

Resistenza equivalente di un bipolo senza memoria lineare e omogeneo

rete resistiva

Sempre Les. 5 23/03/23

• E' ben noto dalla fisica il concetto di resistenza equivalente di un bipolo di soli resistori: alimentiamo il bipolo con un gen.re ind.te ideale di corrente i_0 e valutiamo la tensione v_0 ai morsetti (convenzione degli utilizzatori); si ha

RETE DI SOLI RESISTORI

Def di R_{eq} , moltiplico i_0 ,

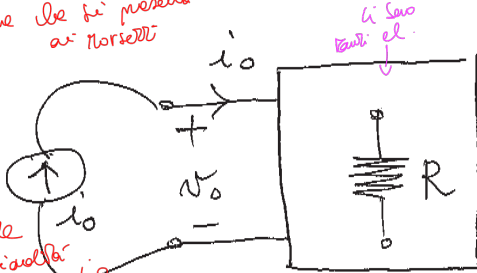
v_0 = tensione che si presenta ai morsetti

$$R_{eq} = \frac{v_0}{i_0} \Omega$$

Bipolo di soli resistori ideali

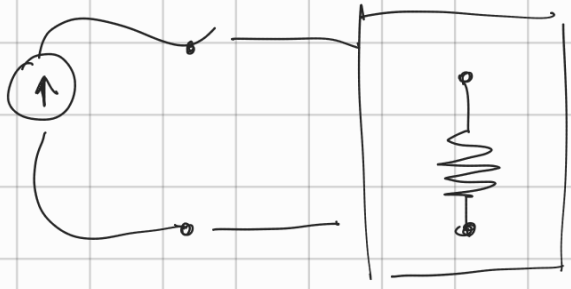
R_{eq} : costante di proporzionalità tra v_0 e i_0

alimento R_{eq} con gen. indep. ideal. di corrente e misuriamo la tensione



Tutti Resistori ideali, accessibili attraverso un bipolo

aplico un generatore di corrente, V_o ^{regio} tensione ai morsetti



R_{eq} è la costante di proporz.
tra i_o e V_o

$$V_o = h i_o = R_{eq} i_o \quad V_o = R_{eq} i_o$$

aplico i_o , trovo quanto vale V_o , e trovo R_{eq}

BIPOLIO OMOGENEO NON CONTIENE GENER
^{dipendenti Si}

INDIPENDENTI, IDEALI DI V_o e i_o

posso avere DIPENDENTI: generatori controllati;
posso avere con Resistenza equivalente

Posso estendere il concetto di R_{eq} con tutti i

Bipoli resistivi e relativi due porte senza non. lin e mag.

Con Reti di questi el, c'è una proporzionalità

tra tensione e corrente, che chiamo

Resistenza equivalente

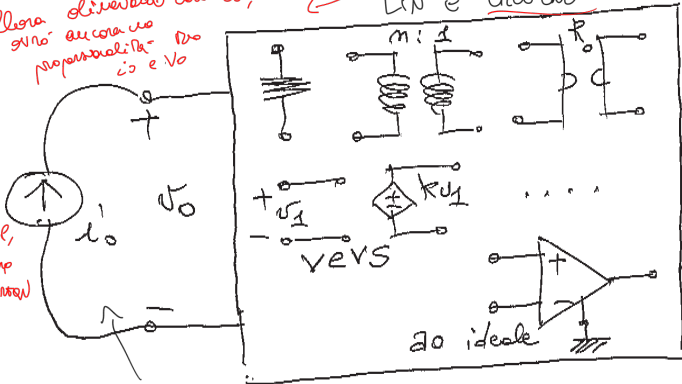
• il concetto può essere esteso ad un qualsiasi bipolo che contiene al suo interno solo resistori ideali e reti due porte senza memoria lineari e omogenee. La definizione di R_{eq} è la stessa di prima. Il bipolo è detto omogeneo in quanto non contiene gen.ri indipendenti di tensione e/o corrente

BIPOLLO di soli El.
LIN E OMogenei (no gen. INDIP)

allora dipendendo con i_o ,
non ancora no
proporzionalità
 i_o e V_o

[F2]

Se ho anche
generatori INDIP,
allora devo usare
Thévenin e Norton



R_{eq} dipendenza da V_o e i_o

R_{eq} proprietà delle reti di elementi lin e nonog.

~~Reti~~ di soli resistori

BIPOLARE

Numero finito di resistori nella scala...

- Si suddividono in due classi *caso semplice*
- *Reti a scala*: contengono solo resistori collegati in serie o parallelo; si usano regole elementari su serie e parallelo per calcolare R_{eq}
- *Reti non a scala*: non vi sono solo connessioni serie o parallelo; se possibile ci riconduciamo ad una rete a scala con opportune trasformazioni circuitali

1) Bivio di Sole Resistenze

- rete a scala: Solo connessioni serie
Trovo un unico Resistore o parallelo di soli
che è uguale la Req resistori

procedo con
la equiv.
e trovo un
unico resistore
equiv.

- reti non a scala (es. a ponte)

↳ uso trasformazioni; equivalenze

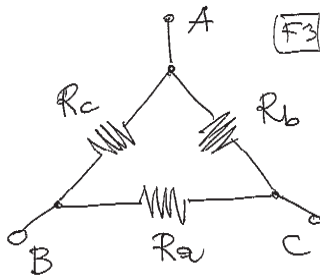
procedo rete non a scala, la trasformo in una
scala



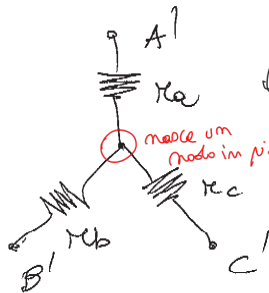
- trasformazione Triangolo-Stella: i due tripoli $A - B - C$ e $A' - B' - C'$ sono equivalenti se e solo se

*Pseudo note non o
Scola e la trasformo
a Scola*

$$r_a = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}; \quad r_b = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}; \quad r_c = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

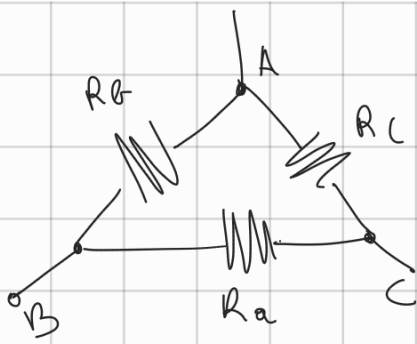


$\Leftrightarrow$

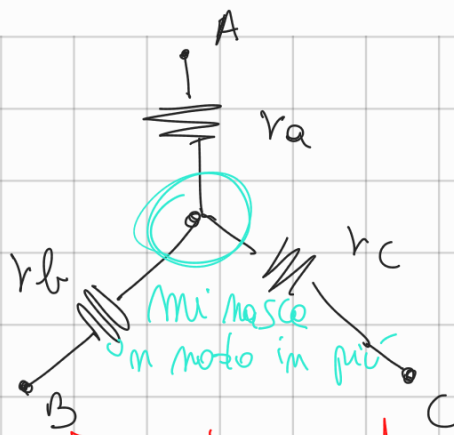


*do negis
transf. in
uma
stella*

La Triangolo a stella



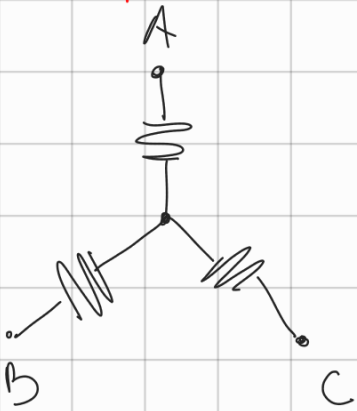
$\Leftrightarrow$



equivalente, esternamente di comportamento allo stesso modo, non cambia nulla

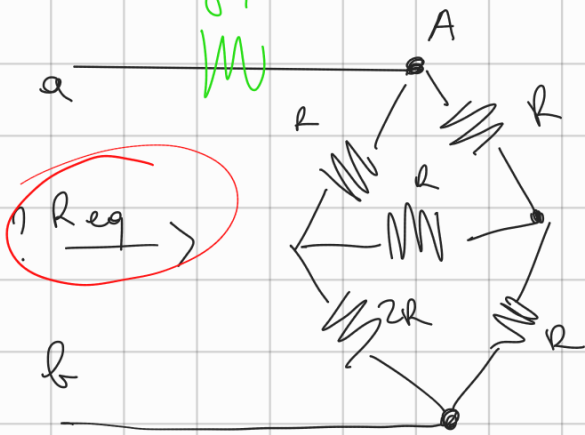
Denominatore è sempre lo stesso

Trasformazione al centro, conviene usare le conduttanze



Esempio Prendo rete con a scale, la trasformo in rete non a scale

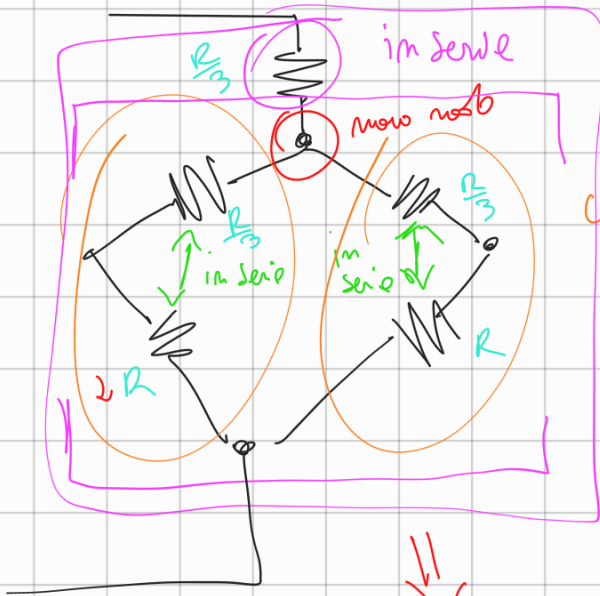
Tolgo, uelen



non sono in serie (non portano la stessa cor.)
non in parallelo (non hanno gli stessi nodi)

Stella equiv.

quella che per la Δ a stella, nasce in rete h_{pi}



combin. in parallelo

Parallelo

$$R_{eq} = \frac{R}{3} + \frac{7}{3} R \parallel \frac{4}{3} R =$$

rete a scala

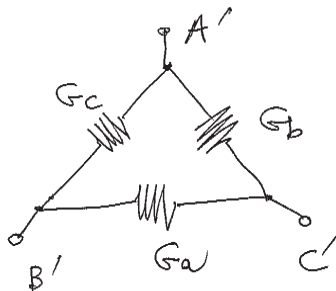
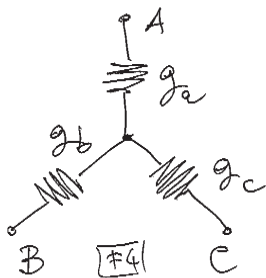
Potete anche procedere con triangolo del Bone.

o alternativa, alimento con I_0 e P_{avv}
 V_0

Comunque usare conduttore

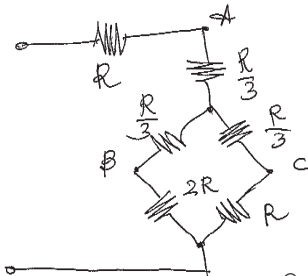
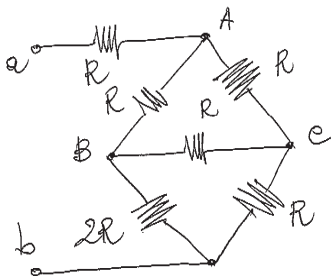
- trasformazione Stella-Triangolo: i due tripoli $A - B - C$ e $A' - B' - C'$ sono equivalenti se e solo se

$$G_a = \frac{g_b g_c}{g_a + g_b + g_c}; \quad G_b = \frac{g_a g_c}{g_a + g_b + g_c}; \quad G_c = \frac{g_a g_b}{g_a + g_b + g_c}$$



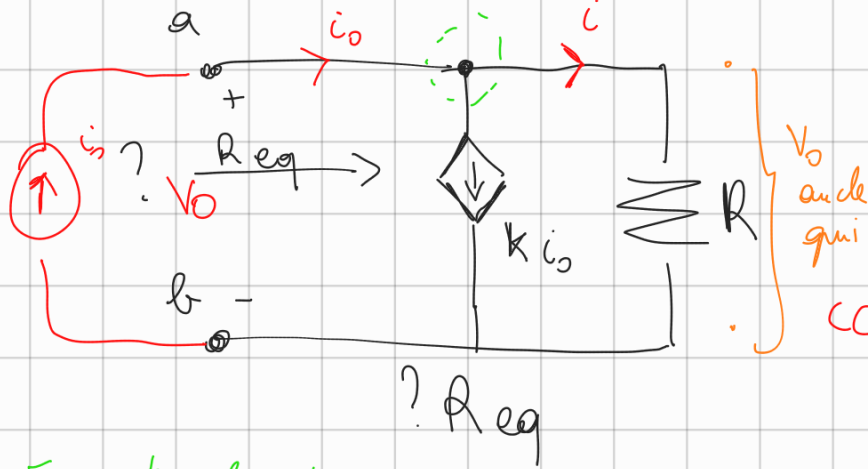
- Esempio. Determiniamo R_{eq} per il bipolo ab . I resistori non sono collegati ne' in serie ne' in parallelo (perche?); si tratta di una rete non a scala. Usando la trasformazione Triangolo-Stella per il tripolo $A - B - C$ ci riconduciamo a una rete a scala per la quale e' immediato ottenere R_{eq} con la regola delle resistenze in serie o in parallelo; si ha

$$R_{eq} = R + \frac{R}{3} + \frac{7R}{3} \parallel \frac{4R}{3}$$



Con Generatori controllati?
Resistenza equiv. di Bipoli attivi

- Rete eq. con generatori controllati: Alimento con i_o , e trovo V_o Dov trovo R_{eq}



alimento con i_o e trovo V_o , così da:

$$R_{eq} = \frac{V_o}{i_o}$$

CCCS, posso calcolare R_{eq}

alimento con i_o , trovo V_o e trovo R_{eq}

Faccio k al nodo

$$i_o = k i_o + i$$

$$-i_o + i + k i_o = 0$$

$$\Rightarrow (1-k) i_o = \frac{V_o}{R} \Rightarrow i_o = \frac{V_o}{R(1-k)}$$

$$i = \frac{V_o}{R}$$

$$i_o - k i_o = \frac{V_o}{R} \rightarrow$$

$$R_{eq} = \frac{V_o}{i_o} = R(1-k)$$

Se k fosse 0, non c'è gen.

Se $k = 1$, $\Rightarrow$ C.C.

Se $k = 2 \Rightarrow -R$

Le resistenze eq dipendono molto da k

applico i_o , calcolo V_o

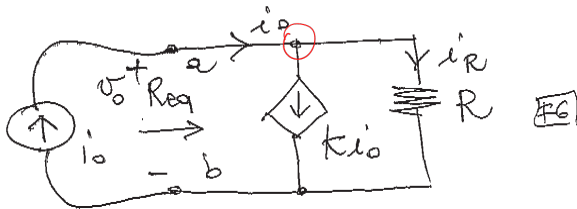
Posso avere R meglio variando k

• Applico i_o , trovo V_o

R_{eq} dipende dai generatori controllati

Resistenza equivalente di bipoli attivi *Reti due porte attive*

- Consideriamo bipoli che contengono al loro interno reti due porte attive. Come primo esempio troviamo R_{eq} per il bipolo in figura contenente un CCCS



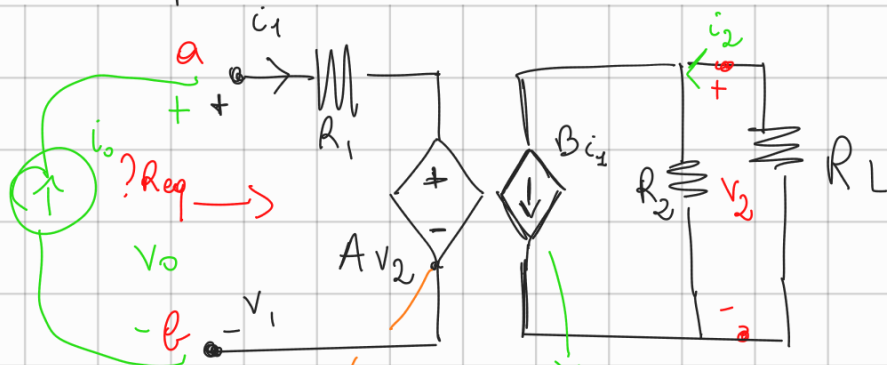
- Devo usare la definizione alimentando il bipolo con un gen.re di corrente ind.te i_0 , determinare v_0 e da qui $R_{eq} = v_0/i_0$; si ha $i_0 = i_R + k i_0$ e $i_R = v_0/R$ quindi

$$R_{eq} = \frac{v_0}{i_0} = R(1 - k)$$

- R_{eq} dipende in modo sostanziale dal generatore controllato; inoltre, al variare di k , R_{eq} puo' assumere qualunque valore (positivo o negativo)

altro esempio, ricondotta in transistor

$R_1 = h_{ie}$



R_{eq} bipo ab

aplico la definizione

transistor che diventa R_L

v_o Tensione ai morsetti

$v_c v_s$ da v_2

CCCS, i_1 con di controllo

1) alimento con generatore di corrente i_o

$$R_{eq} = \frac{v_o}{i_o} \quad \text{per definizione}$$

2) Determinare grandezze di controllo i_1 e v_2 in funzione dei parametri noti $R_1, R_2, A, B, R_L, v_o, i_o$

$$i_1 = i_o \Rightarrow B i_1 = B i_o$$

e' come se avessimo generatore indip.

$$i_2 = B i_o$$

mi concentro su 2° portinale

1° ora chiuso, $\Rightarrow \textcircled{\downarrow} B i_o$



$$v_2 =$$

$$v_2 = \textcircled{\downarrow} B i_o \cdot R_2 \parallel R_L$$

conv. generatore

$$v_o = i_o R_1 + A v_2$$

③ Determino v_o in funzione di i_o v_2 l'ho trovato, e' ora un gen indep

Ridisegno parte sx del circuito

ora trova v_o



$$V_o = R_1 i_o - A B R_2 \parallel R_1 i_o$$

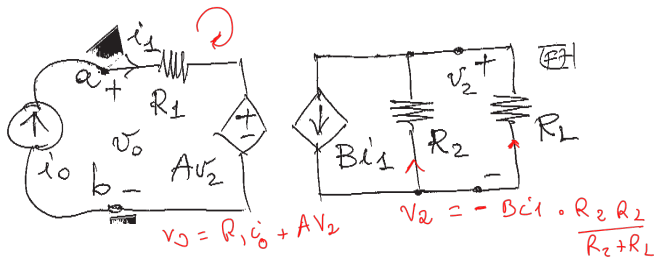


trovo V_o facendo KV
alla sorgente

$$R_{eq} = \frac{V_o}{i_o} = R_1 - A B R_2 \parallel R_1$$

V_o è proporzionale a i_o

Esempio. Determiniamo la R_{eq} del bipolo attivo ab



- Passo 1. Procedo con la definizione alimentando il bipolo con un gen.re ind.te ideale di corrente i_0
- Passo 2. Determino le grandezze di controllo dei generatori controllati (i_1 e v_2) in funzione di i_0 , v_0 e degli altri parametri noti (A, B, R_1, R_2, R_L). Si ha

$$i_1 = i_0 \quad V_0 = R_1 i_0 - AB \cdot \frac{R_2 R_L}{R_2 R_L}$$

inoltre

$$v_2 = -Bi_1 R_2 || R_L = -Bi_0 R_2 || R_L$$

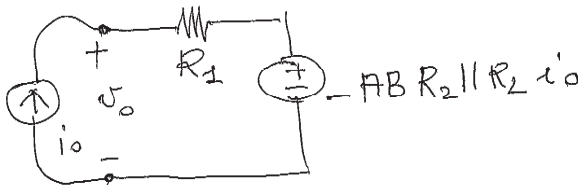
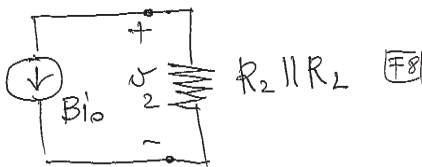
A questo punto i due generatori controllati sono di fatto diventati generatori indipendenti

- Passo 3. Scrivendo una KV alla maglia di ingresso otteniamo

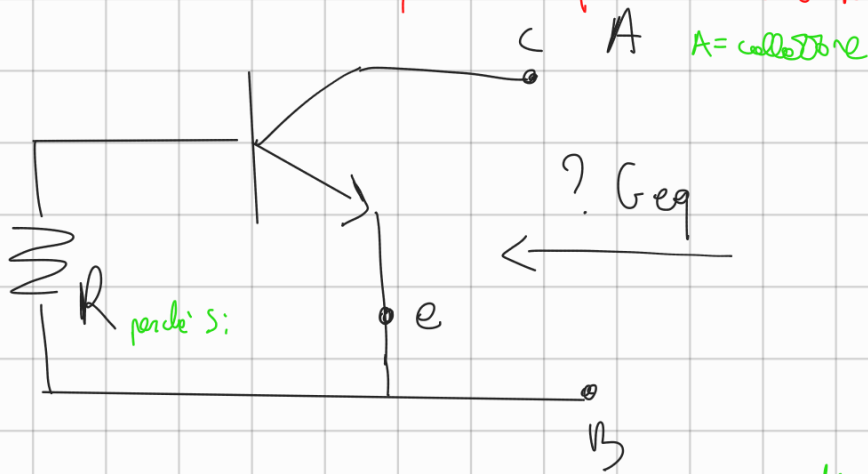
$$v_0 = R_1 i_0 - ABR_2 \parallel R_L i_0$$

quindi

$$R_{eq} = \frac{v_0}{i_0} = R_1 - ABR_2 \parallel R_L$$



- ovviamente il risultato finale per R_{eq} non deve dipendere dalle grandezze di controllo (che sono eliminate al Passo 2)



Parametri ibridi, Transistor polarizzato in un punto di funzionamento, piccole variaz. intorno al punto di funzionamento

BJT a parametri ibridi Trovo condutt. eq.

emettitore comune a Terra

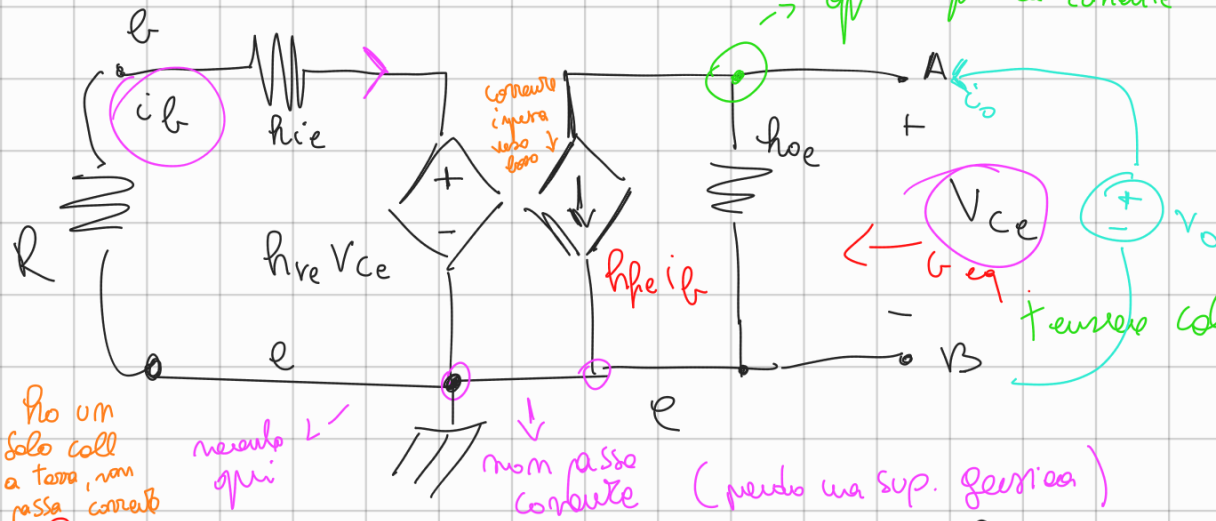
aplica qui la corrente (?)

$i_B = i_{base}$

V_{ce} = tensione collettore rispetto emittitore

tensione collettore rispetto a emittitore

ora applico tensione



No un solo coll a terra, non passa corrente

nessuno qui

non passa corrente (perché una sup. geometrica)

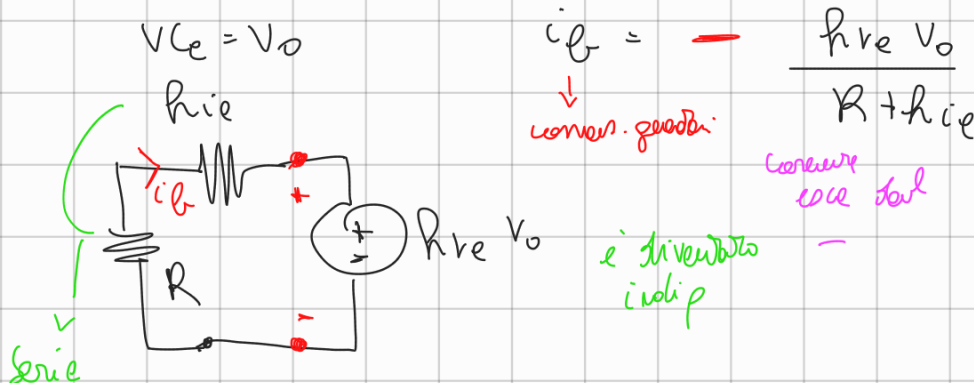
La causa qui è il generatore di Tensione

$$G_{eq} = \frac{i'_O}{V_O}$$

G_{eq} , non deve dipendere da i_B e V_{ce}

1) applico V_O , devo trovare i'_O

2) Trovo grandezze di controllo in funzione di h_{oe} , h_{fe} ecc i_B e V_{ce}



$$i_B = - \frac{h_{fe} V_O}{R + h_{ie}}$$

corrente generata

corrente esce dal

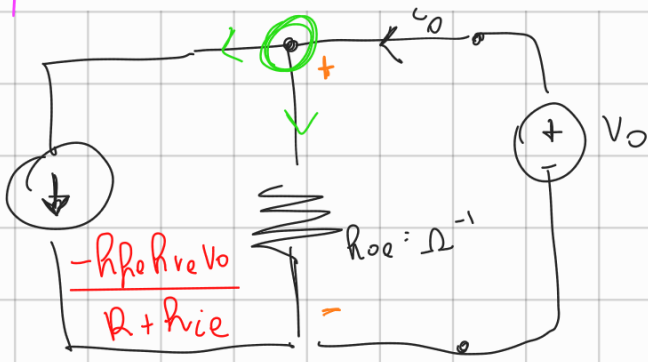
è diventato indep

per i_B mi concentro sulla maglia di S_x

$$h_{fe} V_O = - h_{ie} + R \cdot i$$

diventa gen indep. di corrente

parte b) x del circuito



$$h_{fe} \cdot i_b$$

$$i_o = h_{fe} i_b + V_o h_{oe}$$

$$G_{eq} = \frac{i}{V}$$

$$i_o = \frac{-h_{fe} h_{re} V_o + h_{oe} V_o}{R + h_{ie}} \quad \text{Condutanza}$$

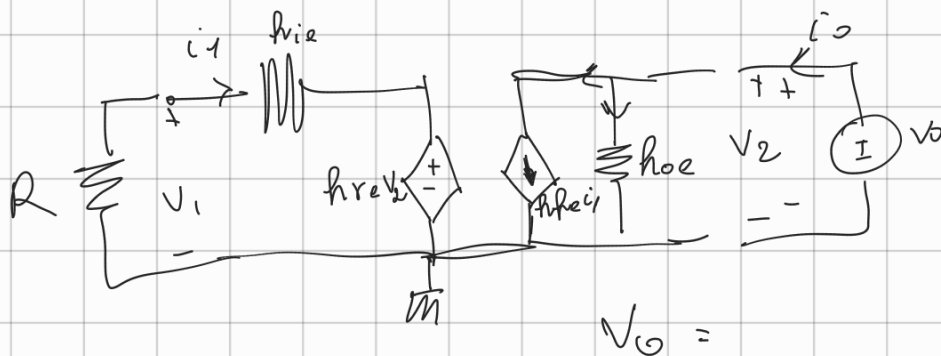
$$G_{eq} = \underbrace{h_{oe}}_{\substack{\text{adimens.} \\ \text{e' ug. condutance}}} - \underbrace{h_{fe} h_{re}}_{\substack{\text{Resistenza}}} \frac{1}{R + h_{ie}} \quad \left[\frac{1}{R} = \text{si} \right]$$

Check dim

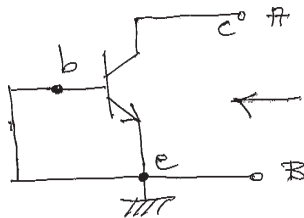
$$V = I \cdot R$$

$$R_{eq} = \frac{V}{I}$$

$h_{oe} = \text{condutanza di uscita}$



Esempio. Determinare la conduttanza equivalente G_{eq} del bipolo AB usando per il BJT il modello a parametri ibridi a emettitore comune

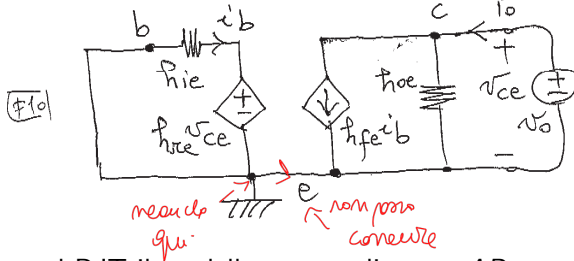


Causa = Tensione
 V_0 applicato

(F9)

$$G_{eq} = \frac{i_0}{V_0}$$

aplicando verificare che
tra queste due
c'è una
proporzionalità



meando
qui

non posso
conoscere

- sostituisco al BJT il modello noto e alimento AB con un gen.re di tensione V_0 ; determino quindi i_0 e $G_{eq} = i_0/V_0$

- si ha

$$v_{ce} = v_0; \quad i_b = -\frac{h_{re} v_0}{h_{ie}}$$

- dalla KI al nodo di uscita ottengo

$$i_0 = h_{oe} v_0 - \frac{h_{fe} h_{re} v_0}{h_{ie}}$$

e quindi

$$G_{eq} = \frac{i_0}{v_0} = h_{oe} - \frac{h_{fe} h_{re}}{h_{ie}}.$$