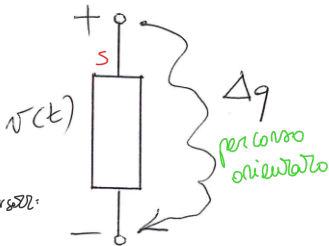
Verso vero: Verso EFFETTIVO delle cariche

verso riferimento corrente: freccia
verso r.f. Tensione: morsetto + e -

• definizione di tensione (differenza di potenziale)

- scegliamo un **verso di riferimento** per la tensione indicando con + uno dei morsetti e con - l'altro. Scegliamo un percorso che collega + a - e lo orientiamo da + verso -. Sia Δq una carica elettrica infinitesima che si muove lungo il percorso orientato

Δq = carica ^{infinitesima} che attraversa S in dt



e valutiamo il lavoro compiuto sul corpo elettronico
carica infinitesima per cui ottenere il corpo elettronico presente

- 1) scelto verso morsetti
- 2) preso percorso che collega i 2 morsetti
- 3) oriento percorso dal + al -
- 4) faccio muovere carica infinitesima lungo percorso

VALUTO LAVORO COMPIUTO dalla

• La tensione all'istante t e' data da

FORZE del CAMPO ELETTRICO su questa carica

ΔL = lavoro compiuto dalla forza del campo elettrico su questa carica
Su Δq

$$v(t) = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{\Delta q}$$

dove ΔL e' il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico su Δq lungo il percorso orientato, $\Rightarrow$ *potendo muovere Δq lungo il percorso del + al meno*

(Campo e' conservativo, posso calcolare percorso, la definizione di V e' indipendente dal percorso)

- $v(t)$ e' una grandezza scalare e algebrica (con segno)

ha un segno

- se il segno di $v(t)$ e' positivo

risultato positivo e know

$$v(t = 1 \text{ sec}) = +4 \text{ Volt} \leftarrow$$

verso vero della Tensione

allora il morsetto segnato con $+$ si trova a potenziale piu' alto rispetto a quello segnato con $-$. Accade il contrario se il segno di $v(t)$ e' negativo

$$v(t = 2) = -5$$

morsetto $+$ e' a $-5V$ rispetto al morsetto segnato con $-$

① Fisso verso riferimento

② risultato zero

③ know segno

④ Determino verso verso della Tensione



$-5V$
allora

morsetto $-$ ha potenziale piu' alto rispetto a $+$

- Il verso di riferimento di $v(t)$ e' fissato ad arbitrio. Verso di riferimento di $v(t)$ e segno di $v(t)$ permettono di determinare quale dei due morsetti si trova a potenziale piu' alto all'istante t (verso vero della tensione)

Non c'e' tensione se non definisco
prima un verso di riferimento



Come condiziono i versi di tensione e corrente?

Come condiziono VERSO TENSIONE e CORRENTE

Versi coordinati per tensione e corrente

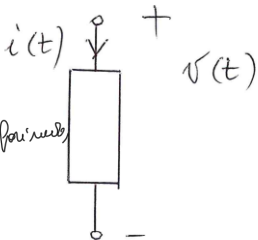
CONVENZIONE per i segni della corrente

- **convenzione degli utilizzatori:** fissato il verso di riferimento di $v(t)$, il verso di riferimento di $i(t)$ e' tale che $i(t)$ entra dal morsetto + ed esce dal morsetto -

① Fisso verso di $v(t)$

② $i(t)$, corrente entra da +, esce con -

Dei possibili 2i versi di riferimento, dei due nulla a che fare con versi veri



Corrente entra dal + ed esce dal meno
Secondo verso di riferimento, il verso vero, both

Corrente la ritengo positiva se entra da + e lascia da meno

UTILIZZATORE perché, alla fisica, se faccio $v(t) \cdot i(t)$ secondo questa convenzione (PASSIVE CONVENTION) $p(t)$ è la POTENZA ASSORBITA dal componente e perché sto usando convenzioni unificate.

Dof.

prodotto v.i secondo questa convenzione

- potenza elettrica assorbita dal bipolo a t

POTENZA
ISTANTANEA

$p(t)$ può essere positiva o negativa

$$p(t) = v(t)i(t) \text{ Watt}$$

Se con potenza el. è positiva, è assorbita. Se è negativa, è erogata

$p(t)$ può essere variabile (t)

- erogata (Forn -)

- energia elettrica assorbita dal bipolo in dt

intervallo infinitesimo

$$dw(t) = p(t)dt = v(t)i(t)dt \text{ Joule}$$

intervallo di tempo

Se MOLTIPLICO per istantanea per un intervallo di tempo, ho dimensionamento in ENERGIA

- energia elettrica assorbita dal bipolo nell'intervallo di tempo

infinitesimo (dt)

$[t_a, t_b]$

$p(t)$ e $v(t)$ sono grandezze algebriche

$$\int_{t_a}^{t_b} p(t)dt = \int_{t_a}^{t_b} dw(t) = \int_{t_a}^{t_b} v(t)i(t)dt \text{ Joule}$$

equivale: qual'è l'area di v e i

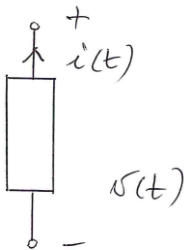
energia elettrica assorbita (perché utilizzatore) in intervallo di tempo $[t_a, t_b]$

Energia Ass. Positiva : bipolo sta assorbendo energia, altrimenti sta dando energia

Vale, ora fare l'analisi delle potenze elettriche ^{ENCLIPTE} di circuiti

- convenzione dei generatori: fissato il verso di riferimento di $v(t)$, il verso di riferimento di $i(t)$ e' tale che $i(t)$ entra dal morsetto - ed esce dal morsetto +

verso corrente del
- verso il +
per convenzione



convenzione entrata dal
meno e esce
dal +

prodotto tra $v(t)$ e $i(t)$ con conv. generatori

- potenza elettrica erogata dal bipolo a t

$$p(t) = v(t)i(t) \text{ Watt}$$

Se positivo, il bipolo sta erogando potenza, se negativo sta assorbendo pot. el.

- energia elettrica erogata dal bipolo in dt

$$P = \frac{dw(t)}{dt}$$

$$V = \frac{dw}{dq} \quad T = \frac{dq}{dt}$$

velocità di cambiamento o crescita di energia nel tempo
↑
energia al secondo

faccio prodotto per intervallo di tempo e trovo energia el. erogata in J

es. batteria eroga 0,1 J in un intervallo inf. di tempo

- energia elettrica erogata dal bipolo nell'intervallo di tempo $[t_a, t_b]$

$$\int_{t_a}^{t_b} p(t)dt = \int_{t_a}^{t_b} v(t)i(t)dt \text{ Joule}$$

intervallo di tempo finito

Se voglio pot/energia erogata, uso convenzione util. derivati per erogato uso conv. generatori.

* OGNI BIPOLO STABILISCE UN SOLO LEGAME TRA V e I

Relas. costitutiva = legge tra i e V
• Relazione costitutiva di un bipolo. Un legame che il bipolo stabilisce fra tensione e corrente

legge che caratterizza completamente il comportamento d. di un bipolo
• e' la legge che caratterizza completamente il comportamento elettrico del bipolo all'interno di un circuito

Ci basta sapere il legame tra V e i
Se ho la legge costitutiva so tutto, come funziona fisicamente

• per parlare di relazione costitutiva bisogna prima stabilire un riferimento elettrico ^{sul} per il bipolo, scegliendo un verso di riferimento per corrente e tensione, e poi scegliere la convenzione degli utilizzatori o generatori

riferimento elettrico: verso dir. rif. per corrente e tensione

Segue RELAZIONE COSTITUTIVA DIPENDE DA CONVENZIONE
• ad esempio, un resistore ha come relazione costitutiva

$v(t) = Ri(t)$ (Legge di Ohm) se usiamo la convenzione degli utilizzatori, mentre si ha $v(t) = -Ri(t)$ se si usa la convenzione dei generatori

Segue dipende dalla convenzione che usiamo

Relas. costitutiva di un resistore

$$V(t) = -Ri(t) \text{ legge per generatori}$$

$$V(t) = Ri(t) \text{ legge ohm per utilizzatori}$$

Bipoli passivi o attivi

Classifichiamo i bipoli attivi e passivi

Classifichiamo i bipoli

Passivi: non hanno al loro interno una fonte di energia, non possono dare al circuito più energia di quella che hanno assorbito.

Def: Usiamo la convenzione degli utilizzatori. Un bipolo si dice passivo se l'energia elettronica dell'intervallo $-\infty, t$ è ≥ 0

energia elettrica

ENERGIA COMPLESSIVA ASSORBITA dal BIPOLO

$$W(t) = \int_{-\infty}^t p(t') dt' = \int_{-\infty}^t v(t') i(t') dt' \geq 0 \rightarrow \text{energia elettrica} \geq 0, \text{ assorbita}$$

Con convenzione stil.

a volte sono positive
a volte negative

positivo = sta assorbendo energia
negativo = sta dando energia al circuito

Esperimento fatto

per ogni t e per ogni possibile esperimento che facciamo con il bipolo. Con $-\infty$ si indica l'istante in cui viene fabbricato il bipolo

Bipolo può erogare energia, ma non può restituirla

se per un t nel capitolo ho dato più energia rispetto a quella assorbita, non è passivo

• Intuitivamente, l'energia complessivamente erogata dal bipolo al circuito a cui è collegato non può mai superare quella precedentemente assorbita

bipolo passivo non significa solo che assorbe energia elettrica può anche restituirla al circuito (condensatore) ma l'energia al. che eroga al circuito non è maggiore di quella che assorbe

• attenzione, per un condensatore C ci sono in generale intervalli di tempo in cui l'energia è assorbita (C si carica), ed altri in cui l'energia è invece erogata (C si scarica dando indietro energia al circuito)

l'energia complessivamente assorbita è $\geq$ dell'energia compless. erogata

Se T un solo esperimento per cui $v(t)$ è negativa... allora bipolo è attivo

Per cui che in t_1 per un solo esperimento

- se non vale la relazione precedente, allora il bipolo si dice attivo

ha erogato più energia
di quella prod. assorbita



Se è positivo per $w(t)$ per un solo esperimento, non posso dire nulla
dove: solo 1 esperimento

- un bipolo attivo ha al suo interno una **sorgente di energia** (pila, alimentatore)

Passivi: oggetti che al loro interno non hanno una
sorgente di energia, non possono dare
energia elettrica al circuito se non
quella che hanno assorbito prima

L'energia che fornisce il Bipolo Passivo non
superava l'energia che ha assorbito nel
tempo, *precedente*

Bipolo attivo: bipolo che può fornire al circuito più energia di quella ricevuta
compensamente *assorbita*

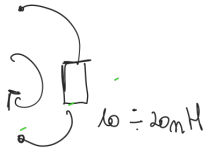
Resistive assorbe sempre, con conversione utiliss. $p(t)$ sempre positivo

Resistore ideale

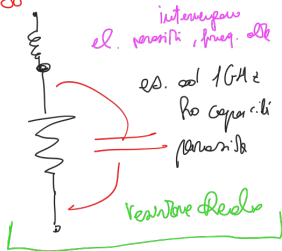
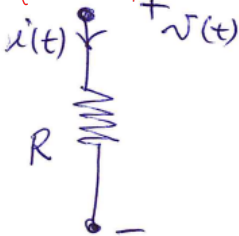
ELEMENTO NON
CONSERVATIVO

valle legge Ohm

el. dissipativo



Ideale perché non ci sono elementi
parassiti, vale la legge di Ohm



$R =$ quanto difficile per un costruttore
porre del resistore

- Convenzione utilizzatori. Relazione costitutiva (legge di Ohm)

elemento dissipativo, relaz. interazione tra v e i

$$v(t) = Ri(t)$$

$G =$ quanto facilissimo
il resistore faccia
passare corrente

con R resistenza in Ohm. Oppure

$$i(t) = \left(\frac{1}{R} \right) v(t)$$

G

$$i(t) = Gv(t)$$

$$G = \frac{1}{R}$$

con G conduttanza in Ohm⁻¹

- Potenza elettrica assorbita

con conv. 100%

$$p(t) = v(t)i(t) = \boxed{Ri^2(t)} = \boxed{Gv^2(t)} \text{ Watt}$$

Potenza dissipata

o usata
condensatore

o Effetto Joule

$$V(t) = Ri(t)$$

$$V(t) = i(t)R$$

$$i(t) = G V(t)$$

$$p(t) = v(t) G v(t) = v^2(t) G \text{ Watt}$$

- Energia elettrica assorbita in dt
intervallo

$$\underline{dw(t)} = v(t)i(t)dt = Ri^2(t)dt = Gv^2(t)dt \text{ Joule}$$

Verifica

- Passività

verifichiamo $w(t) = \int_{-\infty}^t p(t') dt' \geq 0$

se è positivo o no

energia elettrica
accumulata
sintetizzata fino
all'istante t

$$\begin{aligned} W(t) &= \int_{-\infty}^t p(t') dt' = \int_{-\infty}^t v(t') i(t') dt' \\ &= \int_{-\infty}^t \boxed{Ri^2(t')} dt' = \int_{-\infty}^t \boxed{Gv^2(t')} dt' \geq 0 \end{aligned}$$

R è una costante

da energia
al circuito, e allora
?

Esistono
resistori
passivi...

Resistenza
negativa, con un INIC

- un resistore ideale è passivo se e solo se $R \geq 0$ o $G \geq 0$

assorbe sempre

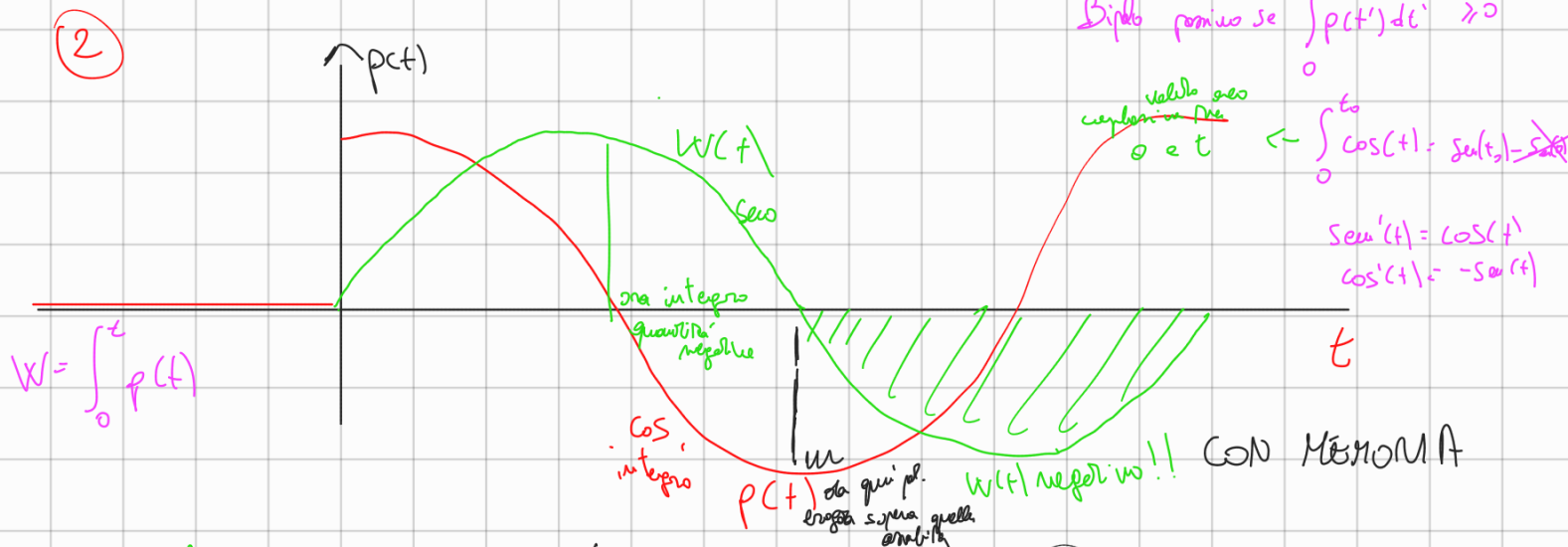


ho un bipolo, converzione degli utilizzatori
 all'ora in bipolo, sappiamo $v(t)$ e $i(t)$
 lo trovate $v(t)$ e $i(t)$, e la potenza e



al tempo $t = -\infty$ (1) $p(t) = v(t)i(t) = \sin(t)$, $t \geq 0$
 fino a 0 (2) $p(t) = v(t)i(t) = \cos(t)$, $t \geq 0$

Bipolo passivo se $\int_0^t p(t') dt' \geq 0$



Conclusione: Si conclude che il caso (2) è sicuramente

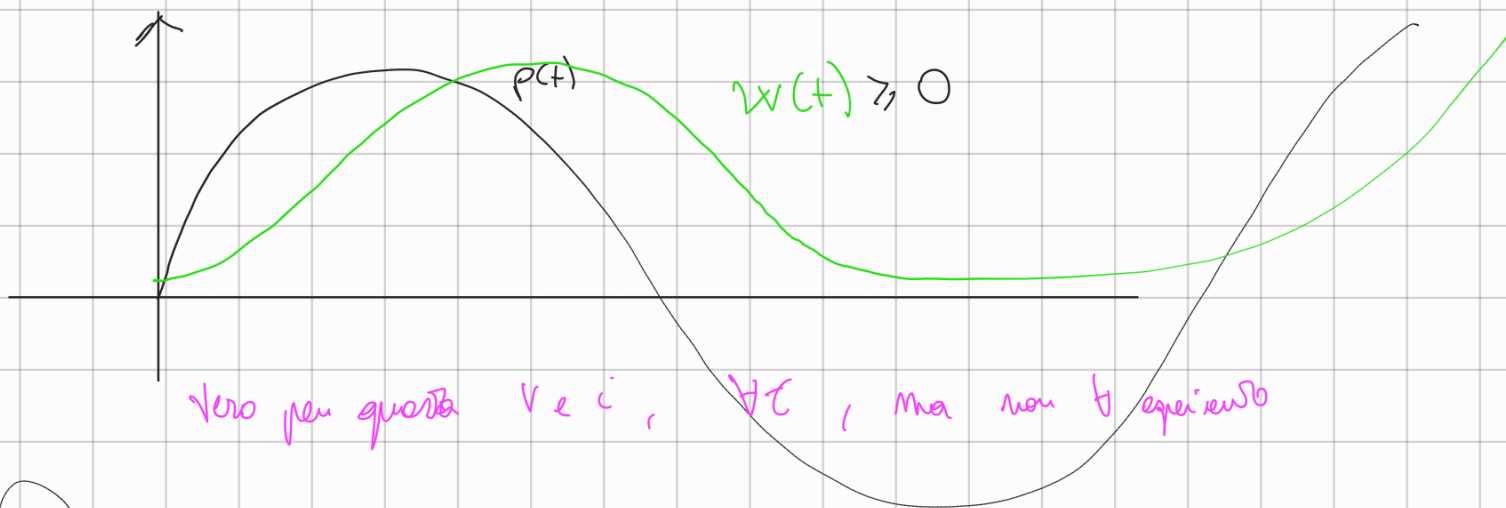
attivo, $W(t)$ negativa per un t
 c'è almeno un sapere negativo

ho trovato un esperimento o un t per cui $W(t)$ è negativo

Caso (1)

$$\int_0^t \sin(t') dt' = -\cos(t') + \cos(0) = 1$$

Sempre ≥ 0



Vero per questa v e i , $W(t)$, ma non è esperimento

(1) in questo esperimento $W(t)$ è ≥ 0 , ma solo per questo esperimento l'integrale è ≥ 0 .
 non posso concludere se è passivo o attivo.

Risolvere ANALITICAMENTE

ed. rinvio pseudo per aumento di tensione
 e corrente, invece.
 uso melos. costruttiva

vs. cambio
 applicata, non
 se se
 rimane passivo

- un resistore ideale e' un elemento adinamico (senza memoria).
- C'e' un legame istantaneo fra $v(t)$ e $i(t)$

Resistenza piccola

- Casi particolari. Corto circuito (c.c.): $R = 0 \text{ Ohm}$. Relazione costitutiva

qualunque corrente ci passa,
la tensione e' 0

è una relaz. cost

$$v(t) = 0$$

qualunque sia $i(t)$

in un CC ci passa liberamente corrente

caso v. zero

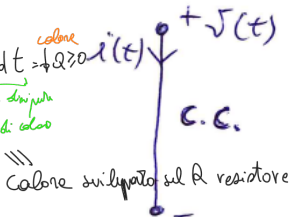
$$R i(t) = 0 \quad \forall i$$

qualunque corrente ci passa,
la Tensione e' necess. 0

dW
energia elettrica
assorbita dal
resistore in
intervallo dt

$$dW = p(t) dt = \underbrace{R i^2(t)}_{\substack{\text{energia dissipata} \\ \text{ sotto forma di calore}}} dt$$

calore



Resistore negativo si realizza con I/VIC
fornisce energia elettrica

resistenza nulla

- Circuito aperto (c.a.): $G = 0$ Ohm. Relazione costitutiva

$R \rightarrow + \infty$

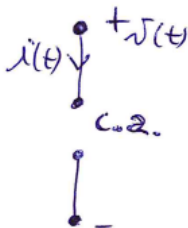
$$i(t) = 0$$

$$\forall v(t)$$

resistenza totale
grande che impedisce
il passaggio di corrente

qualunque sia $v(t)$

corrente 0 $\forall$ sia
la tensione a' inversa.



no interruzione
elettrica

in un interruttore
non si dissipa
mai niente



interruttore ideale

- Interruttore ideale. E' un c.c. negli intervalli di tempo in cui e' chiuso e un c.a. in quelli in cui e' aperto

non si assorbe energia el. in c.c. o c.a.

pot. ist. ass. e' 0

$$\int_0^t R i^2(t) dt = 0$$

in c.c. e c.a.

- c.c., c.a., e interruttore ideale sono elementi **inerti**. Si ha $p(t) = 0$ per ogni t e quindi non partecipano agli scambi energetici

• Energetica di un resistore passivo

RESISTORE = COMPLET, IRREVERSIBILE

• Sia $R > 0$. L'energia elettrica assorbita da R in dt coincide con l'energia dissipata su R sotto forma di calore per effetto Joule. Si ha

applio l'espressione di corrente
passa una corrente, calcolo
 $Ri^2(t)$, moltiplico per
 dt

$\rightarrow$ Brown $dQ \geq 0$, lui sviluppa calore per effetto Joule

$$dw = Ri^2(t)dt = Gv^2(t)dt = dQ \geq 0$$

PC+1

R assorbe potenza

• ELEMENTO NON CONSERVATIVO
= PURE DISSIPATIVO

dove dQ e' il calore sviluppato

Resistore dissipa energia el sotto forma di calore, che non riprende più

• un resistore passivo e' un puro dissipatore

elemento NON CONSERVATIVO e PURO DISSIPATIVO

tutta l'energia
el. assorbita viene
dissipata

R trasforma pt elettrica, energia e la dissipa sotto forma di calore

• trasforma tutta l'energia elettrica assorbita dw istantaneamente e integralmente in calore dQ (o in altre forme di energia non elettrica) che vengono dissipate per conversione con l'aria

$$dw = dQ$$

Trasform. da energia elettrica in calore, e' irreversibile

• taie trasformazione e' irreversibile (R non e' capace di effettuare la trasformazione inversa)

Se scordo una resistenza, non posso

trasformare il calore in energia el.

• dQ e' energia che esce definitivamente dal circuito.

l' non e' recuperabile

Resistore non restituisce corrente

energia che non riprende più
calore, trasforma energia elettrica in sotto forma di energia non elettrica

Condensatore Ideale elemento conservativo

Modello ideale

- Relazione costitutiva (convenzione degli utilizzatori)

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{carica elettrica in un tempo } dt$$

Capacità C in Farad

relazione fisica

$$q(t) = C v(t)$$

$$q(t) = C v(t)$$

$v(t)$ tensione sulle armature

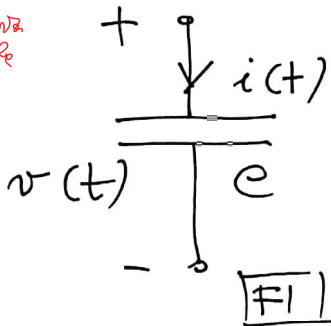
Relazione tra carica e Tensione

con $q(t)$ carica sulle armature all'istante t e C capacità in Farad del condensatore

condensatore
separazione
di cariche

su un'armatura, cariche di un segno, sull'altra, cariche di segno opposto

Condensatore reale, si comporta
similmente a quello ideale



Conservazione dell'energia

$$q(t) = C v(t)$$

$$i = \frac{dq(t)}{dt} \quad \int_0^t i(t) dt = q(t)$$

$$\frac{q(t)}{dt} = \frac{d(C v(t))}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

relazione costitutiva controllata in tensione (forma differenziale)

ho C , deriv V ,
trovo i

converso.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \overset{\text{Costante}}{C} \frac{dv(t)}{dt}$$

Condensatore: separazione
di cariche

Leggere in forma differenziale

controllata in tensione

perché $v(t)$ è la grandezza indep. se ho V , trovo i

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$v(t)$ è la grandezza indipendente

• Relazione costitutiva controllata in corrente (forma integrale)

integrare

$$\int_0^t i(t') dt' =$$

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t') dt'$$

Se vogliamo trovare $v(t)$ $v(0)$ stato iniziale
lo stato del condensatore da $t_0 = 0$
 $v(t_0)$ stato iniziale

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t') dt'$$

→ corrente da fornire nel min c.

→ RAPPR. CONTROLLATA
IN CORRENTE

ma devo conoscere anche $v(t_0)$
se voglio conoscere $v(t)$

V variabile di stato
Se conosco quella posso conoscere l'evoluzione del sistema

$v(t)$ o $q(t)$ variabile di STATO del nostro CONDENSATORE

• $v(t)$ (oppure $q(t)$) è detta variabile di stato di C ; $v(0)$ (oppure $q(0)$) è lo stato iniziale

conoscere $v(t) =$ conoscere lo stato energetico
Se conosco i , non conosco lo stato en.

meglio sapere la tensione che la corrente
 $v(t)$ è la variabile di stato, non i

V ha anche privilegio di rispetto ad i

• C è un elemento con memoria: per conoscere $v(t)$ devo conoscere lo stato iniziale $v(0)$ e anche tutto l'andamento di $i(t)$ fra 0 e t

$v(t)$ e $i(t)$ non sono legati direttamente

• $V(t)$ tiene in memoria tutto l'andamento della corrente da t_0 a $t \in \left(\int_{t_0}^t i(t') \right)$ el. con Memoria

Se conosco $q(t)$ o $V(t)$ conosco lo stato energetico del condensatore, cioè l'energia contenuta nel condensatore

riprendere **Energetica del condensatore ideale** *dal punto di vista energetico: come si comporta un C ideale?*

da esam... differenziale = derivata dello stato (energia)

- La potenza istantanea assorbita vale *convertire*

$$dw = dE_C = \frac{1}{2} C v^2(t)$$

$$p(t) = v(t)i(t) = v(t)C \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C v^2(t) \right) = \frac{d}{dt} E_C(t)$$

Energia del campo elettrico del condensatore della fisica

Campo elettrico tra 2 conduttori che ha un'energia $\frac{1}{2} C v^2(t)$

dove $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} v^2(t)$ *costante*

$= v(t)$ $E_C(t) = \frac{1}{2} C v^2(t)$ *Joule*

istanza per istante potenza istantanea coincide con E del campo elettrico del condensatore

Q accumulato ad una certa distanza, si crea un campo elettrico, ad esso è associabile un'energia di campo El. uguale a $\frac{1}{2} C v^2$

e' l'energia associata al campo elettrico di C. Quindi

$$p(t) = \frac{d}{dt} E_C(t)$$

istanza per istante la pot. assorbita dal C e' uguale all'energia del campo el. dal C

e se considero l'energia elettrica assorbita in dt

cioe' la potenza istantanea e' la derivata rispetto al tempo della energia del campo elettrico di C

$$dw = p(t) dt$$

Se voglio l'energia el. accumulata nel condensatore p(t) per un intervallo di tempo

- in termini differenziali

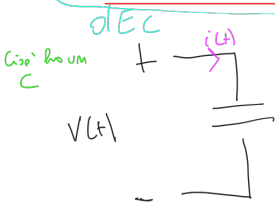
$$dw(t) = p(t)dt = dE_C(t) = d\left(\frac{1}{2}Cv^2(t)\right) \geq 0 \text{ oppure } \leq 0$$

Variazione di energia del campo elettrico del C

derivabile di $\frac{1}{2}Cv^2(t)$ = variazione di energia del campo el.

- l'energia elettrica dw assorbita da C in dt coincide con la variazione di energia del campo elettrico di C in dt

comportamento tipico di un el. conservativo



vedo entrare potenza al dai morsetti
• dt , e l'energia che vedo entrare

- tutta l'energia che entra viene immagazzinata sotto forma di energia del campo elettrico

E_{im} in un dt
Tensione aumenta, vedo entrare $dW = 1J$ che immag. sotto campo El

Processo REVERSIBILE, tensione diminuisce, dW viene respinto, (Energia campo elettrico si) diminuisce di $1J$, viene respinto

Elemento conservativo isolato al circuito energia per $2-1J$

dai morsetti entra potenza elettrica, $V(t)i(t)$

() tutta l'energia che entra viene immagazzinata sotto forma di energia del campo elettrico

un resistor tutta l'energia si dissipa in calore, mentre

$dW = 18$, la tensione sta crescendo. 18 viene immagazzinato come energia del campo elettrico.
 Se V diminuisce, dW diminuisce, es. di 18, viene ridotta indietro 18

• ne consegue che

– il condensatore ideale e' un elemento **conservativo**

(accumulatore perfetto)

– immagazzina sotto forma di energia del campo elettrico tutta l'energia elettrica assorbita

– la trasformazione da energia elettrica a energia del campo elettrico e' completamente **reversibile**, cioe' C e' capace di effettuare la trasformazione di energia elettrica in energia del campo elettrico ma anche la trasformazione inversa (carica e scarica di C); in particolare C e' capace di dare indietro al circuito tutta l'energia elettrica precedentemente assorbita

– C **non dissipa**; durante i processi di carica e scarica non si ha dissipazione di energia elettrica in calore

Perche' non si dissipa?

– l'energia elettrica assorbita resta confinata nel circuito

anche 18 e la mette tutto nel campo el

Perche' C non dissipa?

$$dW = dE_C(t)$$

→ si scarica poi il campo el. e lui ritorna 18

Se dissippasse

$$dW = dE_C + d\text{calore}$$

Se dissippasse anche 18, porta via sotto forma di calore e allora viene immag...

ma il bilancio e' nullo

$$dE_C(t) = d\left(\frac{1}{2} C v^2(t)\right) ! \text{ Conservativo}$$

è un campo conservativo
il campo elettrostatico

- in termini matematici

prende due punti e una carica, andando a
valutare il lavoro fatto dal
campo su una carica, esso è

$$dw = dE_C = d\left(\frac{1}{2} C v^2\right)$$

differenziale di $\frac{1}{2} C v^2$

indipendente dal percorso, ma dipende solo da potenziale finale e iniziale
significa che dw è un **differenziale esatto** (differenziale di una
funzione dello stato v)

→ e se faccio un percorso chiuso, il lavoro compiuto dal campo elettrico è 0, proprietà dei campi
conservativi
• analogo al lavoro ^{indifferente} compiuto dal campo elettrostatico (campo
conservativo) in fisica (cioè differenziale della funzione potenziale)

→ Succederà la stessa cosa con un condensatore

• Energia elettrica accumulata dal campo elettrico rimane confinata
nel circuito

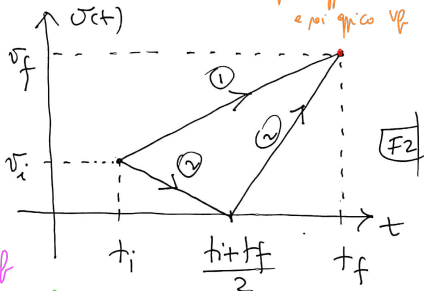
l'energia elettrica assorbita da un condensatore, non dipende dall'andamento della tensione, se parte da un valore v_i e si arriva, l'energia assorbita è:

• **Esempio.** Calcolare l'energia elettrica assorbita da C con $v(t)$ in figura nell'intervallo $[t_i, t_f]$ per i due diversi andamenti di $v(t)$ in figura

$v(t)$ tensione applicata da un generatore

parto applicando v_i a $t \geq t_i$
e poi applico v_f a $t = t_f$

arrivo a v_f con due percorsi diversi



voglio valutare l'energia el. assorbita da C lungo il percorso 2 il secondo

si prende solo v_i e v_f

[è un elemento conservativo, energia indipendente dal percorso] energia assorbita da C nell'intervallo lungo i percorsi?

• si ha

C è un elemento conservativo

è un diff. esatto

$$\begin{aligned}
 W_{[t_i, t_f]} &= \int_{t_i}^{t_f} p(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} v(t) i(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} dw = dE_C \quad \text{diff. esatto} \\
 &= \int_{t_i}^{t_f} dE_C = \underline{E_C(t_f) - E_C(t_i)} = \frac{1}{2} C v_f^2 - \frac{1}{2} C v_i^2 \quad \text{joule}
 \end{aligned}$$

energia finale - energia iniziale
indipendentemente dal percorso

- l'energia elettrica assorbita dipende solo da stato iniziale v_i e finale v_f ma non dall'andamento di $v(t)$ fra t_i e t_f e vale $\frac{1}{2} C v_f^2 - \frac{1}{2} C v_i^2$

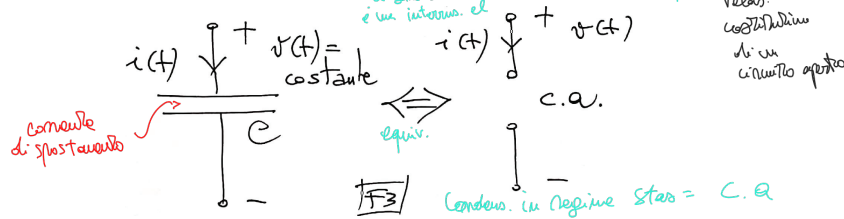
Come si comporta C?

- C in regime stazionario Tensione applicata costante

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

- Se $v(t) = \text{costante}$, $i(t) = 0$, quindi in regime stazionario C equivale a un circuito aperto (stessa relazione costitutiva)

ci sono 2 assunzioni ed una certa distanza, e un intervallo di tempo



Condens. in regime staz = C.a.

Tensione non costante? la corrente ci passa.

Es Tensione sinusoidale

$$v(t) = V_M \cos(\omega t) \quad i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = -C \omega V_M \sin(\omega t)$$

non c'è corrente di condens. ma corrente di spostamento

quando Tensione è costante non passa corrente
però delle correnti di spostamento dovute alla variazione del campo elettrico

Induttore Ideale

Caratterizzato
da induttanza

gli induttori reali diversi molto da quelli ideali
solo del comportamento

- Relazione costitutiva (convenzione degli utilizzatori)

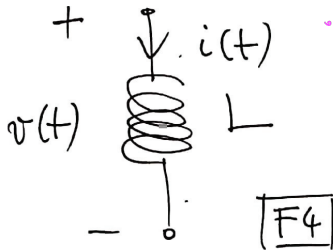
INDUTTANZA

flusso
concatenato
con l'induttore

$$\varphi(t) = Li(t)$$

però costante in un un
induttore

con $\varphi(t)$ flusso del campo di induzione magnetica concatenato con
l'avvolgimento all'istante t e L induttanza in Henry dell'induttore



• Non va in, però
corrente, si crea un
campo magnetico, che si
concatena con avvolgimento
solo se il flusso.

variabile di stato per l'evoluzione: tensione

var. stato induttore: corrente o flusso

conserv.

$i_c(t)$ e $v_L(t)$ non permettono di sapere lo stato energetico

● Relazione costitutiva controllata in tensione (forma differenziale)

Legge Faraday
Levi.

$$v(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

forza contro elettromotrice

$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$ ma C

$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v(t') dt'$

● Relazione costitutiva controllata in corrente (forma integrale)

$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

consente in f. della tensione

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v(t') dt'$$

variabile di stato è $i(t)$ di un induttore

con $i(0)$ corrente iniziale in L

Se conosco corrente, conosco lo stato energetico dell'induttore

● $i(t)$ (oppure $\varphi(t)$) e' detta variabile di stato di L ; $i(0)$ (oppure $\varphi(0)$) e' lo stato iniziale

o il flusso

Se abbiamo v di un induttore devo sapere $i(0)$ e v fin a t

Riassumo ciò che è successo da -8 a t_0

● L e' un elemento con memoria: per conoscere $i(t)$ devo conoscere lo stato iniziale $i(0)$ e anche tutto l'andamento di $v(t)$ fra 0 e t

Energia del campo magnetico dell'induttore

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

avendo la corrente posso sapere

Conoscere var. stato = Conoscere stato energetico

Energetica dell'induttore ideale

lo stato energetico

- La potenza istantanea assorbita vale

com. v(t) i(t)

$$p(t) = v(t)i(t) = i(t)L \frac{di(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) \right) = \frac{d}{dt} E_L(t)$$

Stato energetico
campo mag
induttore

dove

$$dW = p(t) dt$$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) \text{ Joule}$$

e' l'energia associata al campo magnetico di L. Quindi

$$\varphi = [A \cdot s]$$

$$p(t) = \frac{d}{dt} E_L(t) = \frac{d\varphi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

cioe' la potenza istantanea e' la derivata rispetto al tempo della
energia del campo magnetico di L

$$\varphi = Li \quad v = \frac{d\varphi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$
$$\varphi = [V \cdot s]$$

- in termini differenziali *l'energia*

$$dw(t) = p(t)dt = dE_L(t) = d\left(\frac{1}{2}Li^2(t)\right) \geq 0 \quad \text{oppure} \quad \leq 0$$

- l'energia elettrica dw assorbita da L in dt coincide con la variazione di energia del campo magnetico di L in dt

aumento corrente, assorbe come Joule, lo perde e lo mette nel campo magnetico

diminuisce la corrente, si scarica il campo magnetico, ^{→ si scarica di 1/2} e di 1/2 viene restituito tutto al circuito

Dici che se C è positiva, C è elemento passivo

$$W(t) = \int_{-\infty}^t p(t') dt' = \int_{-\infty}^t v(t') C \frac{dv(t')}{dt'} dt' \geq 0 \quad \text{se } C \geq 0 \quad \begin{matrix} \text{V} \\ \text{e} \\ \text{V} \end{matrix} \text{ e } \frac{dV}{dt}$$

$$= \int_{-\infty}^t dW = \int_{-\infty}^t dE_C \Rightarrow E_C(t) - E_C(-\infty)$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C V^2(t)$$

$$= \frac{1}{2} C V^2(t) - \frac{1}{2} C V^2(-\infty)$$

Se C è positivo

ci sono "magnetroni" in cui sono e altri in cui c'è una "ma" complessivamente l'energia è assorbita e non negativa

- ne consegue che

- l'induttore ideale è un elemento conservativo (accumulatore perfetto)

- immagazzina sotto forma di energia del campo magnetico tutta l'energia elettrica assorbita

- la trasformazione da energia elettrica a energia del campo magnetico è completamente reversibile, cioè L è capace di effettuare la trasformazione di energia elettrica in energia del campo magnetico ma anche la trasformazione inversa (carica e scarica di L); in particolare L è capace di dare indietro al circuito tutta l'energia elettrica precedentemente assorbita *quando si carica periodo energia del campo magnetico*

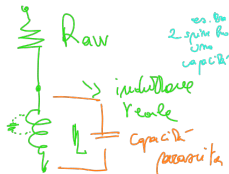
- L non dissipa; durante i processi di carica e scarica non si ha dissipazione di energia elettrica in calore *energia conservata nel circuito*

- l'energia elettrica assorbita resta confinata nel circuito

- in termini matematici

$$dw = dE_L = d\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

ma qui
coppia di
forze c'è
capacità

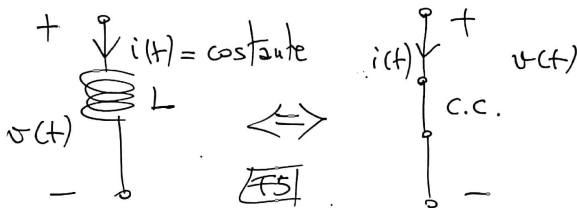


significa che dw è un **differentiale esatto** (differenziale di una funzione dello stato i)

perché $v(t) = L \frac{di(t)}{dt} = 0$

- Se $i(t) = \text{costante}$, $v(t) = 0$, quindi in regime stazionario L equivale a un corto circuito (stessa relazione costitutiva)

reagisce
 L è costante,
dipende dalla
Frequenza e la
corrente



in un induttore ideale
non si oppone al
corrente costante per "generalizzazione"
non è un'impedenza che
si oppone al flusso
di corrente

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \int_{-\infty}^t p(t') dt' = \int_{-\infty}^t dW = \int_{-\infty}^t d\bar{E}_c = \bar{E}_c(t) - \bar{E}_c(-\infty) = \\
 &= \frac{1}{2} c v^2(t) - \frac{1}{2} c v^2(-\infty) = 0, \text{ appena l'atomo si è scaricato.}
 \end{aligned}$$

Dimostrazione pendo.

l'energia è sempre ≥ 0

Generatore Indipendente Ideale di Tensione

Applica una Tensione nota al circuito

- Simbolo come in figura. Relazione costitutiva:

Usiamo convens. generatori

indip, $\forall t$

non posso dire nulla connesso finché non metto nel circuito

$$v(t) = e_g(t)$$

Funzione nota del tempo

Un generatore applica al circuito una tensione nota a priori

cioè la tensione impressa ai morsetti e una assegnata (nota) funzione del tempo $e_g(t)$; tensione impressa

funzione nota del tempo

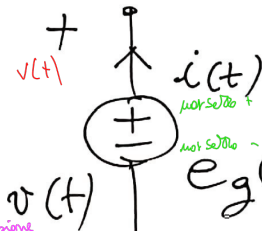
può e applica la tensione

USO Conversione dei generatori

indipendentemente dal circuito lui imprime questa tensione

e_g : tensione impressa ai morsetti

indip: è lui che applica la tensione
ideale: modello non reale



$$e_g(t) =$$

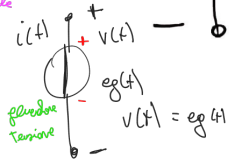
generatore Tensione impressa dal generatore



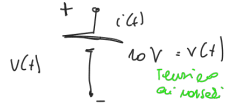
→ applica lui la tensione

In generazione indipendente è ideale, non posso dire nulla a priori della corrente; devo prima applicare tensione

nei libri



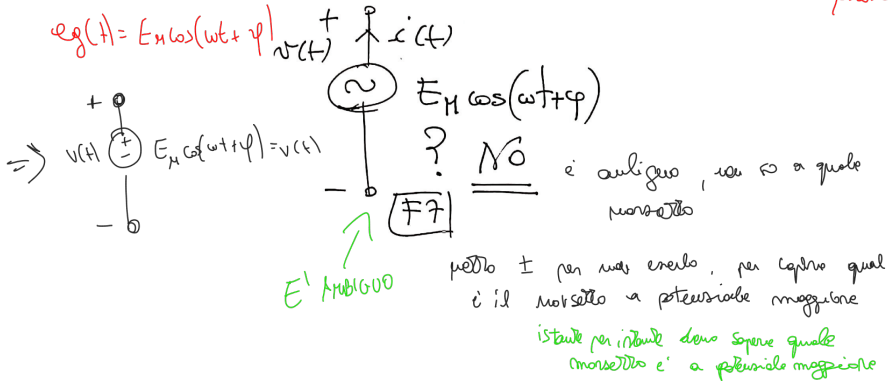
Non posso dire quella e' pioni della corrente, devo mettermi nel giro "no" e calcolare



- p. es. $e_g(t) = E = \text{costante}$ (batteria)

- $e_g(t) = E_M \cos(\omega t + \varphi)$ (generatore di tensione sinusoidale; alternatore); anche nel caso dell'alternatore dobbiamo indicare uno dei due morsetti del generatore con il + e l'altro con il - (altrimenti siamo in una situazione ambigua); la rappresentazione nella figura che segue e' ambigua e non va usata

la corrente lo
torna a posteriori





$$i_R = \frac{V(t)}{R} = \frac{10}{R}$$

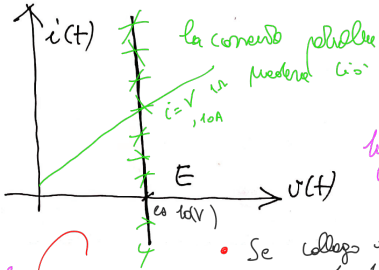
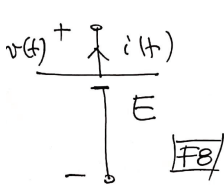
Solo se e' ideale

- per un generatore indipendente ideale di tensione e' nota a priori la tensione $v(t)$ impressa ai morsetti mentre non e' nota la corrente $i(t)$ erogata; la corrente $i(t)$ puo' assumere qualunque valore (e' una grandezza non vincolata); possiamo determinare la corrente solo quando il generatore e' inserito all'interno di un circuito

o secondo del circuito, puo' erogare qualsiasi corrente

- **Esempio.** Caratteristica tensione corrente di una batteria
 $v(t) = E$.

e' una retta verticale



10V Vc, puo' essere qualsiasi

$$v(t) = 10V \quad \forall i(t)$$

se faccio circuito chiuso



• Se collego un resistore da 1 Ohm

$$V = 1A$$

$$i_R = \frac{V_R}{R}$$

ma se mantengo R a zero, posso far erogare corrente -> infinito sulla pila

- ^{o spegnere} **Disattivare** un generatore ind.te ideale di tensione significa porre uguale a 0 la grandezza impressa. Quindi

non è spegnere, no circuito aperto

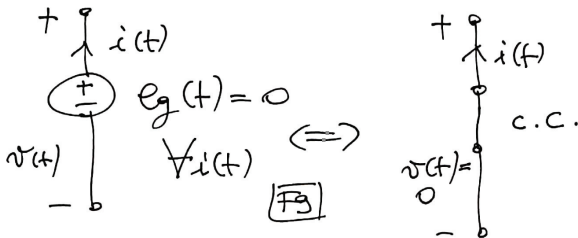
$$v(t) = e_g(t) = 0, \quad \forall i(t)$$

$\forall t$

Stessa relaz. costitutiva di un corto circuito

la stessa relaz. costitutiva di un c.c.

- in tale situazione il generatore **equivale a un corto circuito**.



equivale, ha la stessa relaz. costitutiva

Generatore indipendente ideale di corrente

- Simbolo come in figura. Relazione costitutiva:

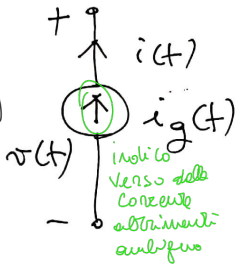
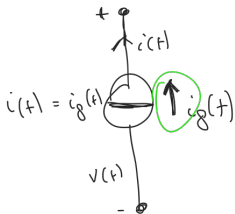
NON È NOTA TENSIONE
AI MORSETTI DEL GENERAT.

$$i(t) = i_g(t)$$

conservo la corrente
che da questo
generatore
 $\forall v$ ai morsetti

cioè la corrente impressa ai morsetti è una assegnata (nota)
funzione del tempo $i_g(t)$

non sappiamo la
Tensione



--> funzione del tempo nota

$$[F_{t0}]$$

- p. es. $i_g(t) = I = \text{costante}$

non è nota la Tensione, è una grandezza non vincolata

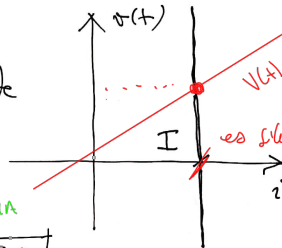
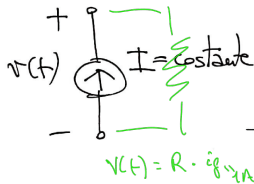
- $i_g(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi)$ (generatore di corrente sinusoidale)

generatore apparso fortissimamente con equiv. circuito

F. sinusoide
attuabile solo con
un trasduttore
spec. B. & C.

- per un generatore indipendente ideale di corrente e' nota a priori la tensione $i(t)$ impressa, ai mentre non e' nota la tensione $v(t)$ ai morsetti; la tensione $v(t)$ puo' assumere qualunque valore (e' una grandezza **non vincolata**); possiamo determinare la tensione solo quando il generatore e' inserito all'interno di un circuito

- **Esempio.** Caratteristica tensione corrente di un generatore di corrente costante $i(t) = I$.



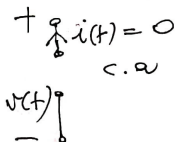
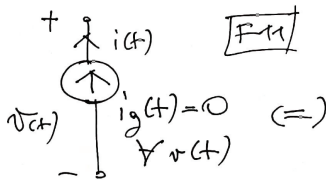
Tensione puo' assumere qualsiasi valore

Generatore di corrente da 1 A

con circuito con una resistenza

es. silenziale e' 1 A la corrente
 con V puo' essere qualsiasi

La V e' un'incognita



(=)

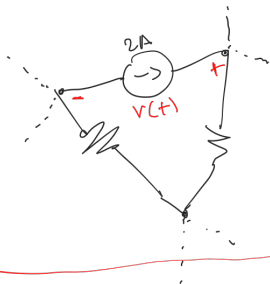
- **Disattivare** un generatore ind.te ideale di corrente significa porre uguale a 0 la grandezza impressa. Quindi

$$\underline{i(t) = i_g(t) = 0, \quad \forall v(t)}$$

Corrente 0 $\forall$ tensione
e' un circuito
aperto

e' un C.a.

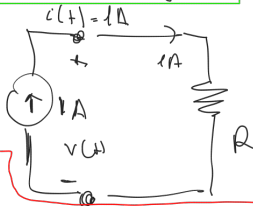
- in tale situazione il generatore **equivale a un circuito aperto**.



in un gen. corrente

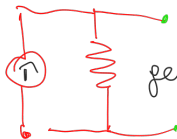
la tensione si u' uguale a

NON LA SO A PRORI la trova
dopo aver risolto il c'uito



$$v(t) = R \cdot 1A$$

V non e' incognita,
e' in volts. a
R



generatore di corrente reale con costante di tempo

corrente di corrente limite

• Energetica di un generatore indipendente ideale di tensione

dentro c'è un sistema chiuso, ci sono scambi energetici tra batteria e circuito di tensione

- Un generatore indipendente e l'interfaccia per eccellenza fra circuito e mondo esterno. Scambia energia elettrica in modo illimitato e completamente reversibile operando la conversione fra energia elettrica e altre forme di energia non elettriche (ad es. energia chimica) *Scambi energetici sono reversibili*

in un intervallo di tempo può erogare e dare energia elettrica

- per una batteria di un'automobile (sistema elettrochimico) si ha (convenzione dei generatori)

interfaccia: permette di porre da energia non elettrica ad elettrica

può erogare potenza, si scarica, dà energia al circuito.

Si ricarica, potenza analitica positiva, prende energia dal circuito

$$dw = dE_{\text{chimica}}$$

= energia elettrica scambiata da un sistema chiuso

cioè energia elettrica scambiata con circuito (dw) coincide con energia scambiata in modo reversibile con un sistema chimico

(dE_{chimica})

Batteria, interfaccia che permette di porre da energia chimica a Elettrica e viceversa

Se dw positivo con conv. generatori, sto dando energia al circuito

dw negativo, si sta ricaricando la batteria (conv. generatore)

- il segno ^{dell'energia} può essere positivo o negativo. Le batterie idealmente ^{di dW} possono erogare o assorbire energia elettrica

- ad esempio, se si genera energia di legame chimico $dE_{\text{chimica}} > 0$, allora una pari quantita' di energia elettrica viene data al circuito ($dW = dE_{\text{chimica}} > 0$). Se la batteria assorbe energia elettrica, viene accumulata nella batteria una pari quantita' di energia sotto forma di legami chimici ^{min. a 12} ($dW = dE_{\text{chimica}} < 0$)

altrimenti $dW = dE_{\text{ch.}} + dQ$

trasforma. reversibile
non generazione ideale
e non c'è dissipazione.

- durante tali processi di carica e scarica non vi è dissipazione.

CONVENZIONE DEI GENERATORI

$dW = dE_{\text{chimica}} > 0 \Rightarrow$ batteria sta erogando energia elettrica

$dW = dE_{\text{chimica}} < 0 \Rightarrow$ la batteria sta assorbendo energia del circuito

trasforma. perfettamente reversibile $\Rightarrow$ non c'è dissipation.

da 12 al circuito (si genera 12 di E_{chimica})

$\rightarrow$ mette 12 nel circuito (secondo 12 di E_{chimica})

Se perdesse qualcosa

$$dW = dE_{\text{chimica}} + dQ_{\text{calore}}$$

Leggi di Kirchhoff

Per analizzare un circuito devo conoscere

- Per scrivere le leggi di Kirchhoff di un circuito devo preliminarmente stabilire un riferimento elettrico sul circuito. Cio' si effettua assegnando un verso di riferimento (ad arbitrio) per ciascuna tensione e corrente degli elementi del circuito.

devo conoscere

① Relaz. costitutive

② Leggi di Kirchhoff

↳ Se scrivere un sistema di tante eq quanti sono il # di incognite

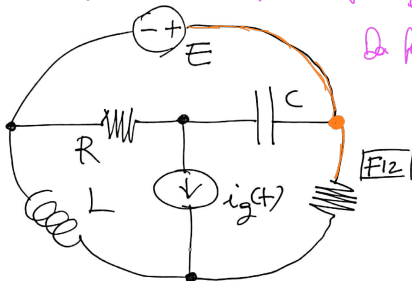
• Grafo e Grafo Orientato Associato a un Circuito

① Metto verso di rif. di per tensione e corrente

- Consideriamo un circuito con 6 bipoli come in figura.

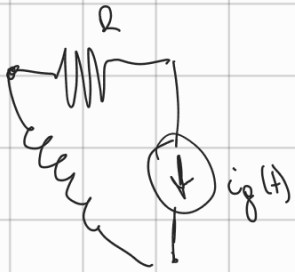
Supponiamo che il circuito sia connesso

Riferimento elettrico su un bipolo: segno e verso tensione e corrente



La base per ogni bipolo nel circuito

Leggi di Kirchhoff non dipendono dagli elementi presenti
 da come sono collegati, interconnessi. Da loro



ad ogni bipolo faccio corrispondere
 un lato del grafo

astraggo gli
 elementi

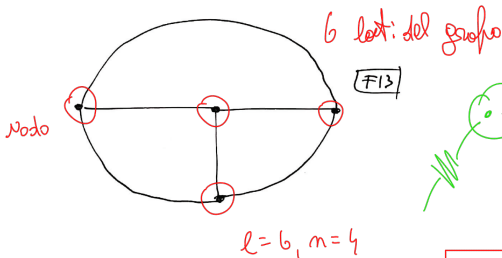
$$l = n^{\circ} \text{ bipoli} = \underline{n^{\circ} \text{ lati del grafo}}$$

ASTRAGGO gli elementi.

ho il circuito, considero il grafo lato del grafo piccolo
astrattamente il posto del bipolo

1

• **Grafo.** A ciascun bipolo facciamo corrispondere astrattamente un lato del grafo. Sia in generale l il numero di lati del grafo (numero di bipoli). In questo caso $l = 6$



$l = \# \text{ bipoli}$
 $= \# m \text{ lat.}$



• **Nodo:** e' un punto del grafo dove sono connessi due o piu' bipoli. Sia n il numero di nodi (in questo caso $n = 4$)

qui ho
modo connessi. = cioè presi due nodi
c'è sempre un percorso lungo il
grafo che li collega

$m = \# \text{ modi}$

②

oriento il grafo

Metto un orientamento

numerare e verso di
rifer. ad arbitrio

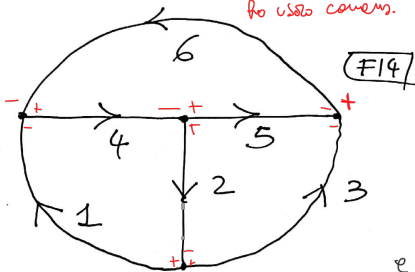
- **Grafo Orientato:** scelgo una numerazione per i lati del grafo e assegno ad arbitrio un verso di riferimento per la corrente di ciascun lato indicando tale verso con una freccia

Oriento corrente

ho usato convenz. utilizzatori, corrente us
da + a -

ho un grafo e un
orientamento per le
correnti

Usiamo una convenzione,
dato che ho un rifer. corrente e
ho convenzione, automatic.
ho anche quello tensione



ho un grafo,
ho un orientamento
per le correnti

e usiamo una convenzione
es. utilizzatori

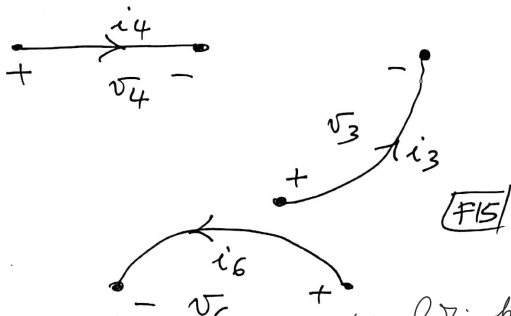
avendo fissato verso riferimento
corrente, ho automatic. verso tensione

Differenziale Elettrico sul nostro circuito = $\Delta \phi$ e'

Differenziale Δ Tensione
e corrente

estrango dai tipi di el. presenti

- supponiamo di usare la convenzione degli utilizzatori per ciascun bipolo; ne consegue che, fissato il verso di riferimento della corrente, resta automaticamente fissato il verso di riferimento della tensione di ciascun bipolo



• **Maglia:** percorso chiuso formato da lati del grafo

- il grafo orientato tiene conto di quanti bipoli ci sono e come sono interconnessi fra di loro (topologia del circuito); astrae però dal (TIPOLOGIA) tipo di elementi presenti

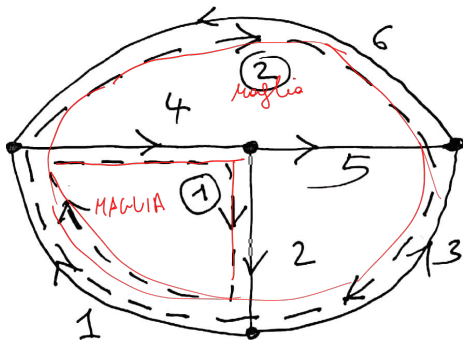
UNA VOLTA AVUTO UN GRAFO ORIENTATO, POSSO FARE LE LEGGI DI KIRCHHOFF

Leggi Kirchhoff *non dipendono dal tipo di elementi*

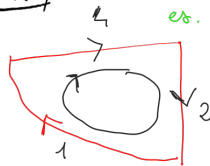
- Una volta fissato un grafo orientato, siamo in grado di scrivere le leggi di Kirchhoff per il circuito
- Scegliamo una **maglia** sul grafo, cioè un percorso chiuso formato da lati del grafo. **Orientiamo** la maglia in senso orario o antiorario.

arbitrario

• *Prendo verso di percorrenza*
↓
ORIENTO



(FIG)



ALGEBRICA

- Legge di Kirchhoff per le tensioni (KV). E' nulla, istante per istante, la somma algebrica delle tensioni dei lati che si incontrano percorrendo la maglia (algebraica significa che la tensione ha un segno); ogni tensione si prende col segno + se concorde con il verso di percorrenza della maglia, col segno - altrimenti
→ ogni tensione avrà segno + e -

- Per la maglia 1 si ha

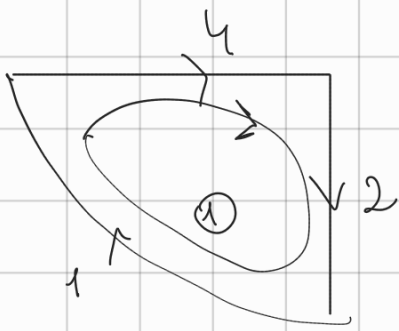
$$v_2 + v_1 + v_4 = 0 \rightarrow \text{potrebbe essere positivo o negativo}$$

mentre per la maglia 2 si ha

$$-v_6 - v_3 + v_1 = 0$$

- ogni KV implica un vincolo di dipendenza ^{LINGUAGGIO} fra le tensioni dei lati della maglia; quindi $v_1(t), \dots, v_\ell(t)$ non sono tutte indipendenti fra di loro

Le tensioni sono dipendenti. Bra Brw, se ne conosco 2, la 3^a viene di conseguenza



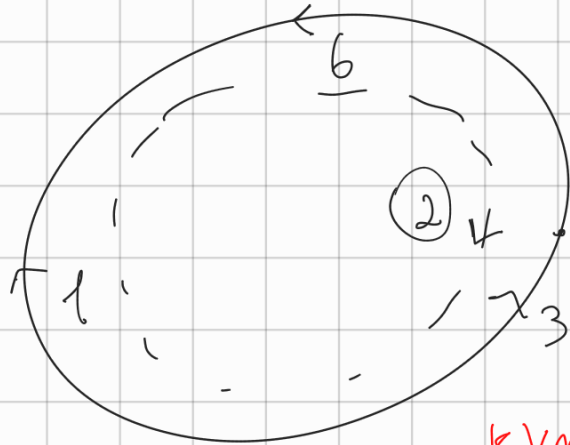
KV maglia 1

$$+V_2 + V_1 + V_4 = 0$$

per legge di K
Analisi vincoli

lineari e i vincoli

sono indipendenti tra le
2 maglie



KVm 2

$$+V_1 - V_6 - V_3 = 0$$

quante eq. lin indip? quante v indip?

- problema: quante KV indipendenti possiamo scrivere? Di poi
conseguenza, quante tensioni indipendenti ci sono per un grafo orientato?

Saranno $\ell - m + 1$ KV indip ℓ dipoli m nodi

- vedremo usando opportuni strumenti della teoria dei grafi che le KV indipendenti sono in generale pari a $\ell - n + 1$, quindi le tensioni indipendenti dei lati del grafo sono $\ell - (\ell - n + 1) = n - 1$

ho 60 dipoli, 60 maglie

3, leff. di K indipendenti

$\ell - 31$ tensioni indep

v maglie $m - 1$ numero tensioni indipendenti meno di nodi - 1

$\ell - \# \text{v maglie} = m - 1$
v indep

• $KV \text{ eq. indipendenti} = \ell - m + 1$

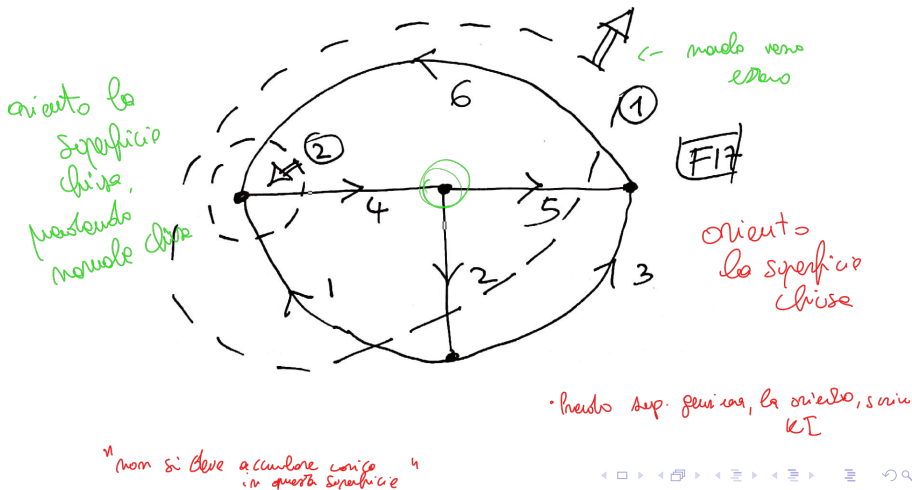
• $V \text{ indipendenti} = m - 1$

(Tensioni dei rami del disegno)

- Superficie Gaussiana: linea chiusa che taglia i lati del grafo senza passare dai nodi.

"taglia in due il grafo senza passare sui nodi"

- Scegliamo una linea Gaussiana e orientiamo la linea scegliendo una normale positiva rivolta verso l'esterno o verso l'interno



non si deve assumere conveni in uso
renti (KI). E' nulla, istante per istante
 e correnti dei lati che intersecano
 (significa che la corrente ha un segno);
 + se concorde con la normale alla
 elementi

+ Se concordo alla normale
 - Se non concorde

$i_1 + i_2 = 0$ *lo 4 non interseca sup. 1*

$+ i_6 = 0$

pendenza fra le correnti dei lati
quindi $i_1(t), \dots, i_l(t)$ non sono
 ci saranno I dip. e I indep.

- Legge di Kirchhoff per le correnti (KI). E' nulla, istante per istante, la somma algebrica delle correnti dei lati che intersecano la linea Gaussiana (algebrica significa che la corrente ha un segno); ogni corrente si prende col segno + se concorde con la normale alla linea Gaussiana, col segno - altrimenti

- Per la linea 1 si ha

$$\dot{i}_5 - \dot{i}_6 - \dot{i}_1 + \dot{i}_2 = 0$$

lot 4 on
interco Sp. 1

mentre per la linea 2 si ha

$$i_1 - i_4 + i_6 = 0$$

- ogni KI implica un vincolo di dipendenza fra le correnti dei lati intersecati da un linea Gaussiana; quindi $i_1(t), \dots, i_\ell(t)$ non sono tutte indipendenti fra di loro

Gi. Sorano I dip. e I indep.

- problema: quante KI indipendenti possiamo scrivere? Di conseguenza, quante correnti indipendenti ci sono per un grafo orientato?

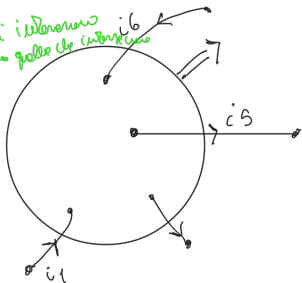
- vedremo usando opportuni strumenti della teoria dei grafi che le KI indipendenti sono in generale pari a $n - 1$, quindi le correnti indipendenti dei lati del grafo sono $\ell - (n - 1) = \ell - n + 1$

di partenza solo due nodi

vincoli

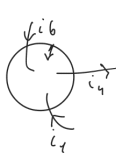
*$n - 1$ KI indep.
tra di loro*

ci interessano solo quelle che entrano in gioco



$$K_i = i_5 - i_6 - i_1 + i_2 = 0$$

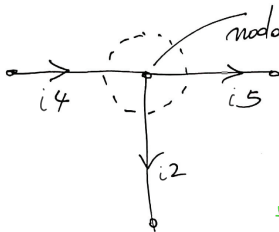
3 KI indep.



$$i_1 + i_6 - i_4 = 0$$

Non si può accumulare carica in una sop chiusa

- **Seconda Versione della KI (Fisica II):** E' nulla, istante per istante, la somma algebrica delle correnti dei lati che incidono in un nodo. Ogni corrente si prende col segno + se esce dal nodo, col segno - altrimenti



[F18]

+ se entrano nel nodo
- se escono

non si può accumulare carica in una sop. chiusa, se coincide con un nodo... non può accumulare carica in un nodo

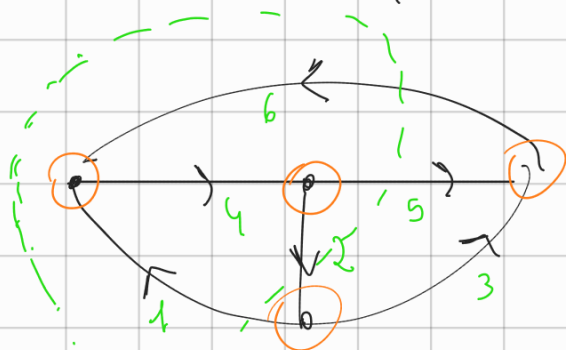
- si ha

$$-i_4 + i_2 + i_5 = 0$$

- e' facile mostrare che le due formulazioni sono equivalenti fra di loro.

↳ prendo una superficie gaussiana per ogni nodo e prendo una normale che esce dalla superficie chiusa

il viceversa? bene pero sta legge F.II alla nostra? ^{a dim che e' vera la nostra?}



Supposto vera quella F.II, come faccio

la sup. racchiude 2 nodi.

$$-i_1 + i_4 - i_6 = 0$$

Scrivo la 2^a eq. di F.II

$$i_5 + i_2(-i_4) = 0$$

Sostituisco

conseguenza Fisica 2 per tutti i nodi in tra.

Scrivo K1 a tutti i nodi, e sostituisco

$$-i_1 + i_5 + i_2 - i_6 = 0$$

ho un circuito con l bipoli connessi

Incongruente

incongruente: tutte le tensioni e tutte le correnti

$$\hookrightarrow \underline{\ell} \text{ tensioni} + \underline{\ell} \text{ correnti} = \underline{2\ell} \text{ incongruente}$$

equas. ?

$\ell - m + 1 + K$ v indipendenti tra loro $\Rightarrow$ se le sommo...

$$\underline{m-1 = KI} \text{ indipendenti}$$

l equas. indipendenti $\Rightarrow$ Dipendono dal grafico, dalla topologia
l relazioni costitutive $\Rightarrow$ eq, dipendono dagli elementi
TIPOLOGICHE

2 l numero di equas.

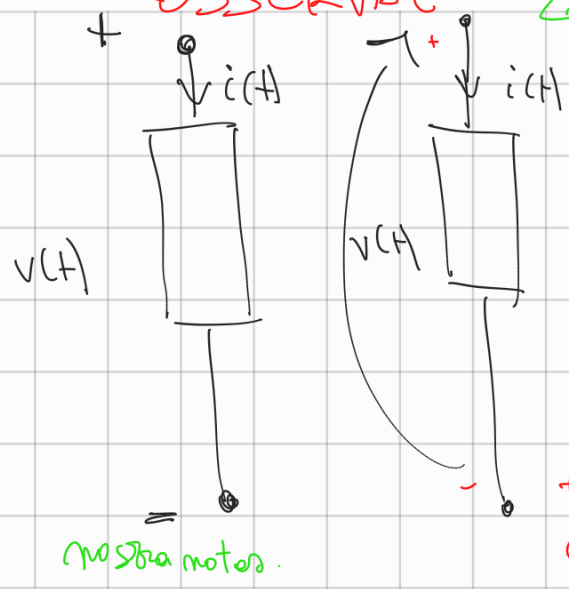
ho 2 l eq e 2 l incongr.

[leggi Kineff + relas. costitutive
il problema e' ben posto]

OSSERVAZ

← altre esat. per le tensioni

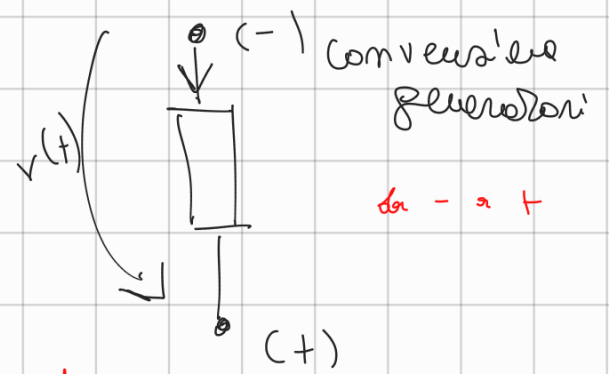
NOTAZIONE



freccie discordi = convenz. utilizzatori

freccia per la tensione

punta freccia = +
 coda freccia = -

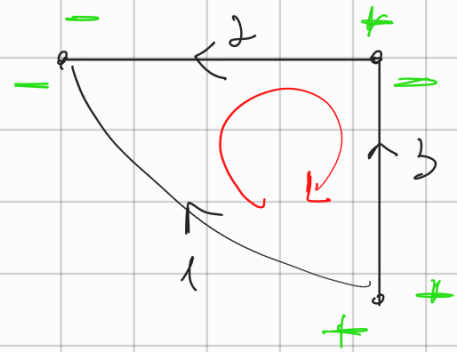


convenz. generatori

da - a +

OSS 2. modo equivalente Kirchhoff

• Per KV posso seguire caduta

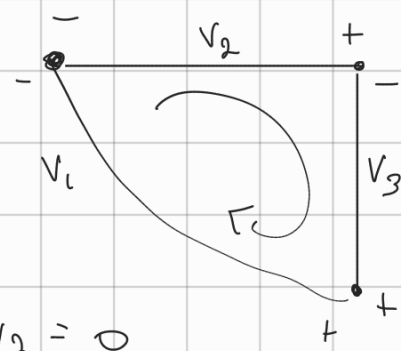


$$+V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

ho scelto modo percorso orario

ma posso anche

le freccie rappresentano direzione dei correnti. ho scelto una sola conv. riporto le tensioni corrispond.



• Si seguono le cadute di tensione lungo la maglia

regola: Parto da un punto, faccio il percorso. Provo V1, segno + se trovo più + e poi -

Se trovo più -, scrivo -

$$+V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

Se vedo caduta di tensione

Per scrivere KV posso seguire algebricamente le cadute di tensione.

