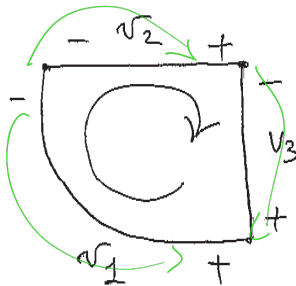
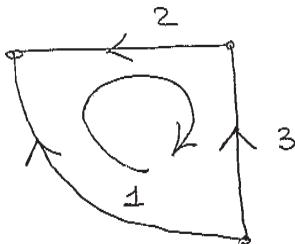


- **Note su legge di Kirchhoff per le tensioni (KV)**
- Per scrivere la KV a una maglia possiamo usare la regola nota (figura a sinistra); oppure possiamo sommare algebricamente le cadute di tensione che si incontrano percorrendo una maglia (figura di destra); nel secondo caso attribuiamo segno + alla tensione di del bipolo k -esimo se incontro prima il + della tensione v_k ; segno - altrimenti; in ogni caso otteniamo

$$KV: v_1 - v_2 - v_3 = 0$$

$\ell - m + 1$ KV indep
 $m - 1$ tens. indep

$m - 1$ KI indep
 $\ell - m + 1$ correnti indep



TENSIONE TRA 2 NODI, TENSIONE NODO RISPETTO TERRA

• Consideriamo un grafo orientato e utilizziamo per ciascun lato la convenzione degli utilizzatori. Lungo la maglia $\{1, 2, 3, 5\}$ si ha da KV che per ogni t risulta $v_1(t) - v_2(t) - v_3(t) + v_5(t) = 0$.

Ricordiamo che $v_1(t) = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \Delta L_1 / \Delta q$, dove ΔL_1 e' il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico su Δq lungo un percorso che collega il + al - del bipolo 1. Analogamente per gli altri bipoli

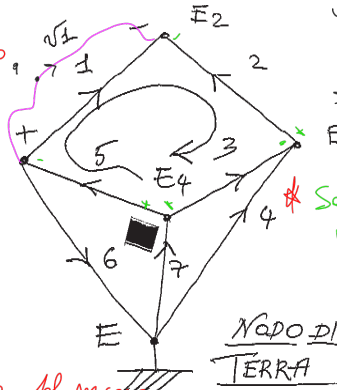
La Tensione e' un lavoro

$$V_1(t) - V_2(t) - V_3(t) + V_5(t) = 0$$

e' un bilancio di lavoro

Se prendo una maglia, il lavoro compiuto dalle forze del campo e' 0 su q

E_1 = potenziale nodo rispetto a Terra,



ricordo che e' V_1 . (nodo 6)
un percorso che collega + e -
modo con carica q

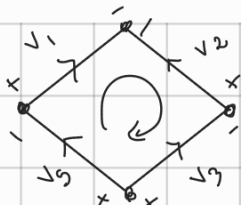
$\Rightarrow$ Ci stiamo muovendo all'interno di un campo conservativo

Se prendo 2 punti, E_1 e E_3 , il lavoro e' indipendente dal percorso per andare da E_1 a E_3

gli attribuisco potenziale assoluto ϕ
e' un riferimento per i potenziali

Campo Conservativo = lavoro indep. del percorso
 $\Rightarrow$ posso avere valore di tensione tra 2 nodi

V_1 per definizione è un lavoro



$$V_1 - V_2 - V_3 + V_4 = 0$$

è un bilancio di lavoro

Considero la forza
compinta dal campo elettrico
la tensione è un lavoro
Ci stiamo muovendo in un campo conservativo
Lavoro indipendente dal percorso che faccio lungo il
grafo per andare da
nodo 1 a 3

preso un percorso chiuso, una maglia,
il lavoro compiuto dalla f del campo
sulla carica infinitesima è 0



Lavoro indep. dal percorso,
dunque se ho 2 nodi
posso dire

Se volessi definire Tensione

tra nodo 1 e 3, prendo percorso che li collega (grazie è conservativo)
 V_{13} = Tensione nodo 1
rispetto a 3, prendo un
percorso degli
li collega

Potrei anche scegliere un altro
percorso

Punto del +

$$V_{13} = +V_1 - V_2$$

quindi $V_1 - V_2 - V_{13} = 0$

quindi $V_{13} = -V_4 + V_3$

Posso anche

Prendere nodo di Terra se serve Tensione nodo rispetto a Terra
potenziale ϕ

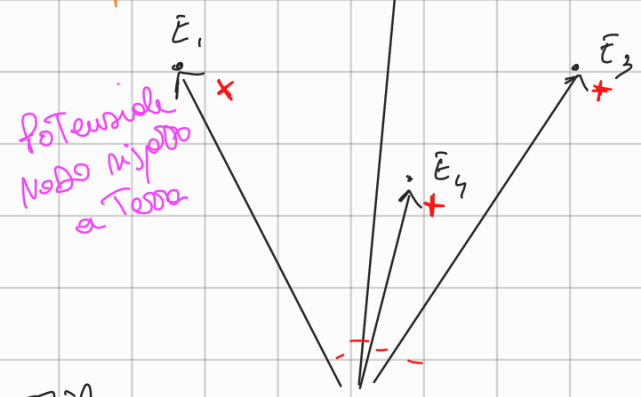
Tensione bipolo, V_i = Tensione di un nodo rispetto ad un altro

$\Rightarrow$ Tensione Bipolo = Tensione nei nodi, non assoluta.

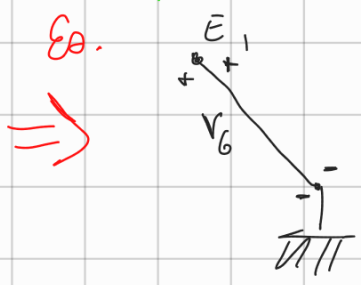
$V_1, \dots, V_m$ = Tensione Bipoli

E = Tensione nodo rispetto
a Terra

Ci si muove
in un campo conservativo



Voglio definire E_1 , prendo un
percorso che collega E_1 a Terra



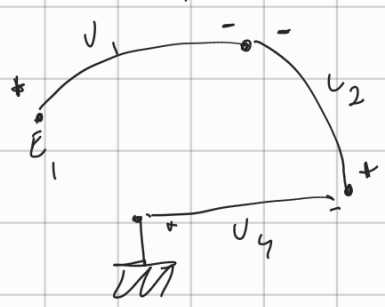
$$E_1 = +V_6$$

differenza
potenziale + di
6 e terra

Analizzo
potenziale
assoluto $\rightarrow E=0$

potenziale assoluto = 0

Prendo un altro percorso



$$E_1 = V_1 - V_2 - V_4$$

Sono in un campo conservativo!

Voglio tensione nodo 1? (E_1) mi muovo
lungo un percorso che mi porta a terra e uso
la regola di prima, e lo scrivo in
funzione delle V dei Bipoli che incontro

• Viceversa,

• E_1 è indep. del percorso che faccio
 E_1 = potenziale nodo 1 rispetto a Terra

• moto E_1, E_2, E_3, E_4

• ?? $V_1, V_2, \dots, V_6$ determinare

$$V_1 = E_1 - E_2$$

$$V_2 = E_4 - E_1$$

verifico
con un
diagramma

• V_1 è la diff. dei potenziali dei nodi a cui è collegato il bipolo

E_1 = tensione nodo rispetto a Terra
 + allo, - alla Terra

E_2 = tensione nodo 2

Potenziale

$$+V_1 + E_2 - E_1 = 0$$

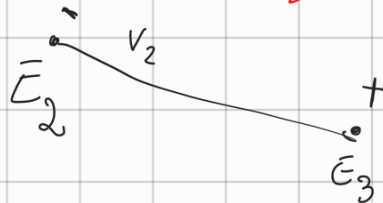
rispetto quello
di riferimento

$$V_2 = (\text{Nodo } +) - (\text{Nodo } -)$$

E_2 = potenziale nodo a cui corrisponde il -

E_i = potenziale punto rispetto a Terra
 lo trovo percorrendo un percorso
che lo collega a Terra

oppure



$\perp$ ← nodo di "riferimento"

$$V_2 = E_3 - E_2$$

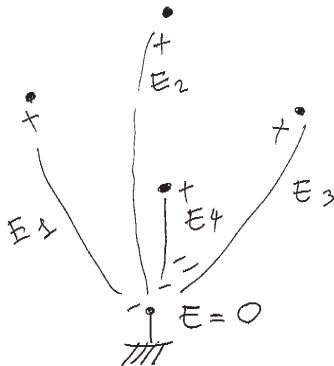
Se voglio il pot. di un bipolo rispetto a Terra:

• pot del nodo a cui corrisponde il + , - il pot del nodo a cui corrisponde il -

• Ci stiamo muovendo lungo un campo conservativo, lavoro compiuto dalle Forze del Campo. Il lungo un percorso chiuso è 0, senza tensioni lungo qualsiasi è 0, posso definire i pti di pot. Da 2 nodi percorrendo un percorso che li collega e sommando algebricamente le tensioni

- da KV segue che il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico lungo una maglia del grafo e' nullo. Abbiamo a che fare quindi con un campo elettrico conservativo
- ne consegue che il lavoro e' indipendente dal percorso lungo il grafo che facciamo passando da un nodo ad un altro
- ha senso percio' parlare di tensione fra due nodi e anche di tensione (potenziale) di un nodo rispetto ad un nodo di terra a cui si attribuisce potenziale 0

che lo collega
risultato
indip.
dal percorso



pot. riferito a terra.

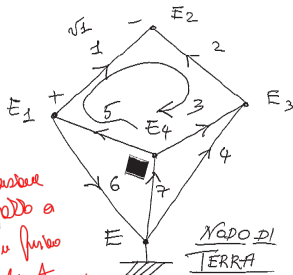
molte volte
Trovo prima tensioni
nodi e poi diplo

- ad esempio, E_1 (potenziale del nodo 1 rispetto a terra) e' dato da

$$E_1 = v_6 = -v_5 - v_7 = v_1 - v_2 - v_4 = \dots$$

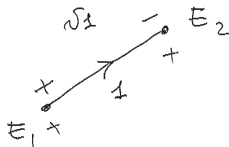
modo

- con cio' esprimiamo il potenziale di un nodo in funzione della tensione sui bipoli che si incontrano lungo un percorso (qualsiasi) che collega il nodo a terra
- viceversa, noto il potenziale dei nodi E_1, E_2, E_3, E_4 , la tensione di un bipolo si esprime facilmente come differenza fra i potenziali dei nodi a cui e' collegato
- ad esempio, $v_1 = E_1 - E_2$, $v_3 = E_4 - E_3$, $v_4 = -E_3$



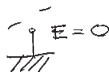
Scevo Tensione
modo rispetto a
Terra in funzione
della diff di pt sui
bipoli

NODO DI
TERRA



$$v_1 + E_2 - E_1 = 0$$

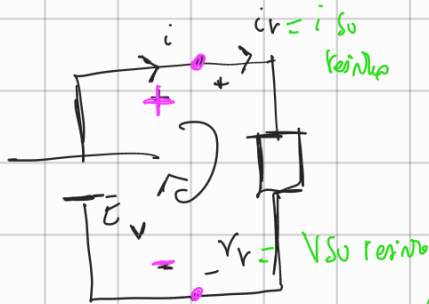
$$\Rightarrow v_1 = E_1 - E_2$$



Bipoli Notevoli Ottenuti Interconnettendo Bipoli Elementari

Osservazioni

Batteria collegata a Bipolo



perché con rettificatore solo i o solo v ?

Viste da $E_v \Rightarrow$ conversione di potenza

Viste da R : conversione di potenza

introduco tensione e corrente per i due bipoli
uso conversione potenza per batterie, conversione util. per bipolo

Se ho una sola grandezza, una sola v o tensione da una parte o un corrente e solo un'altra

i e V della batteria, conversione dei pot. della resistenza e utilizzazione

Stesse grandezze a coppie, su una coppia di morsetti da una parte si comporta it un modo, e dall'altra si comporta in un altro.

Ma uso una sola, ci servono 2 conv. diverse in base a dove le guardo

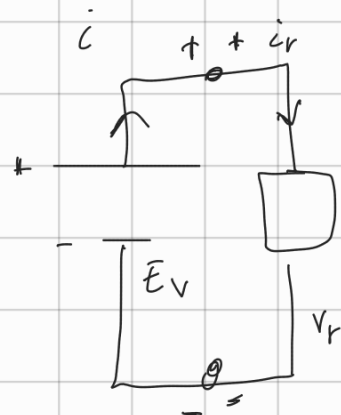
ai morsetti la V la stabilisce lui

da Kirchhoff

$$i = i_r \text{ da KI}$$

$$E_v = V_r \text{ da KV}$$

ho 4 grandezze



(?)
boh

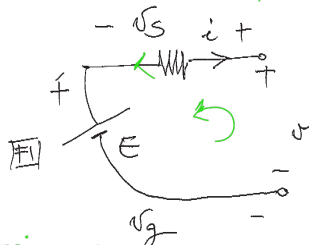
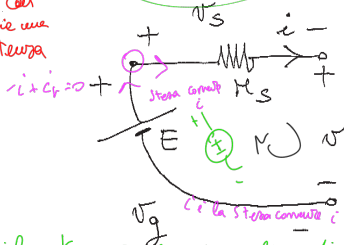
Generatore (indipendente) reale di tensione

impone una tensione
stabilisce la tensione

- Si modella con un generatore (indipendente) ideale di tensione in serie a una resistenza $r_s > 0$ detta resistenza interna

irreversibile: se il suo circuito ha poi dipendenza di dissipazione, si sviluppa calore.

batteria con
in serie una
resistenza



la resistenza
interna dipende
dalla corrente

Se non ci fosse r_s , scambio reversibile di energia, ma dissipazione

- per una batteria (generatore reale) la relazione costitutiva è (convenzione dei generatori)

Se porta corrente, c'è una
caduta di tensione sul
resistore

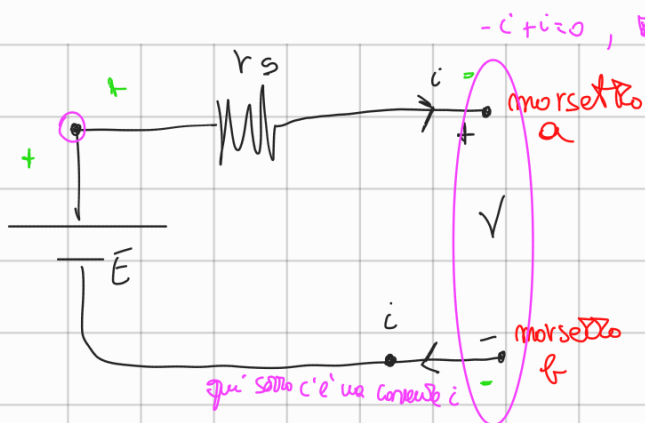
$$v = E - r_s i$$

più cresce la corrente
più diminuisce V
ai morsetti.

verifica: scrivendo la KV alla maglia si ottiene $v - v_g + v_s = 0$. Si ha poi $v_g = E$ e $v_s = r_s i$

- il risultato non dipende dalla scelta (peraltro arbitraria) dei versi.

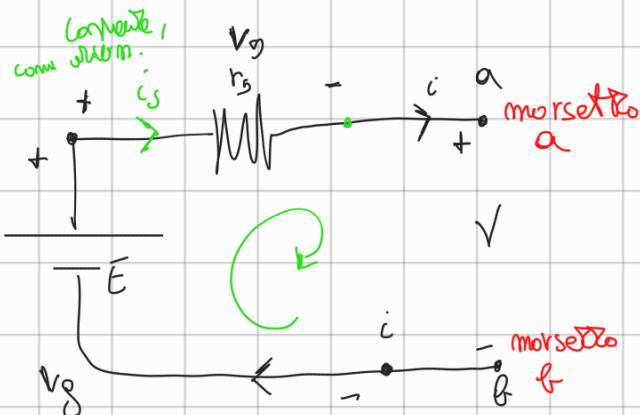
Nel secondo caso si ha $v - v_g - v_s = 0$, $v_g = E$ ma $v_s = -r_s i$



allora findo V e i .
 ? Relazione costitutiva bipolo
 (Generatore Peak Tensione)

è un bipolo, ha un unico
 legame tra V e i

per trovarlo, guardo internamente al bipolo, mettiamo segni
 tensioni interne



V = Tensione bipolo

V_g = Tensione batteria

V_s = tensione
 resistenza

uso Kirchhoff per tensioni

• K V

$$+V - V_g + V_s = 0$$

• K I

$$i_s = i$$

• i_s = corrente r

• i = corrente gen.

• $V_s = +r_s \cdot i_s$

legge Ohm all'interno

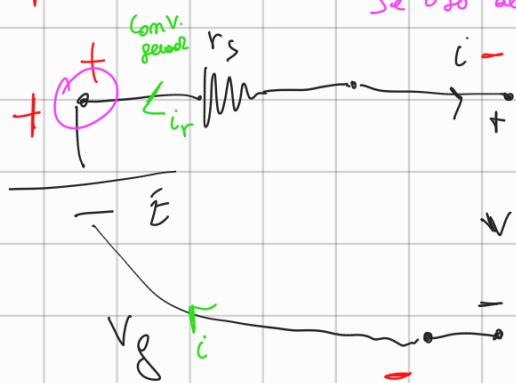
• $V_g = E$

rel. costit. bipolo

$$V = E - r_s i$$

controlla le correnti...

- facciamo vedere che cambiando i versi, il risultato però è lo stesso
 Se uso altra convenzione



$$-i - i_s = 0$$

• $V - V_g + V_s = 0$

• $V - E + r_s i_s = 0$

$$V_s = -r_s i_s \quad \text{legge Ohm generatore}$$

KI $i_s = -i$

uguali e opposte

$$V = E - r_s i$$

Tensione ai morsetti.

$$V = E - r_s i$$

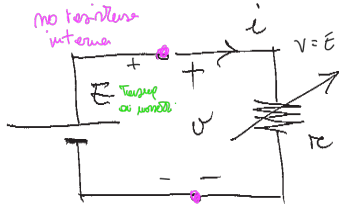
resistenza interna · corrente

• Se $r_s = 0$, $V = E$

• Se passa corrente $V \neq E$

- Confronto generatore indipendente ideale e reale di tensione
- Generatore ideale (batteria)

generatore di tensione,
può erogare qualsiasi potenza
e qualsiasi corrente



$$i = \frac{E}{r}$$

corrente che passa
nel resistore

$$P = \frac{E^2}{r}$$

potenza
erogata al
resistore

posso tirare
fuori quanto
conosco voglio, basta
for Tascetta $\rightarrow \infty$

- $v(t) = E, \forall i(t)$
- comportamento al variare del carico $r > 0$: $i = E/r$ non è limitata, potenza fornita al carico $p = E^2/r$ non è limitata (tendono a infinito per $r \rightarrow 0$)

Poco Plausibile!

non c'è una limitazione
sulla corrente e può erogare
qualsiasi valore di potenza

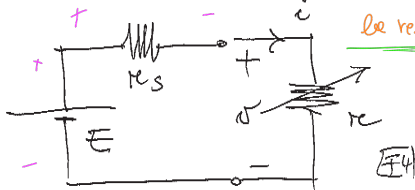
$$P = V \cdot i$$

$$= V \cdot \frac{E}{r} = \frac{E^2}{r}$$

USO MODELLO REALE
 • generatore reale
 (ma una corrente massima c.d.c.)

Teorema massimo trasferito di potenza
 del generatore (generatore verso resistenza)
 le resistenze si sommano

con r_s ho una
 corrente massima
 e generatore massimo



$$i = \frac{E - r_s i}{r}$$

$$\frac{E}{r} - \frac{r_s}{r} i$$

$$v = E - r_s i$$

$$V = E - r_s i$$

$$V = r i$$

$$i(r + r_s) = E$$

- rel. contr. del gener. reale
 il resistor
 • $v = E - r_s i$ e $v = r i$ da cui

intorno e
 trova

$$i = \frac{E}{r + r_s}$$

e' limitata da E/r_s (corrente quando $r = 0$ o corrente di corto circuito). La potenza assorbita da r vale

con p.d.r. teorico

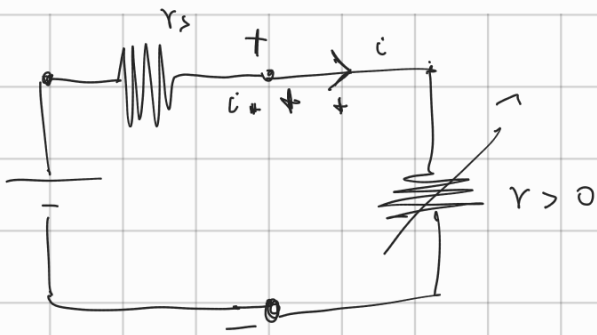
$$p = r i^2 = \frac{r E^2}{(r + r_s)^2}$$

$$V_r = \frac{E \cdot r}{r_s + r}$$

$$i = \frac{V_r}{r}$$

- p ha un massimo per $r = r_s > 0$ e la potenza massima vale

$$p_{\max} = \frac{E^2}{4r_s} \text{ W}$$



scallo il resistore, ma v e i
c'è un relazione
(relaz. tensione corrente del generatore)

$$\begin{cases} v = E - r_s i \\ v = r \cdot i \end{cases}$$

indip. da cosa ci collego

$$r \cdot i = E - r_s i$$

$$i(r + r_s) = E$$

$$i = \frac{E}{r + r_s}$$

Si ha il massimo per la corrente

$$i_{MAX} = \frac{E}{r_s}$$

corrente di cortocircuito
che eroga il generatore
($r = 0$) quando $r = 0$
cortocircuito esterno

$$p(r) = r i^2 = r \frac{E^2}{(r + r_s)^2}$$

Fisso

Pot massimo erogata?

Pot. analita del resistore

Cosa succede al variare di r ?

Caso ideale, $P \rightarrow 0$
 $r = 0$

$r \rightarrow 0$

potenza analitica tende a 0

$r \rightarrow +\infty$

circuito aperto, potenza tende a 0
 $i = 0$

E Fisso, r_s fisso
Corto circuito non può assorb. potenza
INERTE

2) C.a. non assorbe potenza
INERTE

Generatore Reale eroga massima potenza quando

ADATTAMENTO RESISTENZA

Massimo della potenza si ha quando $r = r_s$

carico = resistenza interna

e la potenza erogata massima vale

$$P_{MAX} = r_s \frac{E^2}{4 r_s^2} = \frac{E^2}{4 r_s} \text{ W}$$

potenza massima erogata dal generatore
Reale

dove $P = V \cdot i$

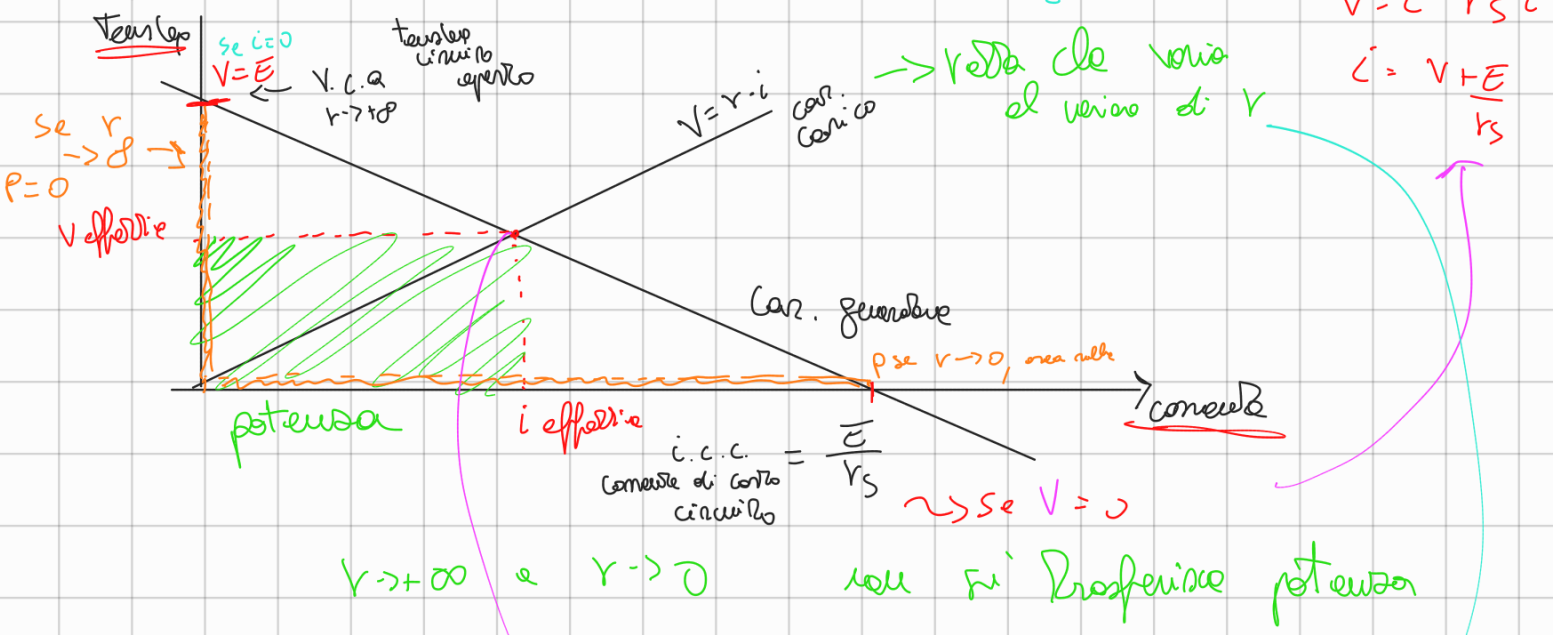
$$i = \frac{E}{(r + r_s)}$$

$$v = i \cdot r$$

$$P = r \frac{E^2}{(r + r_s)^2} = \frac{r}{4 r_s} \frac{E^2}{r_s^2}$$

risso $V = E - r_s i$ = Caratteristica Tensione - corrente del generatore reale di Tensione

$V = r i$ caratteristica del carico
 legge Ohm del carico
 > caso varia al variare del carico retta passante per l'origine



$p = r i^2 = r i$ Punto intersezione, V e i efficaci ai morsetti liels

• Potenza e l'area sotto $i = \frac{V}{r}$

• P e i massimo quando $r = r_s$ al centro del grafico

Generatore reale ha limitaz. sulla potenza massima, ma anche sulla Tensione MASSIMA e corrente

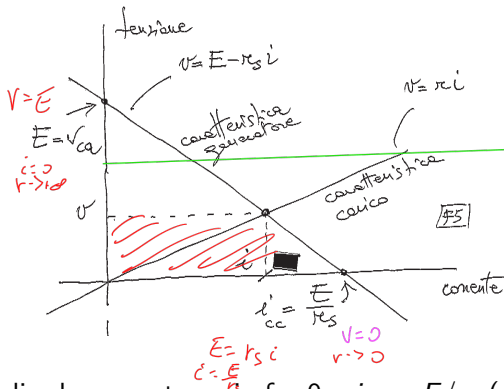
Se $r \rightarrow 0$, c.c.
 $V \rightarrow 0$, c.c.
 $i \rightarrow$ cresce
 Se $r \rightarrow +\infty$
 $i \rightarrow 0$
 $V \rightarrow$ diventa max
 $i \rightarrow 0$ c.a.

limitaz. sulla max V applicata $V = E - r_s I$
 $V_{max} = E$ quando $I=0$, c.a. $r \gg r_s$

Interpretazione grafica

- Tensione e corrente ai morsetti si ottengono intersecando la caratteristica tensione-corrente del generatore reale $v = E - r_s i$ con la retta di carico $v = r i$.

$$r \cdot i = E - r_s i$$



Se $r_s = 0$

geometricamente,
la potenza e' l'area

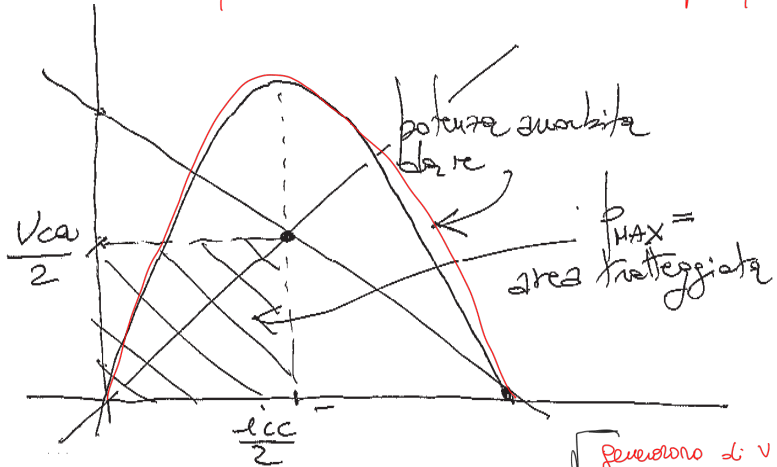
$$v \cdot i$$

- al variare di r la corrente varia fra 0 e $i_{cc} = E/r_s$ (corrente di corto circuito) e la tensione fra 0 e $v_{ca} = E$ (tensione a circuito aperto)

nel mezzo c'è una
soluzione intermedia

Se $r \rightarrow 0$, l'area è piccola
Se $r \rightarrow \infty$ l'area è piccola

- la potenza massima corrisponde a $i = i_{cc}/2$ e $v = v_{ca}/2$
Curva della potenza al variare di I esce questa parabola



$$P_{MAX} = \frac{i_{cc}}{2} \times \frac{V_{ca}}{2} = \frac{E}{2R_s} \times \frac{\bar{E}}{2}$$

*generazione di V in
una bilancia so corrente
tensione max, e potenza*

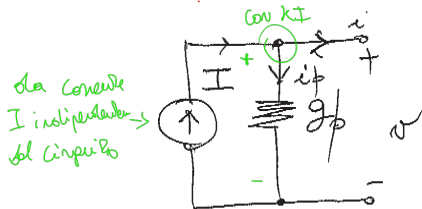
$$= \frac{E^2}{4R_s}$$

*Variazione V , varia punto di funzionamento, cambia la potenza,
Sintesi migliore $r = R_s$*

Generatore indipendente reale di corrente *in parallelo* ~~po una conduttanza~~

- E' dato da un generatore ind.te ideale di corrente con in parallelo una conduttanza $g_p = 1/r_p > 0$

inverso resist. interna



$$g_p \text{ Conduttanza, } \Omega^{-1}$$

$$\boxed{E6} \quad \frac{1}{r_p}$$

da KI

$$i + i_p - I = 0$$

$$i_p = g_p v \text{ da relaz. costitutiva}$$

$$\begin{aligned} i + i_p - I &= 0 \\ i &= I - g_p v \\ i_p &= -g_p v \end{aligned}$$

- la relazione costitutiva e' (convenzione dei generatori)

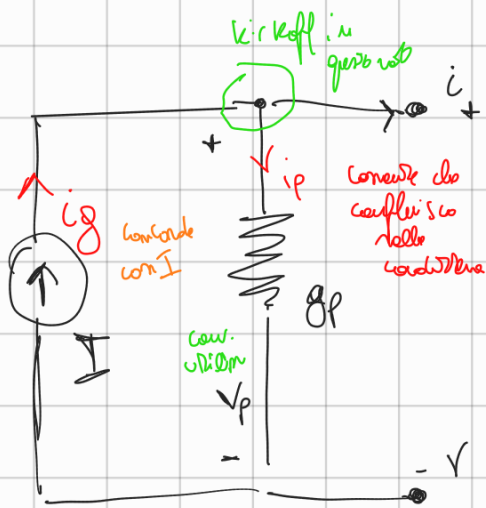
$$\boxed{i = I - g_p v}$$

Generatore reale Tensione

$$V = E - r_s I$$

Gen. reale Corrente

$$i = I - g_p v$$



g_p conduttanza

$$g_p = \frac{1}{r_p}$$

$$-i_g + i_p + i = 0$$

$$i + i_p = i_g$$

$$i + g_p V = I$$

conv. utilizzatori

$$i = I - g_p V$$

i_p corrente che confluisce nella conduttanza

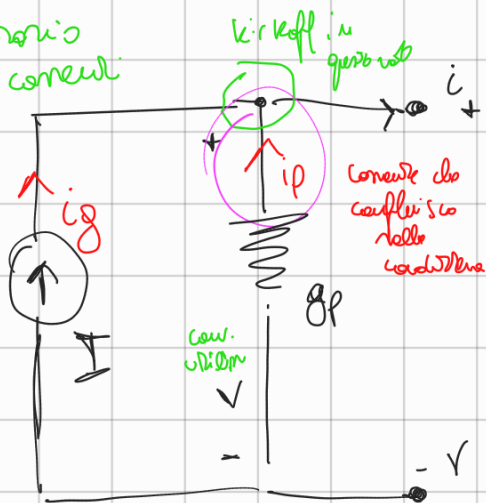
$$V_p = V \text{ perché in parallelo}$$

$$V_p = \frac{i}{g_p}$$

$$i_p = V_p \cdot g_p$$

$$i = \frac{V}{R} = V \cdot g$$

problema di contrariano le correnti



la parte di conduttore

$$-i_g - i_p + i = 0$$

$$i = i_g + i_p$$

$$i = I - g_p V$$

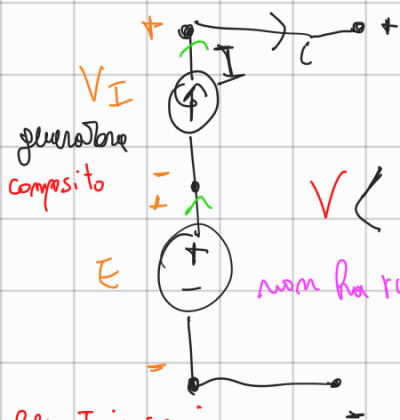
$$i_g = I$$

legge ohm conv. gen.

$$i_p = -V \cdot g_p$$

ALTRE EQUIV

equivalente, hanno la stessa potenza dissipata



per I in serie con V, vince I

non ha ruolo

$$V = V_1 + E \text{ costante} \Rightarrow \text{posso avere qualsiasi valore di } V$$

$$i = I \forall V$$

il generatore di tensione ideale crea qualsiasi corrente

$$V - E - V_1 = 0$$

$$V = E + I r \quad V = i \cdot R$$

$$i = I \forall V$$

indipendentemente dalla V si muoverà

allora equiv

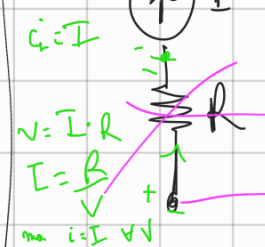
$$i = i_g + i_p$$

$$i = I - g_p V$$

flussi corrente serie ed antiserie

$$V = R I + V_1 = I \cdot R + V_1$$

la tensione è libera



$$i = I$$

$$V = I \cdot R$$

$$I = \frac{V}{R}$$

$$i = I \forall V$$

non importa perché la tensione ai capi del generatore non è importante

non altera la tensione, lo posso eliminare
Tensione la stabilisce E,

Equivalenza fra bipoli

• Due bipoli si dicono equivalenti (esternamente) se hanno la stessa relazione costitutiva (stabiliscono lo stesso legame fra tensione e corrente ai morsetti)

• equivalenza fra gen.re ind.te reale di tensione e di corrente

Generatore reale indep di V e I

magari internamente sono diverse

se e solo se

equivalenza esterna, non interna

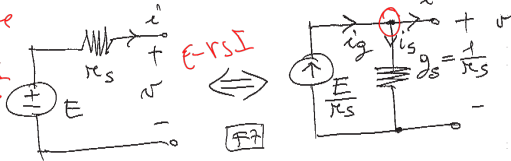
Posso farlo sempre, esternamente e uguale

Se ho gen. reale Tensione

$$V = E - r_s I$$

$$\Rightarrow I = \frac{E - V}{r_s} \quad e \quad g_s = \frac{1}{r_s}$$

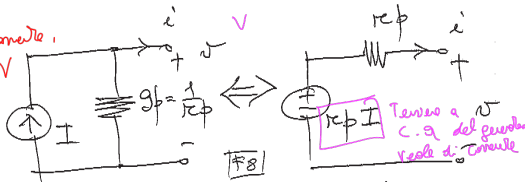
e anche



Se ho generatore reale di Corrente, trasformo in un gen. reale V

$$bore \quad r_p = \frac{1}{g_p}$$

$$e \quad V = r_p \cdot I$$



metto $\frac{1}{r_p}$ in serie

$$V = r_p I$$

che e' la Tensione a C.a. del gen. reale di Corrente, infatti: $i = I - g_s V$

$$c.a. \quad i = 0 \quad I - g_s V = 0$$

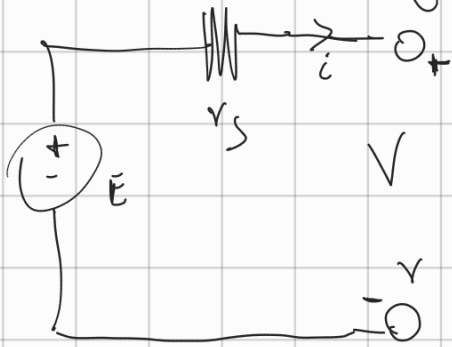
• verifica prima equivalenza: dalla KI al nodo otteniamo $i_g = i_s + i$;

si ha poi $i_g = E/r_s$ e $i_s = v g_s = v/r_s$ da cui $v = E - r_s i$ che e' $V = I \cdot r_s$

proprio la relazione costitutiva del generatore reale di tensione

L'equivalente e' esterna

Passo da un generatore di Tensione ad uno di corrente



si può trasformare

$\Leftrightarrow$



Converte di continuo il generatore

al posto di $g_s = \frac{1}{r_s}$

il resistore lo metto in parallelo

e come I ci metto la corrente di C.C. $I_g = \frac{E}{r_s}$

quando resistenza in serie, la metto in parallelo

$$I = \frac{E}{r_s}$$

relaz. gen. V

$$V = E - r_s i$$

K. Koff per Dim

$$\begin{aligned} \frac{E}{r_s} &= i_s + i = g_s \cdot V + i \\ &= \frac{V}{r_s} + i \end{aligned}$$

$$g_s = \frac{1}{r_s}$$

con questa scelta i due sono equivalenti, dimostrato

$$V = E - r_s i$$



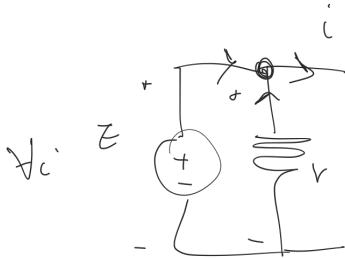
il carico esternamente non si accorge di niente l'equivalente ai morsetti, e' esterna. stessa tensione e corrente ai morsetti, stessa potenza.

es. la resistenza interna non si accorge di niente, se assorbe 1W, continua

ALTRE EQ.

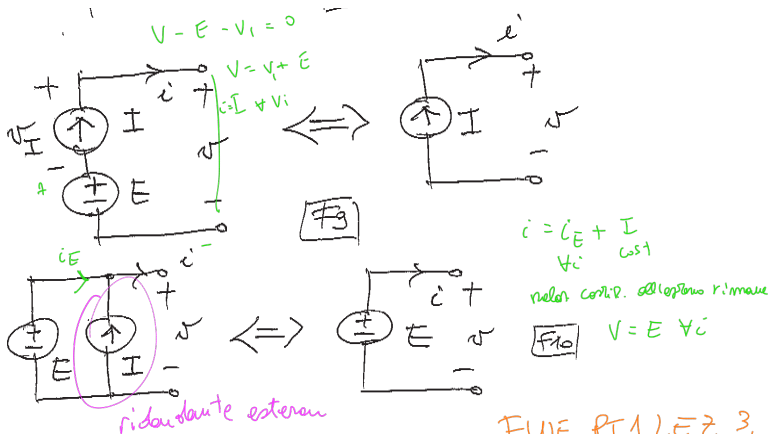
- interpretare graficamente
- l'equivalenza e' esterna (ai morsetti) ma non e' interna *il carico non si accorge di niente*
- equivalenza inversa fra gen.re ind.te reale di corrente e di tensione (verificare per esercizio)

*Stesso test per i concetti ai morsetti,
Stesso potere che il carico sente*



Altre equivalenze

- Serie con generatore ind.te ideale di corrente. In questo caso il gen.re di tensione E e' ridondante (esternamente). Infatti si ha per la serie $v = v_I + E$ con v_I qualsiasi, inoltre $i = I$. Quindi $i = I$ con v qualsiasi che e' proprio la relazione costitutiva di un gen.re ind.te ideale di corrente



- analogamente si puo' dimostrare l'altra equivalenza

FINE PT1 LEZ 3,

Var LEZ 3, N-POL

Bipoli controllabili in tensione o in corrente LEZ. 4 PT2

• Un bipolo si dice controllabile in tensione se ha una relazione costitutiva del tipo

Posso applicare qualsiasi valore di V , e noto V determino i univocamente. $i = g(V)$. i = funzione di V

cioè V è una grandezza indipendente e, nota V , conosciamo univocamente i

Posso applicare qualsiasi valore di V , e noto V , trovo univocamente i .

• Un bipolo si dice controllabile in corrente se ha una relazione costitutiva del tipo

$$V = f(i)$$

cioè i è una grandezza indipendente e, nota i , conosciamo univocamente V

$$\left. \begin{aligned} V &= Ri \\ i &= \frac{1}{R} V = G V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Resistore in entrambi i modi}$$

es. connessione in serie
funziona bene per
Bipoli controllati in cor.
e come se fosse parallelo
per tensione

ma se ho un corto-circuito, $V = Ri = 0$

$i = GV$, un C.a. è controllabile in tensione, ma non in corrente

$i = 0$ è grandezza dip. non posso applicare i che voglio

un C.C. è controllabile in corrente ma non è controllabile in tensione ($V=0$)

Tensione deve essere 0, non li posso applicare
qualunque tensione che voglio,
deve essere 0.

- un resistore ideale R e' controllabile in entrambi i modi
- un generatore ind.te ideale di tensione $v = v_g(t)$ e' controllabile in corrente; infatti la corrente i nel generatore e' indipendente e nota, i , e' nota la tensione $v_g(t)$! Invece non e' controllabile in tensione. Infatti la tensione $v = v_g(t)$ e' stabilita dal generatore e quindi non e' indipendente. Inoltre, nota $v_g(t)$, non e' nota a priori la corrente i [V.C.]
- un generatore ind.te ideale di corrente $i = i_g(t)$ e' controllabile in tensione ma non in corrente (riflettere)
- un gen.re ind.te reale di tensione (o di corrente) e' controllabile in entrambi i modi
- un corto circuito e' controllabile in corrente ma non in tensione. Analogamente, un circuito aperto e'....

$V = R \cdot I$
 $I = \frac{V}{R}$
 Volo controll
 i in Cor.
 Volo controll
 in Tensione

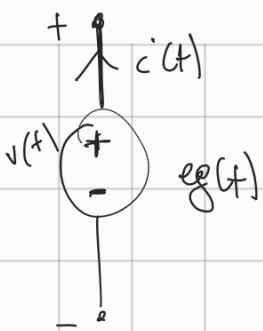
INDIPENDENZA dalla Tensione

$V = E - r_s I$
 $I = I - g_s V$
 Se conosco uno, so l'altro
 ci posso applicare qualunque
 e dalla una trova l'altro

↳ infatti Sono con particolari di generatori di tensione e corrente

Un C.C.
 c.a.
 $V = 0 \quad \forall i$
 $i = 0 \quad \forall V$
 $R = 0$
 $g = 0$
 controllabile in tensione
 ma non in corrente

veloc.
 controll. in corrente,
 conosco corrente, so segno
 V
 ma se conosco V non posso sapere i



$v(t) = e_g(t)$ $\forall i$ è controllabile in corrente, non dip. da corrente
e nota corrente e nota tensione

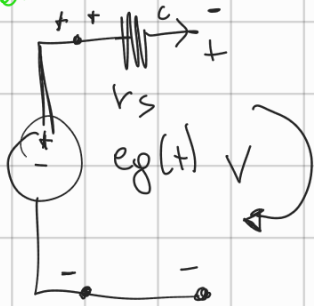
non è controllabile in tensione, non posso applicare V che voglio
e a priori non conosco la corrente

$i(t) = i_g(t)$ $\forall v$ indipend. da tensione da appio

Controllabile in tensione ma non in corrente

nota i non conosco V e non posso applicare la i che voglio

Gen. reale di Tensione



$$V = e_g(t) - r_s i$$

$\left\{ \begin{array}{l} E \text{ controllabile in corrente} \\ E \text{ controllabile in tensione} \end{array} \right\}$
nota corrente, posso ricavare tensione e vicev.

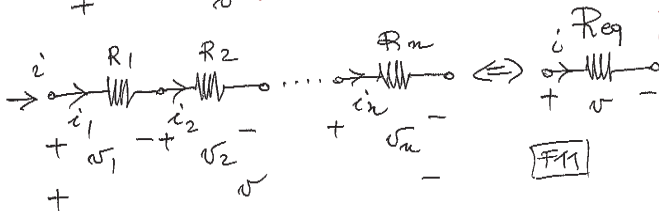
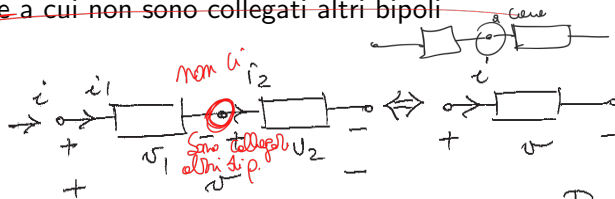
Ci sono tipi controll me in corrente me in tensione

$$V = \bar{E} - r_s I$$

NULPTONE non controllabile
me in V ne in I

Connessione serie fra bipoli *Resistive in serie e parallelo*

- Due bipoli si dicono collegati in serie se hanno un nodo a comune a cui non sono collegati altri bipoli



Corrente e' la stessa (vedi la calcol)

- relazioni con cui si studia la serie (KI e KV)

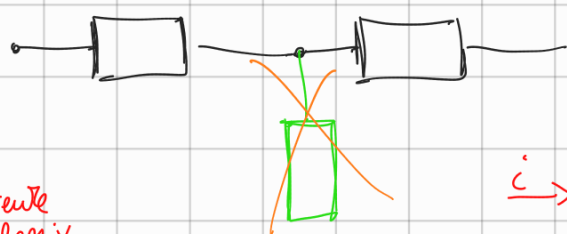
$$i = i_1 = i_2$$

$$v = v_1 + v_2$$

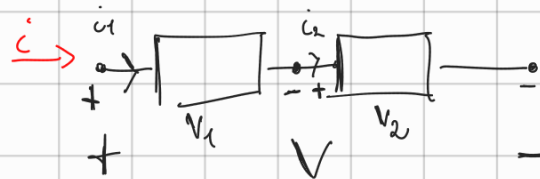
- la definizione si estende immediatamente alla serie fra n bipoli

Commissione serie tra bipoli.

Modo comune a cui non sono collegati altri bipoli.



utilizzati tra corrente e la stessa



i_1 corrente primo bipolo
 $i_2 \dots$
 V_1 e V_2 tensioni ai morsetti

i corrente che compen. v. entra nel bipolo

Le correnti sono le stesse

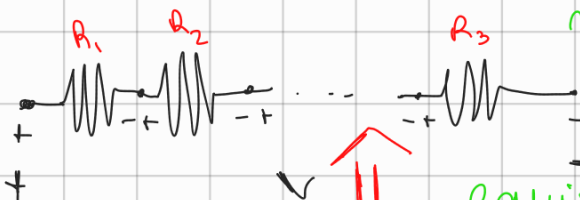
vincoli

$$\begin{cases} i = i_1 = i_2 \\ V = V_1 + V_2 \end{cases}$$

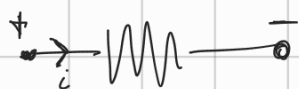
Se applico KV, somma delle cadute di tensione

Applicos. a Serie di n resistori

metto verso costante per corrente



equivalente a, stesso Relos. cost.



da KV Somma cadute Tensioni da KV

$$R_{eq} = R_1 + \dots + R_n$$

ho usato conv. di Ohm.

ho usato conv. di Ohm.

$$(2) V = V_1 + V_2 + \dots + V_n \quad \text{Somma cadute Tensione} = R_1 i_1 + R_2 i_2 + \dots + R_n i_n$$

$$(1) \text{ da KI le correnti coincidono } (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i = V \quad \text{il tutto equivale ad una resistenza eq.}$$

$$i = \frac{V}{R_1 + \dots + R_n} \Rightarrow V_k = \frac{V R_k}{R_1 + \dots + R_n}$$

R_{eq}

$$\text{ad esempio } V_k = i_k \cdot R_k$$

REGOLA del PARTITORE di Tensione

se in serie

conosci V , vuoi sapere $V_1, V_2 \dots V_n$

$$V_1 = \frac{V R_1}{R_1 + \dots + R_n}$$

Tensione di mio interesse

$$V_n = \frac{V R_n}{R_1 + \dots + R_n}$$

Cade più Tensione sulla resistenza più grossa

serie da 1Ω, uno da 100Ω, tutta la tensione finisce su quello da 100Ω

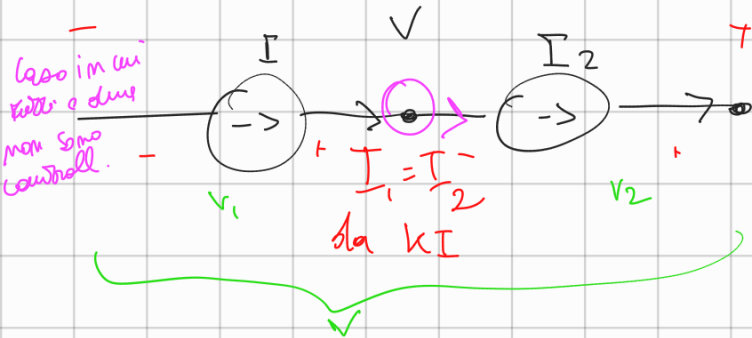
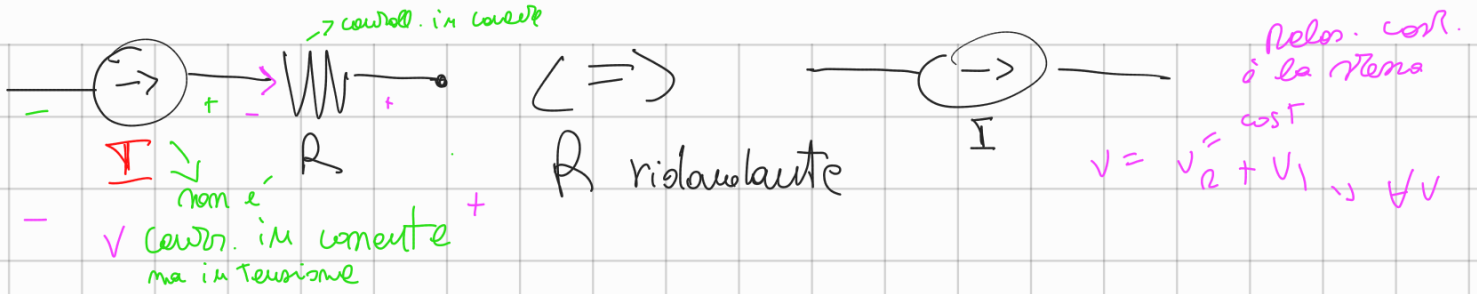
Commissione Serie ok se entrambi i bipoli sono controllabili in corrente

$$\frac{V_h}{V_k} = \frac{R_h}{R_k}$$

#

Se uno dei due non lo è, uno è ridondante, e' risolvibile

Es



CONNESS. ASSURDA

- Se $I_1 \neq I_2$ connessione assurda perché contraddittorio Kirchhoff per Correnti.

$I_1 = I_2$ ho problemi a trovare la Tensione, il circuito non ammette soluzioni, infinite sol. V è indeterminata?

$$V = V_1 + V_2$$

anche se ho trovato V complessiva

CIRCUITO SOTTODETERMINATO,
non posso trovare mai
tensione nodo centrale

$$V = V_1 + V_2$$

problema sotto-determinato, ho
infinite soluzioni

- la serie ha sempre senso se tutti i bipoli sono controllabili in corrente ed e' di solito facile studiare il bipolo equivalente alla serie

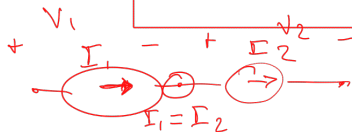
- Ad esempio. Serie fra n resistori. Si ha $v = v_1 + v_2 + \dots + v_n = R_1 i_1 + R_2 i_2 + \dots + R_n i_n = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i = R_{eq} i$. La serie equivale a un resistore di resistenza $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

- si ha

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}$$

e quindi la tensione sui singoli resistori puo' essere trovata con la formula $v_k = R_k i_k = R_k i$; quindi (*regola del partitore di tensione*)

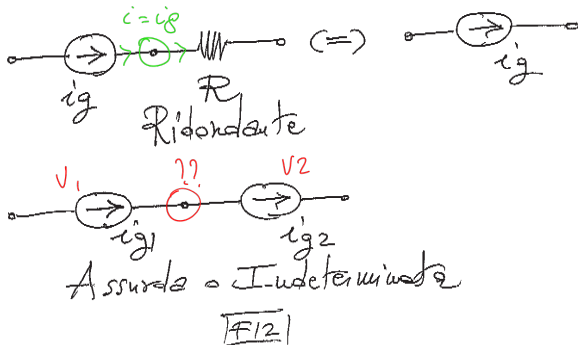
$$v_k = \frac{v R_k}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}, \quad k = 1, 2, \dots, n$$



Partitore Tensione

- se un bipolo non è controllabile in corrente la connessione può essere 'ridondante' (esternamente uno dei bipoli può essere 'eliminato')

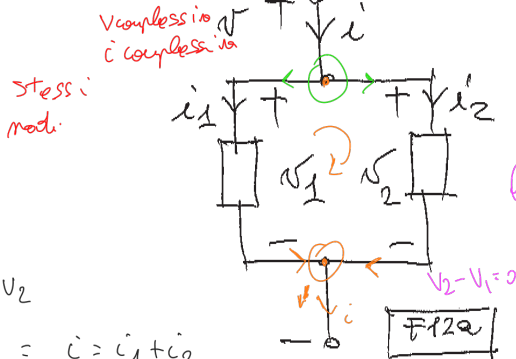
- supponiamo che entrambi i bipoli siano non controllabili in corrente; in questo caso la connessione serie è assurda se $i_{g1} \neq i_{g2}$ (viene contraddetta KI) oppure indeterminata se $i_{g1} = i_{g2}$ (il potenziale del nodo centrale può assumere qualunque valore)



Connessione parallelo fra bipoli

- Due bipoli si dicono in parallelo se sono collegati fra la stessa coppia di nodi

formano una MACRIA elementare di 2 bipoli.



Segui così per caratter

La tensione applicata ai bipoli è la stessa

$$v_2 - v_1 = 0$$

$$i = i_1 + i_2 \text{ con } \text{KCL}$$

da KV
 $v_1 = v_2$

e da KI: $i = i_1 + i_2$

- relazioni con cui si studia il parallelo (KV e KI)

$$\left\{ \begin{array}{ll} v = v_1 = v_2 & \text{Tensione è la stessa} \\ i = i_1 + i_2 & \text{Corrente complessiva è data dalla somma correnti} \end{array} \right.$$

- la definizione si estende immediatamente al parallelo fra n bipoli

in serie, sono normali

in parallelo sono condutture

$$\left\{ \begin{aligned} V &= V_1 = V_2 \\ i &= i_1 + i_2 \end{aligned} \right.$$

Parallelo tra n condutture

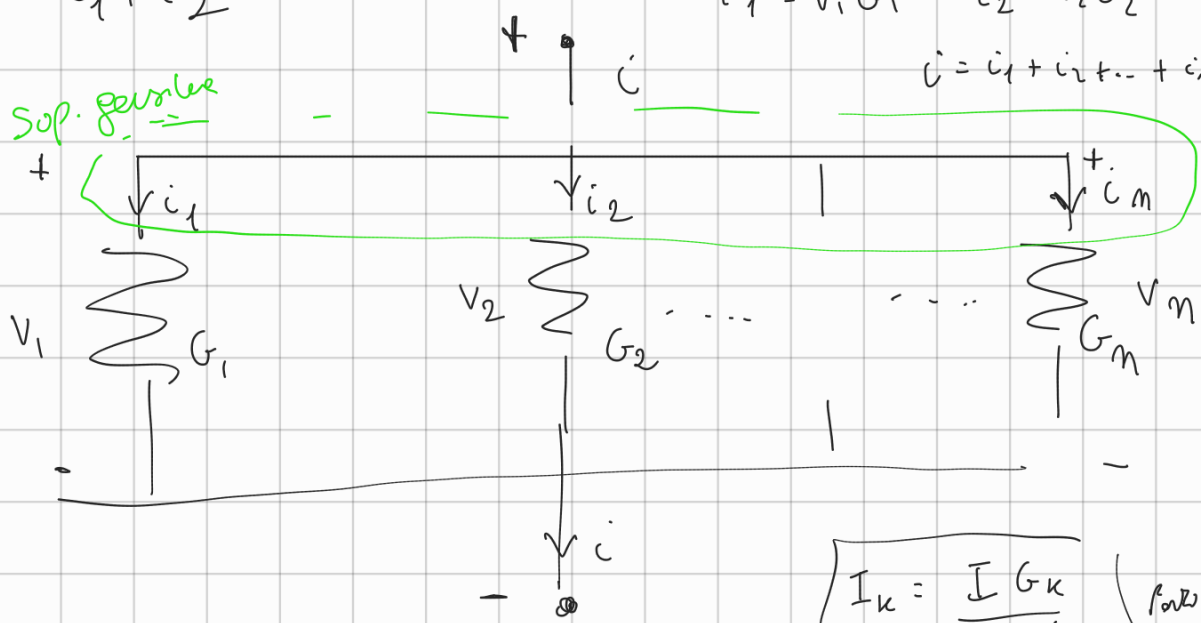
$$i_1 = V_1 G_1 \quad i_2 = V_2 G_2 \quad i_n = G_n V_n$$

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

$$i = V(G_1 + \dots + G_n)$$

$$G_{eq} = G_1 + \dots + G_n$$

Sop. generale



$$I_k = \frac{I G_k}{G_1 + \dots + G_n} \quad \text{Part. Par. Con.}$$

Corr. util. kI

Stessa faccenda k_i di modo di sopra, alla sup.

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = G_1 V_1 + G_2 V_2 + \dots + G_n V_n$$

V_{equiv} da relaz. costitutive

$$= (G_1 + G_2 + \dots + G_n) V$$

Ma le V sono equiv

G_{eq}

$$i = G_{eq} V$$

$$i_k = G_k V$$

$$V = \frac{i}{G_{eq}} \quad i_k = \frac{G_k i}{G_{eq}}$$

Regola Partizione Corrente

La corrente complessa che entra nel parallelo, voglio sapere come si riparte in solo bipolo

più grande è la conduttanza, più corrente ci pone
voglio trovare le tensioni

$$V = \frac{i}{G_1 + \dots + G_n}$$

$$i_1 = G_1 V = i \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$

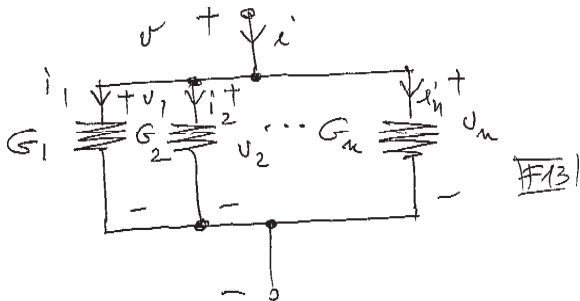
Chi ha condutt. più alta, prende più corrente.

$$i_n = G_n V = i \cdot \frac{G_n}{G_1 + \dots + G_n}$$

i_n è questa corrente

Parallelo se entrambi controllabili in tensione
altrimenti se uno dei due non lo è, è ridondante, altrimenti conviene o grande o involontaria

- il parallelo ha sempre senso se i bipoli sono controllabili in tensione ed e' di solito facile studiare il bipolo equivalente al parallelo



- ad esempio, parallelo fra n conduttanze; si ha

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = G_1 v_1 + G_2 v_2 + \dots + G_n v_n = (G_1 + G_2 + \dots + G_n) v = G_{eq} v.$$
 Il parallelo equivale a una conduttanza di valore $G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$

$$G_{\text{parallelo}} = i = g_{eq} v \quad i_k = g_k v$$

- si ha

$$v = \frac{i}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$

e quindi la corrente nelle singole conduttanze puo' essere trovata con la formula $i_k = G_k v_k = G_k v$; quindi (regola del partitore di corrente)

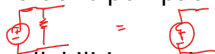
$$i_k = \frac{i G_k}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

regola partit. corrente

- se un bipolo non e' controllabile in tensione la connessione puo' essere 'ridondante' (esternamente uno dei bipoli puo' essere 'eliminato')

$v = E$ VA

es.



due ipoli non controllabili in tensione

- se entrambi i bipoli sono non controllabili in tensione la connessione parallelo e' assurda oppure indeterminata (proporre esempi)

N bipoli in parallelo

Teorema di Millmann *M generatori in parallelo REPLI*

• Configurazione con n generatori indipendenti reali di tensione in parallelo fra di loro. La tensione v_{AB} si puo' determinare con la seguente formula

$$v_{AB} = \frac{v_{g1} G_1 + v_{g2} G_2 + \dots + v_{gn} G_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$

Tensione MODI v_{AB}

Somma Correnti di cortocircuito
Condiz. eq

Nota v_{AB} e' facile determinare tutte le altre tensioni e correnti del circuito

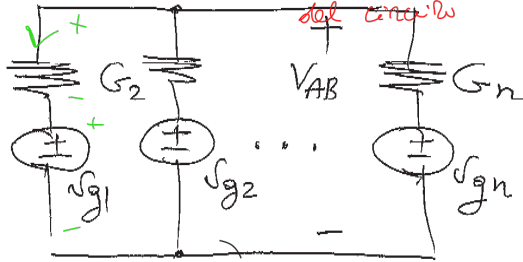
NOTA v_{AB} e' Facile trovare tutte le Tensioni e correnti del circuito

Somma Correnti C_i
Condiz. eq

$$i = 8V$$

$$v = \frac{i}{g}$$

F14



$$es. v_{AB} = v_{g1} + \frac{i_1}{g_1}$$

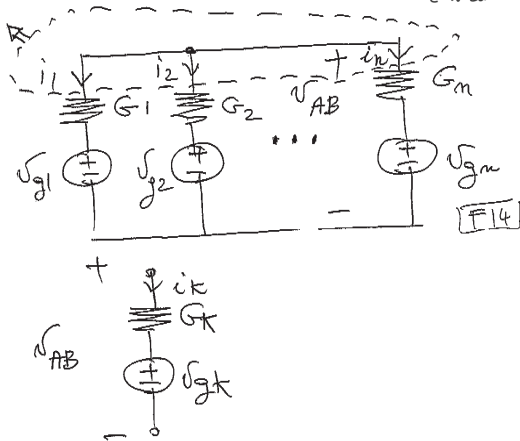
$$i_1 = (v_{AB} - v_{g1}) g_1$$

NOTA

Sostituisco alla prima KI

$i_k + i_m = 0$

e ho che $V_{AB} = \frac{v_{g1}G_1 + \dots + v_{gn}G_n}{G_1 + \dots + G_n}$



DM

- verifica: applicando KI alla superficie Gaussiana tratteggiata si ha $i_1 + i_2 + \dots + i_n = 0$. Per il generatore reale k si ha

$v_{AB} = \frac{1}{G_k} i_k + v_{gk}$, quindi $i_k = v_{AB} G_k - v_{gk} G_k$. Sostituendo

$v_{AB}(G_1 + G_2 + \dots + G_n) - (v_{g1}G_1 + v_{g2}G_2 + \dots + v_{gn}G_n) = 0$

e quindi il risultato detto

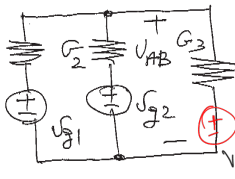
tre varianti

CASI PARTICOLARI

Casi particolari

caso di c.c. e p

$$\Rightarrow \frac{V_{g1}G_1 + V_{g2}G_2 + \cancel{V_{g3}G_3}}{G_1 + G_2 + G_3} = V_{AB}$$



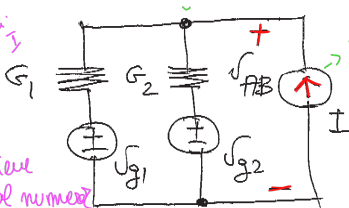
Solo conduttanza, influenza su denominatore

F15

ci manca V_{g3} , lo inserisco io
generatore di V giusto, è JM C.C.
e trovo V_{AB} con formula di prima

caso di c.c. e i

$$V_{AB} = \frac{V_{g1}G_1 + V_{g2}G_2 + I}{G_1 + G_2}$$



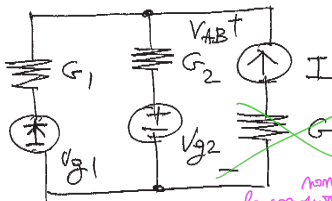
introduce solo al numeratore

introduce solo al numeratore

F16 aggiungo conduttanza

$$V_{AB} = \frac{V_{g1}G_1 + V_{g2}G_2 + I}{G_1 + G_2 + \cancel{G_3}}$$

non ha influenza su V_{AB}



aggiunta conduttanza è ridondante

ridondante

serie con flux. cond
non controllabile in corrente
la conduttanza è ridondante

- variante 1; mostrare che

$$v_{AB} = \frac{v_{g1} G_1 + v_{g2} G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

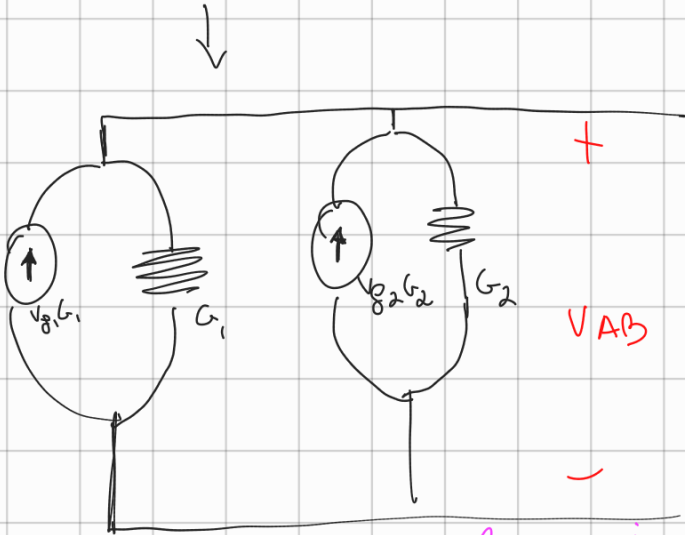
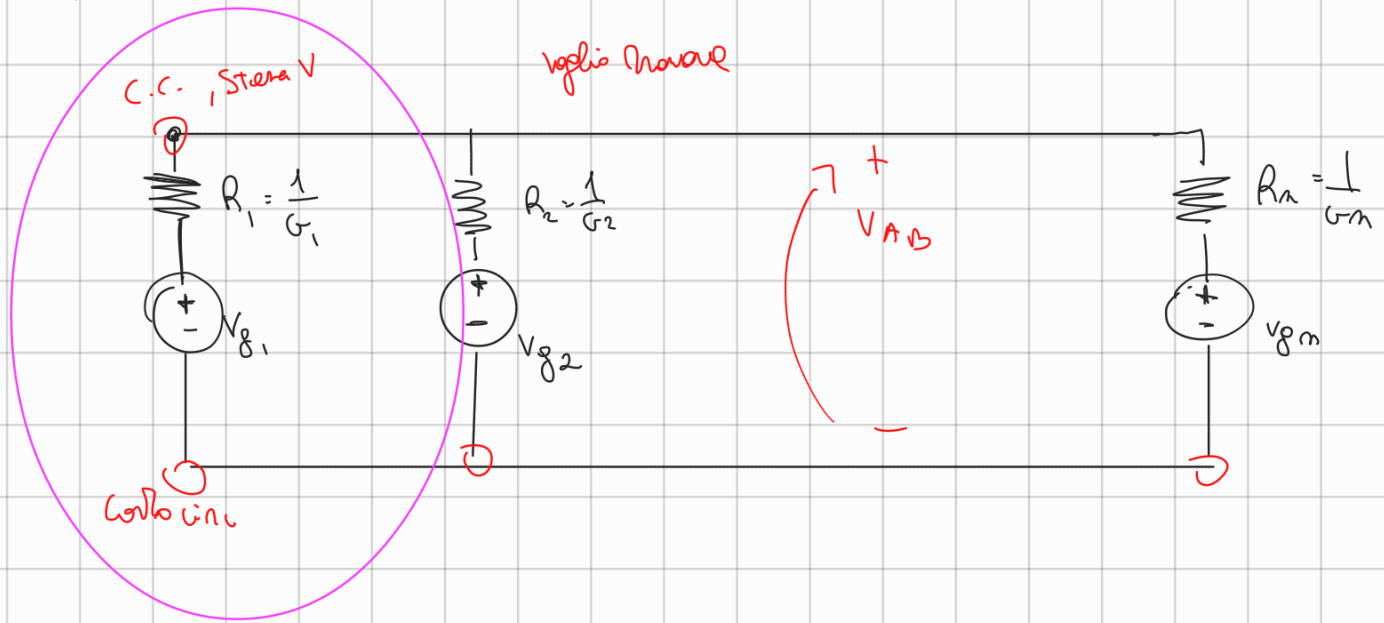
- variante 2; mostrare che

$$v_{AB} = \frac{v_{g1} G_1 + v_{g2} G_2 + I}{G_1 + G_2}$$

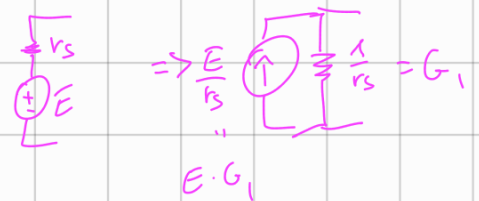
- variante 3; mostrare che

$$v_{AB} = \frac{v_{g1} G_1 + v_{g2} G_2 + I}{G_1 + G_2}$$

Dimostrazione alternativa, trasformo tutto in generatore reale di corrente



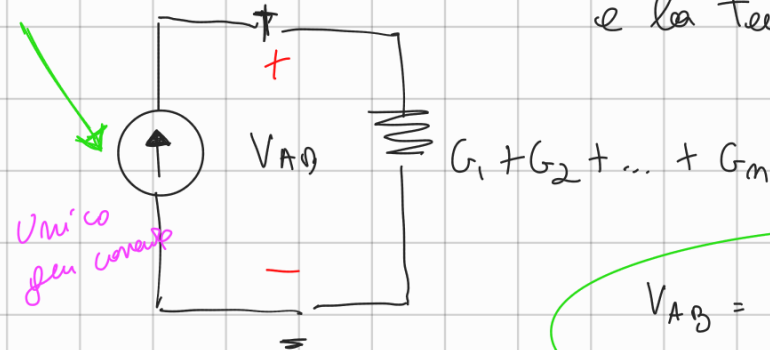
Dipoli in parallelo, posso invertire di posizione, le conduttanze si sommano, insieme alle correnti



lo posso invertire di posizione, le conduttanze si sommano

e la tensione V_{AB} dunque saranno

e si sommano anche i gen. di corrente



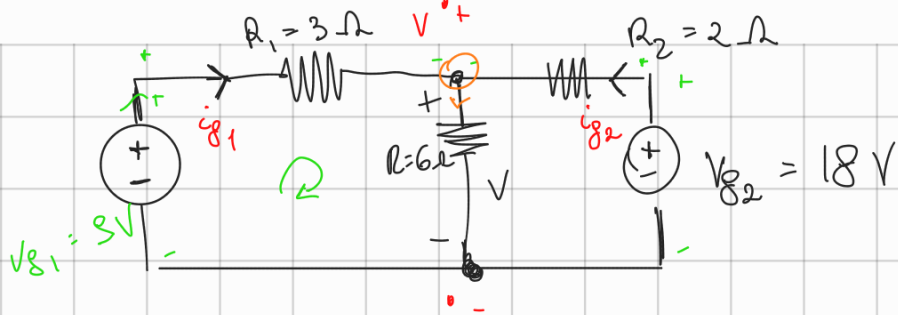
Unico gen. corrente

$$V = \frac{1}{G}$$

$$V_{AB} = \frac{V_{g1}G_1 + \dots + V_{gm}G_m}{G_1 + G_2 + \dots + G_m}$$

Esercizio

? Corrente e Potenza erogare dai generatori



trovo tensione al centro, uso MILLMAN

$$V = \frac{V_{g1} G_1 + V_{g2} G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{3 + 3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}} = 12 \text{ V}$$

una corrente sarà positiva e l'altra sarà negativa

da KV con maglia 5x

$$-V_{g1} + 3i_{g1} + V = 0$$

$$\Rightarrow i_{g1} = -1 \text{ A}$$

Per la maglia di dx

$$-18 + 2i_{g2} + 12 = 0$$

$$-V_{g2} + 2i_{g2} + V = 0$$

$$i_{g2} R_2 + V - V_{g2} = 0$$

$$2i_{g2} + 12 - 18 = 0$$

$$i_{g2} = 3 \text{ A}$$

significato de la corrente è nell'altro verso rispetto a come abbiamo preso noi

Potenza = conv. generati, V_{g1} e V_{g2} sono mani bene

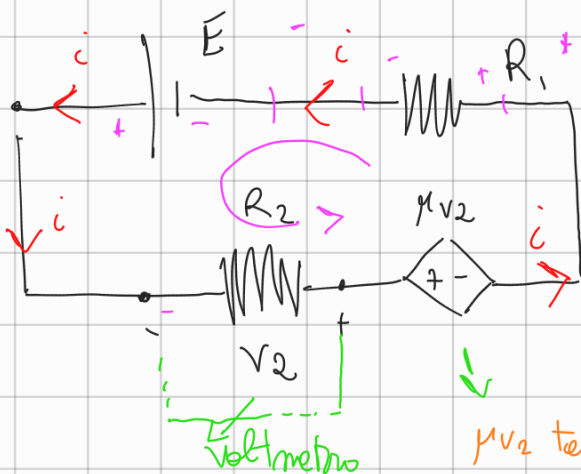
$$P_{\text{eng. } g1} = V_{g1} \cdot i_{g1} = -9 \text{ W}$$

V_{g1} sta erogando 9 W potenza erogata -9 W

$$P_{\text{eng. } g2} = V_{g2} \cdot i_{g2} = 54 \text{ W.}$$

Potenza erogata

54 W come potenza, le altre dissipate dal resistore



Da esercizio 2
? V_2 determinare tensione V_2

• i unica maglia

Unica corrente di maglia

Solo KV

μV_2 tensione applicata ai morsetti.

una maglia, unica corrente incognita

KV: $\mu V_2 + R_1 i - \bar{E} + R_2 i = 0$ com.v. util. $-V_2$ $V_2 = -R_2 i$ Sono come tensione

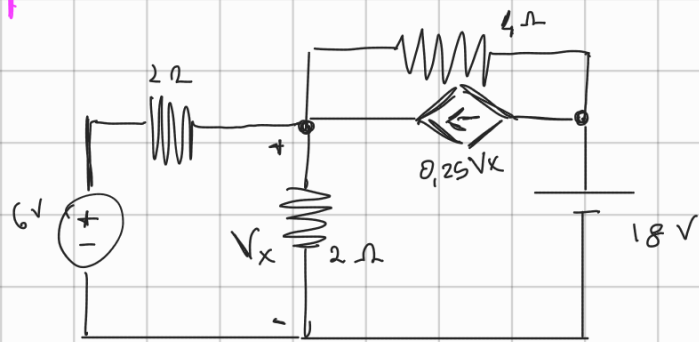
$V_2 = -R_2 i$ com.v. generale

$R_2 i - \bar{E} + R_1 i - \mu R_2 i = 0$

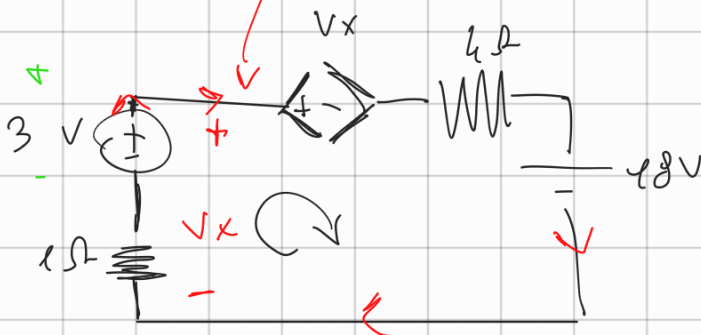
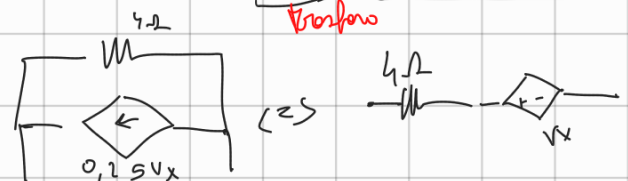
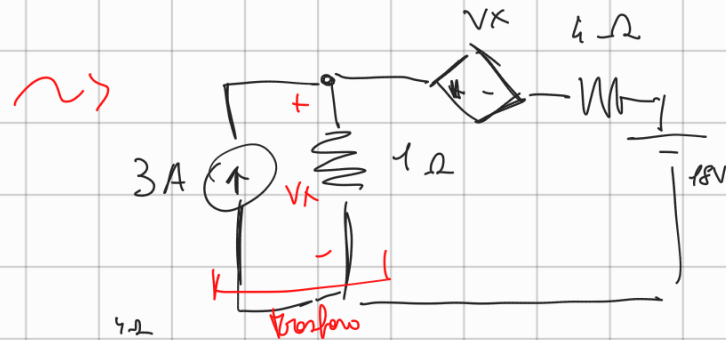
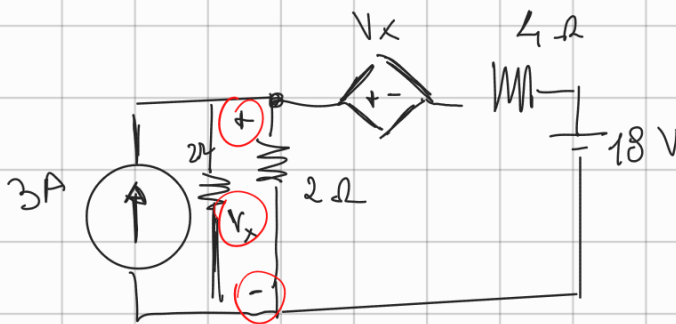
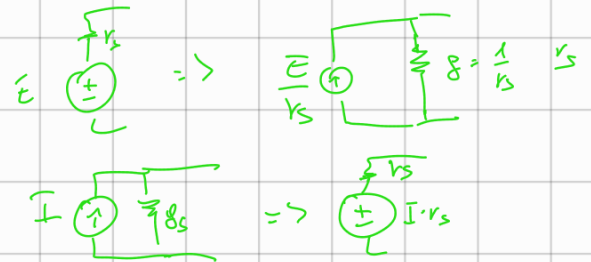
$i = \frac{E}{R_1 + R_2 - \mu R_2}$

$V = -R_2 i = -R_2 \frac{E}{R_1 + R_2 - \mu R_2}$

ho trovato prima corrente e poi V



usare le equivalenze



KV

$5i - 3 + Vx + 18 = 0$

$Vx = -15 - 5i$

$Vx = 3 - i$

$\Rightarrow 5i - 3 + 3 - i + 18 = 0$

$4i = -18 \Rightarrow i = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

$Vx = 3 - \left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{15}{2} \text{ V}$

$$4i = 18$$

$$1 - \frac{18}{4}$$

$$\downarrow -3 + 4; \pm 18 < 0$$

