

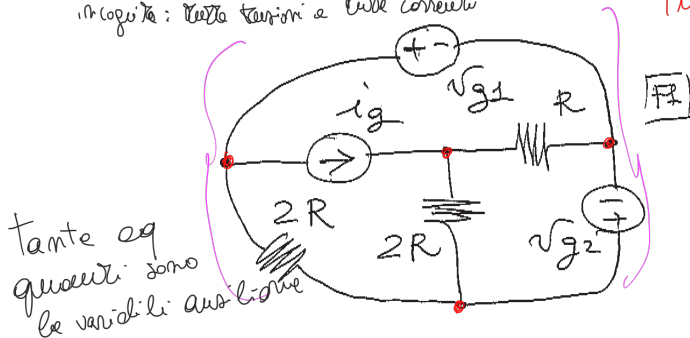
- **Metodi Generali di Analisi di Reti Resistive**

- Consideriamo il seguente circuito con $\ell = 6$ bipoli e $n = 4$ nodi.

Risolvere il circuito significa determinare tutte le tensioni v_i e correnti i_i dei bipoli. Sono $2\ell = 12$ incognite

incognite: tutte tensioni e tutte correnti

note intro: $\text{des. } 6$



tante eq quanti sono le variabili ausiliarie

Uso metodo che mi fa usare meno variabili e tante quanto, facile trovare le altre

- In pratica si individua un sottoinsieme delle incognite, dette variabili ausiliarie, e si cerca di scrivere un sistema di tante equazioni quante sono le variabili ausiliarie; dalle variabili ausiliarie possiamo poi trovare indirettamente tutte le altre incognite

- per individuare le variabili ausiliarie e scrivere il sistema risolvante facciamo uso di alcuni elementi di teoria dei grafi

Consideriamo un grafo orientato associato al circuito; il grafo e' connesso ed ha un numero di lati $\ell = 6$ pari al numero di bipoli; supponiamo di usare la convenzione degli utilizzatori per ogni lato

il numero e' fisso corrente:

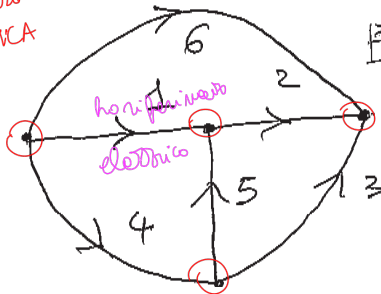
cosi' dalla la corrente, ho la tensione

• nodo: e' un punto del grafo a cui sono connessi due o piu' bipoli; si hanno in questo caso $n = 4$ nodi

devono con un grafo orientato

Kirchoff, di natura TOPOLOGICA

implicitamente usiamo conv. utilizzatori



ad un bipolo associato un lato, il numero e' orientato da corrente ad arbitrio

Possiamo anche avere un nodo pleggero, solo due lati



nodo: punto del grafo a cui sono collegati 2 o piu' bipoli

Legge di Kirchhoff per le tensioni (KV)

• maglia: insieme di lati che formano un percorso chiuso; ad esempio $M1 = \{1, 5, 4\}$, $M2 = \{1, 2, 3, 4\}$, etc. Per ogni maglia possiamo scrivere una KV. Ad esempio, orientando $M1$ e $M2$ in senso positivo orario otteniamo

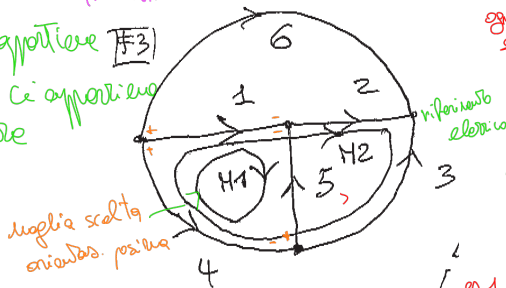
$$KV \ M1: v_1 - v_5 - v_4 = 0; \quad KV \ M2: v_1 + v_2 - v_3 - v_4 = 0$$

oppure sommo caduta tensione

contiamo la maglia indipendente:

ogni maglia consente di scrivere una KV

se il lato appartiene alla maglia, ci appartiene una sola volta



ogni KV porta un vincolo

es. 1 nota v_1, v_4 , trovo v_5

• ogni KV lungo una maglia stabilisce un vincolo di dipendenza lineare fra le tensioni dei lati che fanno parte della maglia; le tensioni dei lati v_i , $i = 1, 2, \dots, \ell$, non sono quindi tutte indipendenti di loro

$\ell - m + 1$ KV indipendenti $\rightarrow 6 - 5 + 1 = 2$ maglie indipendenti

Legge di Kirchhoff per le correnti (KI)

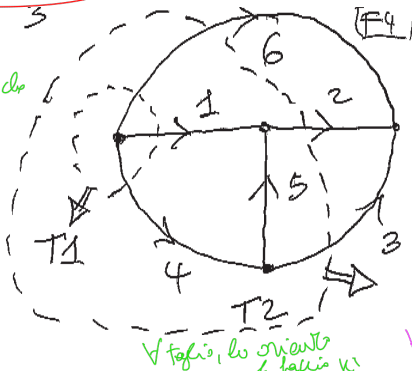
• taglio: consideriamo una linea chiusa (linea Guassiana) che taglia il grafo in due parti senza passare dai nodi; per taglio si intende l'insieme dei lati che sono intersecati dalla linea chiusa

Sup. Gaussiana

linea
non passa
sui nodi

maglia: insieme dei lati

taglio: insieme dei lati
che intersecano, che
tagliano



per ogni Taglio
possiamo fare
una KI

Taglio: insieme
lati che sono
intersecati

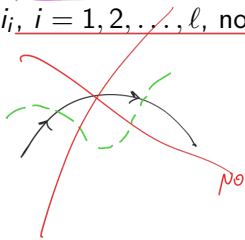
✓ taglio posso scrivere
una KI

- ad esempio $T1 = \{1, 6, 4\}$, $T2 = \{6, 2, 3\}$
- orientiamo ciascun taglio scegliendo una normale positiva alla linea chiusa (uscente o entrante); nel caso in figura si ha

ogni taglio stabilisce un vincolo di dipendenza lineare tra le correnti

$$KI \ T1 : i_1 + i_4 + i_6 = 0; \quad KI \ T2 : i_6 + i_2 + i_3 = 0$$

- ogni KI per un taglio stabilisce un vincolo di dipendenza lineare fra le correnti dei lati che fanno parte del taglio; le correnti dei lati $i_i, i = 1, 2, \dots, \ell$, non sono quindi tutte indipendenti di loro



lati
 Se i appare, i appare 1 volta
 altrimenti i cancellano le correnti, non calcolano
 una volta entra e una esce

KI indep: $m - 1$

le l tensioni e le l correnti non sono tutte indipendenti

- Supponiamo di avere un grafo orientato

• Albero: insieme di lati del grafo: che ha 3 proprietà

1) Connesso non può essere diviso

2) tocca tutti i nodi del grafo

3) non forma percorsi chiusi

(UN ALBERO NON CONTIENE MAGLIE)

• Proprietà: ogni albero ha $n-1$ rami

Co-albero: insieme dei lati del grafo che non appartengono all'albero
(insieme complementare)

=> gli elementi dei co-alberi si chiamano corde (bracciatura)

• Un coalbero può contenere una maglia

• ogni albero ha $E - (n-1) = E - n + 1$ corde

• ogni co-albero valido non contiene tagli

(tutte le volte che taglio il mio circuito, mi interseco per forza con un ramo)
non posso intersecare solo corde

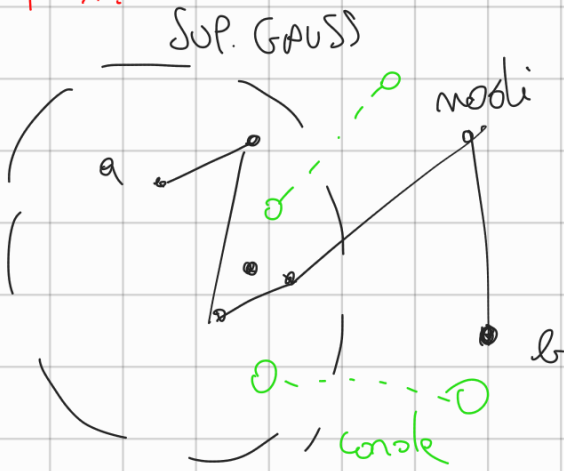
Albero non contiene maglie Coalbero può
Coalbero non contiene tagli

Dim!!!

Prendo un Tree (linee grue),
un po' di nodi sono all'interno e
un po' fuori, per def. si allena, ho

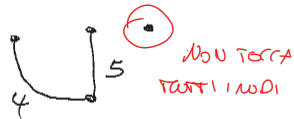
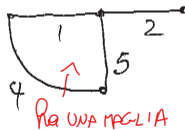
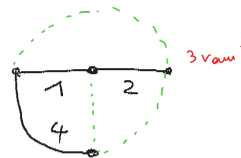
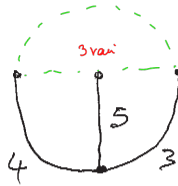
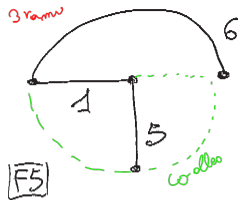
un percorso che va da a a b

l'altro Tree tutti i nodi



la mia superficie di
non può intersecare
Solo conde

- **Albero**: insieme connesso di lati del grafo che tocca tutti i nodi del grafo senza formare percorsi chiusi (maglie) $n-1$ KI indipendenti



- esempi di alberi validi e di alberi non validi

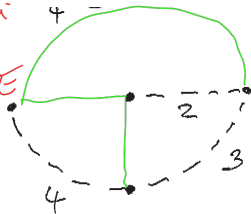
- Proprietà: ogni albero ha $n - 1$ rami 2 nodi, un ramo 3 nodi... 2 rami

- Infatti il primo ramo connette 2 nodi; aggiungendo un ramo connesso un terzo nodo; procedendo così riesco a connettere tutti gli n nodi con $n - 1$ rami

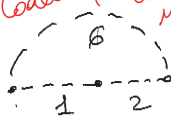
Per i nodi.

- Coalbero: insieme di lati del grafo che non fanno parte dell'albero

Elementi
Co-albero
= corde



→ Coalbero più
contiene
molte



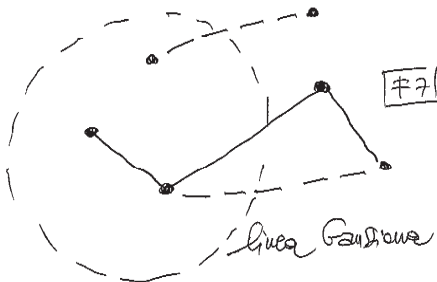
[6]



- esempi di coalberi validi e esempi di coalberi non validi (fare)
- Proprietà: ogni coalbero ha $\ell - n + 1$ corde (ovvio)
un albero ha $n-1$ rami
- convenzionalmente i rami dell'albero vengono indicati a tratto continuo mentre le corde sono tratteggiate

- Proprieta: un coalbero non contiene tagli (non e' possibile tagliare il grafo in due parti intersecando solo corde)

Sup. chiusa
'non puo'
intersecare
solo corde



Comunque taglio
il mio circuito
non posso
intersecare
solo corde

ma necessariamente
interseco un
ramo dell'albero

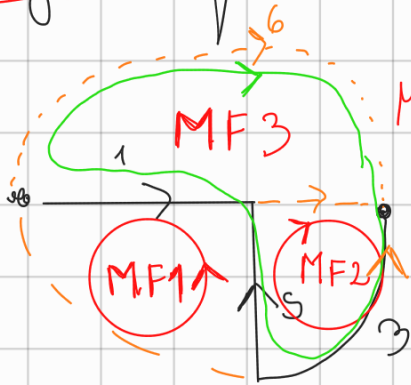
- Cenzo alla verifica: consideriamo una linea chiusa che taglia il grafo in due parti; prendiamo un nodo interno ed un nodo esterno alla linea chiusa; dato che l'albero connette tutti i nodi, ed e' connesso, vi sara' un percorso lungo l'albero che collega il nodo interno a quello esterno; quindi la linea chiusa interseca almeno un ramo dell'albero

cioe' un po' di nodi dell'interno e un po' all'esterno
grafo e' connesso. fisso nodo interno, fisso nodo esterno ma so per definizione di albero che

Come Scrivere $k \vee$ 1 Modulo k mi posso muovere lungo l'albero per trovare la superficie?
 modo A a modo B, sicuramente attraverso

1. Maglia fondamentale associata al mio albero

Fisso un grafo orientato, primo un ALBERO



MF: contiene 1 corda e, per il resto, solo rami dell'albero

Prendo un albero e prendo un ramo

MF una corda e tutti rami e la oriento come la corr. corda che $\vec{Q}$ individua

Le MF sono in corrispondenza biunivoca con le corde del co-albero MF tante quante sono le corde

Vi sono $\boxed{l - m + 1}$ MF associate all'albero

in quanto le corde erano $l - m + 1$
 $m = \# \text{ nodi}$ $m - 1$ rami, $l - m + 1$ corde

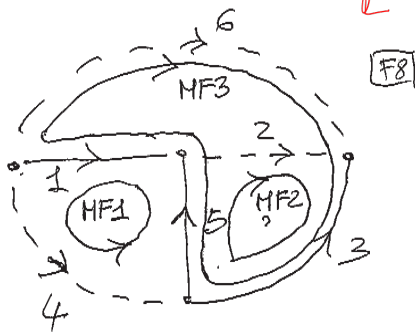
oriento MF come la corr. della corda che la individua

Prendo tutte le Tensioni le divido in 2 parti, Tensioni lati dell'albero e del co-albero

MAGLIA FONDAMENTALE

Proprietà': se aggiungo una corda ad un albero si forma una maglia costituita dalla corda e, per il resto, da rami dell'albero; tale maglia è detta *maglia fondamentale* (MF)

maglia fondamentale associata ad un albero



• Proprietà': le maglie fondamentali sono in corrispondenza biunivoca con le corde del coalbero; vi sono quindi $\ell - n + 1$ maglie fondamentali associate all'albero; ciascuna maglia fondamentale si orienta convenzionalmente secondo il verso della corrente della corda che le individua

• $MF1 = \{1, 5, 4\}$; $MF2 = \{2, 3, 5\}$; $MF3 = \{1, 3, 5, 6\}$

$\underline{V} = (V_1, V_2, \dots, V_e)^T \in \mathbb{R}^e$
 vettore delle tensioni dei lati del grafo

PROPRIETA', splinto le
 Tensioni
 in 2 vettori

$V_a \in \mathbb{R}^{n-1}$ vettore delle $n-1$ Tensioni dei rami dell'albero

$V_c \in \mathbb{R}^{l-m+1}$ vettore delle $l-m+1$ Tensioni delle corde
 del ω -albero

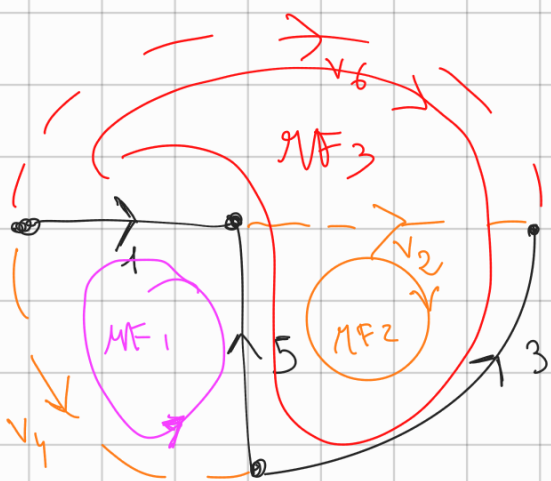
le Tensioni di a sono **PROPRIETA'**

- V_a sono una base per lo spazio delle Tensioni $\underline{V}$ dei lati del grafo
 le V_a sono lin indep tra loro
 componendo V_a , posso ottenere le V_c con $l-m+1$ KV alle MF
- $\Rightarrow$ non ci sono vincoli di dip lineare tra loro non ci sono legami tra di loro
 V_a sono indipendenti $\rightarrow$ el. base sono indep.

- Note V_a posso determinare V_c scrivendo $l-m+1$ KV alle MF associate al nostro albero per Def.

$\rightarrow$ perche' un albero non contiene neppure un ciclo non ci sono vincoli di dipendenza lineari tra le V_a , non sono KV

se ci fossero nullo es. $V_1 + V_3 + V_5 = 0$
 sarebbero dip.
 non e' una KV
 es. ho la base, come sono le dipendenti



$$V_a = \{V_1, V_3, V_5\} \quad n-1$$

$$V_c = \{V_2, V_4, V_6\} \quad l-m+1$$

come incognita sono solo V della corda

$$V_4 + V_5 - V_1 = 0 \Rightarrow V_4 = V_1 - V_5$$

Scritto V_i in funzione della base
 solo una incognita

$$V_2 - V_3 + V_5 = 0 \Rightarrow V_2 = V_3 - V_5$$

$$V_6 - V_3 + V_5 - V_1 = 0 \Rightarrow V_6 = V_1 + V_3 - V_5$$

alle nullo fondam

le
 MF sono indep
 per costr.

$\Rightarrow$ ho usato $l-m+1$ KV MF **INDIPENDENTI** per costruzione
 per trovare le $l-m+1$ V dip.

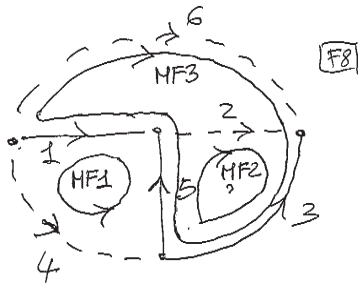
- Indichiamo con $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_\ell)^T \in \mathbb{R}^\ell$ il vettore delle tensioni dei lati del grafo *MF = una corda e Rami e la corda sarà sempre*
 - **Tensioni indipendenti.** Indichiamo con $\mathbf{v}_a$ il vettore delle $n - 1$ tensioni dei rami dell'albero e con $\mathbf{v}_c$ il vettore delle $\ell - n + 1$ tensioni delle corde del coalbero. *diversa nell'equazione la V della corda che la individua*
- Le tensioni $\mathbf{v}_a$ formano una base per lo spazio delle tensioni dei lati del grafo, e cioè:
- 1) le tensioni $\mathbf{v}_a$ sono indipendenti fra di loro
 - 2) da $\mathbf{v}_a$ si possono determinare le tensioni dipendenti $\mathbf{v}_c$ scrivendo $\ell - n + 1$ KV alle MF associate all'albero
- verifica: il punto 1) deriva dal fatto che l'albero non contiene maglie (pensarci!)
- V_a = tensioni indipendenti. V_c = tensioni co-albero, dipendenti.*
- Ho $\ell - n + 1$ corde. per ogni corda, costruisco una MF
 per ogni MF, scrivo una KV.
 ricavo le $\ell - n + 1$ V_c con le $\ell - n + 1$ KV
 KV MF indipendenti PER COSTRUIRE una corda, solo noi
 le impostare grazie solo con valore in una sola equazione.

- per il punto 2) facciamo una verifica per mezzo di un esempio; scegliamo l'albero in figura per cui $\mathbf{v}_a = (v_1, v_3, v_5)^T$ e $\mathbf{v}_c = (v_2, v_4, v_6)^T$; le $\ell - n + 1 = 3$ KV alle MF sono date da

$$v_4 - v_1 + v_5 = 0$$

$$v_2 - v_3 + v_5 = 0$$

$$v_6 - v_1 - v_3 + v_5 = 0$$



- notare che tali KV sono fra di loro linearmente indipendenti; infatti ogni equazione contiene la tensione della corda che individua la MF corrispondente; tale tensione non appare per costruzione in altre KV

- risolvendo otteniamo le $\ell - n + 1 = 3$ tensioni dipendenti delle corde in funzione delle tensioni indipendenti dei rami dell'albero

$$\begin{pmatrix} v_4 \\ v_2 \\ v_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - v_5 \\ v_3 - v_5 \\ v_1 + v_3 - v_5 \end{pmatrix}$$

Posso anche scrivere $\underline{v}_c = \underline{A} \underline{v}_g$

matrici delle

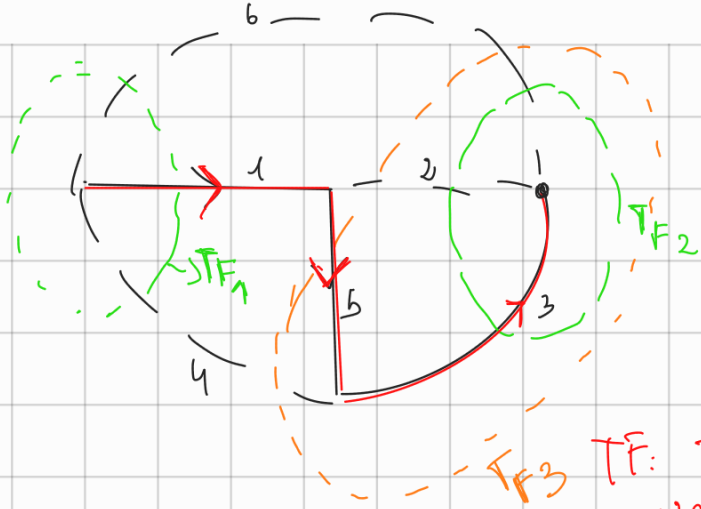
MF e TF sono
legati da

$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_3 \\ v_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_4 \\ v_2 \\ v_6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} v_1 - v_5 &= v_4 \\ v_3 - v_5 &= v_2 \\ v_1 + v_3 - v_5 &= v_6 \end{aligned}$$

algebra vettore tensioni dei lati v è ortogonale a quello delle corse.

Ragionamento duale NICE Per Topo-Fond



0 Tagli fondamentali, prendo un ramo e tutte corde

proso un ramo e se e possibile tagliare il circuito in questo modo

TF: Tagli nodale, Tagli circuito prendendo un ramo e sole corde, e lo oriento come corrente ramo che lo individua

2 Tagli fondamentali e rami albero sono in corrispondenza biunivoca
vi sono $n-1$ TF associati all'albero

TF: un ramo e tutte corde

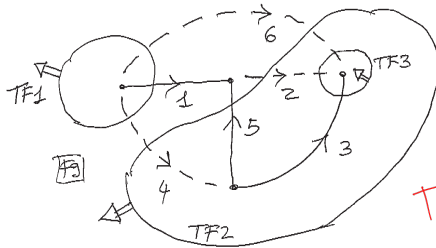
Taglio il mio circuito prendendolo un ramo e sole corde ^{interseca}

vedo come corde con ramo che la individua

posso fare tanti TF quanti sono i rami, che sono $n-1$

Taglio Fondamentale (TF): e' un taglio che contiene un ramo dell'albero, e, per il resto, solamente corde del coalbero; ogni taglio si orienta convenzionalmente secondo il verso della corrente del ramo corrispondente

Ragioniamo con le correnti:



TF sono i nodi esclusi dai rami, $n-1$

e rami

• Proprietà': i tagli fondamentali sono in corrispondenza biunivoca con i rami dell'albero; vi sono quindi $n - 1$ tagli fondamentali associati all'albero

• $TF1 = \{1, 4, 6\}$; $TF2 = \{2, 4, 5, 6\}$; $TF3 = \{2, 3, 6\}$

*insieme
lati*

diviso le correnti in 2 vettori

$$i = (i_1, i_2, \dots, i_\ell)^T \in \mathbb{R}^\ell$$

$$i_c \in \mathbb{R}^{\ell-m+1}$$

$$i_a \in \mathbb{R}^{m-1}$$

Correnti corde indip tra loro
 $\rightarrow$ i_c sono una base dello spazio delle correnti $\Rightarrow i_c$ indip tra loro

i_c sono indipendenti tra loro

i_c : base spazio correnti

perché

i_c : indipendenti $\rightarrow$ Se ci fosse un Teplis con solo corde non sarebbero indip, con una KI = 0

$\rightarrow$ ma non $\exists$ un Teplis che ha solo corde

note i_c : posso trovare i_a scrivendo $m-1$ KI ai $\overline{TF}$ allora sono indip
 che $m-1$ correnti dip, devo fare $m-1$ KI

$$\Rightarrow i_c = \{i_2, i_4, i_6\} \quad \ell-m+1$$

Se conosco queste, con 3 KI
 Trovo le altre

$$i_a = \{i_1, i_3, i_5\} \quad m-1$$

$$m-1 \text{ KI } \in \mathbb{R}$$

Se conosco le i_{corde} , trovo le i_{albero}

$$\text{infra da TF } i_1 + i_4 + i_6 = 0 \Rightarrow i_1 = -i_4 - i_6$$

voglio $i_5 \Rightarrow$ vedo il Teplis corrispondente

$$i_5 - i_2 - i_4 - i_6 = 0 \Rightarrow i_5 = i_2 + i_4 + i_6$$

$$i_3 = -i_2 - i_6$$

Eq. indipendenti

le eq. sono indip tra loro

le i_{albero} operano solo una volta in una eq.

$\ell-m+1$ eq indipendenti: Allora non contiene tagli, Valori sono indip (no KV)

$$i_a = B i_c$$

$$A = -B^T$$

Coalbero non contiene Teplis di solo corde, $\Rightarrow i_c$ indip
 NO KI

$$V_c = A V_a$$

• Indichiamo con $\mathbf{i} = (i_1, i_2, \dots, i_\ell)^T \in \mathbb{R}^\ell$ il vettore delle correnti dei lati

• **Correnti indipendenti.** ~~Indichiamo con $\mathbf{i}_c$ il vettore delle~~
 $\ell - n + 1$ correnti delle corde del coalbero e con $\mathbf{i}_a$ il vettore delle
 $n - 1$ correnti dei rami dell'albero. Le correnti $\mathbf{i}_c$ formano una base
per lo spazio delle correnti dei lati del grafo, e cioè:

1) le correnti $\mathbf{i}_c$ sono indipendenti fra di loro

2) da $\mathbf{i}_c$ si possono determinare le correnti dipendenti $\mathbf{i}_a$ scrivendo
 $n - 1$ KI ai TF associate all'albero

• verifica: il punto 1) deriva dal fatto che il coalbero non contiene
tagli (pensarci!)

• lavorare con correnti cicliche è com.
lavorare con correnti di ramo.

• Correnti a divergenza 0, verificano le KI

Tensioni indipendenti = Tensioni dei rami dell'albero $(n-1) \Rightarrow k-n+1$ HF

Correnti indep $\Rightarrow$ Correnti delle corde del coalbero $(\ell-n+1) \Rightarrow n-1$ KI
 $m-1$ TF

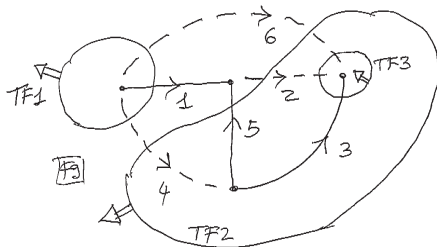
$\forall$ ramo ho un TF

- per il punto 2) facciamo una verifica per mezzo dell'esempio considerato per il quale $\mathbf{i}_c = (i_2, i_4, i_6)^T$ e $\mathbf{i}_a = (i_1, i_3, i_5)^T$; le $n - 1 = 3$ KI ai TF sono date da

$$i_1 + i_4 + i_6 = 0$$

$$i_5 - i_2 - i_4 - i_6 = 0$$

$$i_3 + i_2 + i_6 = 0$$



• notare che tali KI sono fra di loro linearmente indipendenti;
 infatti ogni equazione contiene la corrente del ramo che individua il
 TF corrispondente; tale corrente non appare per costruzione in
altre KI

- risolvendo otteniamo le $n - 1 = 3$ correnti dipendenti dei rami dell'albero in funzione delle correnti indipendenti delle corde del coalbero

$$A i_c = i_q$$

$$i_1 = -i_4 - i_6$$

$$i_5 = i_2 + i_4 + i_6$$

$$i_3 = -i_2 - i_6$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_2 \\ i_4 \\ i_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_5 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

$(l_{m+1} \dots l_{m-1})$ $m-1 \times 1$ l_{-m+1}

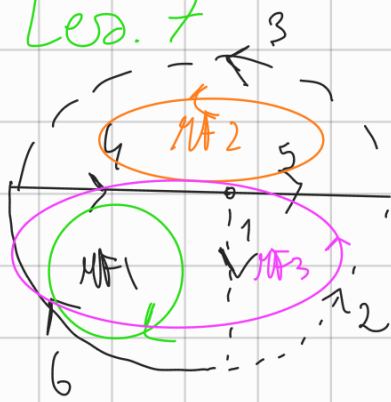
B

Le Matrici $A = -B^T$

Se conosco le KV delle GF, conosco anche le KI e TF

Posso usare anche le correnti cicliche alle MF

Da Lea. 7



base spin correnti
 $i_c = \{i_1, i_2, i_3\}$ Γ , corrente cicliche
 C'è una corrisp. biunivoca delle MF
 Tra corrente corde e correnti cicliche di Maxwell
 cicliche $\Rightarrow$ posso lavorare con l'una o l'altra, è uguale
 non esiste neanche la corrente periferica della maglia

$\Rightarrow$ introduco dunque il vettore delle correnti cicliche
 $\underline{I} = \{I_1, I_2, I_3\}$ $l-m+1$

$I_2 \dots I_3$
 Nella Fisica, uso le correnti cicliche che percorrono le maglie MF del giro

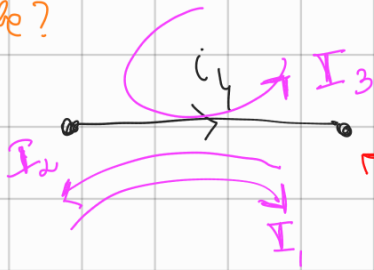
Ci pensa solo la corrente I
 $i_1 = I_1$
 $i_2 = I_2$
 $i_3 = I_3$
 Corrente corda l coincide con I
 con cicliche coincidento con i_c
 Corrente che percorre maglia richiuderla se non
 Le correnti cicliche coincidono con le
 $\rightarrow$ correnti delle corde
 $\rightarrow$ anche me sa bene per lo spazio delle correnti

$\Rightarrow \underline{I} = \{I_1, I_2, I_3\}$ $l-m+1$

Come trova le correnti cicliche?

posso usare entrambi i base spazio delle correnti

$I_1 =$ CORRENTE CICLICA DELLA MF1



Scrivo correnti dipendenti come sovrapposizione delle correnti cicliche
 quali correnti possono in i_4 ?
 $\rightarrow$ dopo + 2 correnti

$$i_4 = I_1 - I_2 + I_3$$

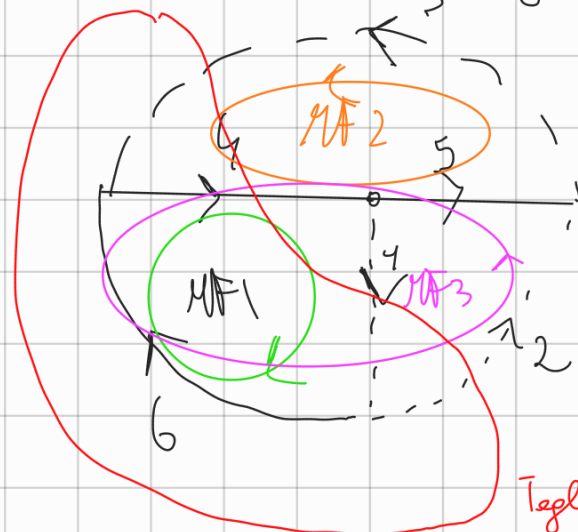
cio' corrisponde al maglie il base l e base un TF sul Taglio che individua

$$i_4 - i_3 - i_1 + i_2 = 0$$

$$\parallel \quad \parallel \quad \parallel$$

$$I_3 \quad I_1 \quad I_2$$

$$\Rightarrow i_4 = I_3 + I_1 - I_2$$



quando uso le correnti cicliche, sto usando TF

Taglio periferico

Fisica: corrente di un ramo come "sovrapposizione" di correnti cicliche
 equivalente alle correnti del Taglio periferico

Correnti cicliche delle maglie (di Maxwell)

a Fisica parlano di correnti cicliche delle maglie

• Esempio. Facciamo percorrere ogni MF da una corrente I_i che si richiude su se stessa (detta corrente ciclica o di Maxwell);
ovviamente vi sono $\ell - n + 1 = 3$ correnti cicliche delle MF; inoltre tali correnti risultano in corrispondenza biunivoca con le correnti delle corde

Correnti cicliche, si richiudono, verificano le KI automaticamente

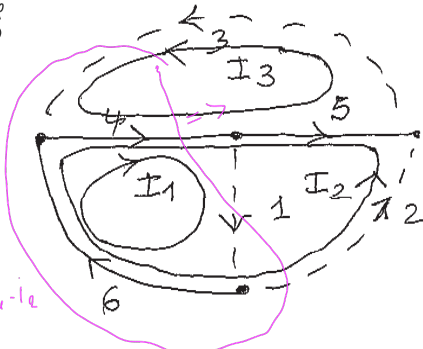
$$I_1 = i_1; I_2 = i_2; I_3 = i_3$$

Correnti cicliche corrispondono alle correnti delle corde

corr. indip sono le correnti delle corde i_1, i_2, i_3
 $\ell - n + 1$

$$-i_3 + i_4 - i_1 + i_2$$

$$i_4 = i_3 + i_1 - i_2$$



#10

• ne consegue che anche le correnti cicliche

$I_{\text{cicliche}} = (I_1, I_2, I_3)^T \in \mathbb{R}^3$ costituiscono una base per lo spazio delle correnti dei lati del grafo

anche loro

o uso con le correnti cicliche

!! Metodo Totale (TABLEAU)

grafo orientato con l lati e n nodi incognite:

l tensioni e l correnti, $2l$ incognite

Distinguiamo

• Equazioni Topologiche (dipendono solo dal grafo orientato)
non considerano i bipoli

dipendono dal # di nodi
 $l - n + 1$

$\mathbb{K}^V$

m.f. indipendenti

dipendono dal # di rami
 $n - 1$

$\mathbb{K}^I$

C.f. indipendenti

l eq. m.i. indipendenti

solo per conoscere il grafo

• Equazioni TIPOLOGICHE (dipendono da natura elementi)

$\Rightarrow$ l relazioni costitutive dei bipoli.

$2l$ equazioni

$2l$ eq e $2l$ incognite

Scrivo prima eq. Topologiche

e poi relaz. costitutive, poi un sistema risoluto

In pratica, individuare variabili ausiliarie

Metodi ad eliminazione, all'inizio ho tutte le incognite

• le correnti dipendenti dei rami dell'albero si possono ottenere per sovrapposizione delle correnti cicliche; ad esempio, per il ramo 4 si ha

Corrisponde a prendere ramo

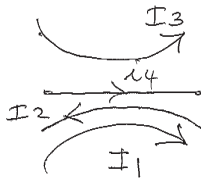
$$i_4 = I_1 - I_2 + I_3$$

in ramo 4 passano I_1, I_2, I_3

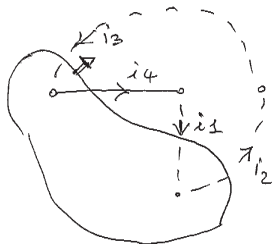
4, Prendere TF corrispondente e KI

dato che $I_i = i_i$, $i = 1, 2, 3$, si vede che cio' equivale a determinare la corrente del ramo usando una KI al TF individuato da tale ramo

come KI al TF



correnti cicliche o
KI al TF corrispondente



$$KI: i_4 - i_3 - i_1 + i_2 = 0$$

• $I_{cicliche}$ e i_c costituiscono 2 basi equivalenti per lo spazio delle correnti dei lati del grafo

← Lezione 7 parte 1 →

Metodo Totale (del Tableau) !!! Domanda Tipica da Esame

• Consideriamo un circuito con ℓ bipoli e n nodi e un grafo (e infatti) orientato ad esso associato; scegliamo un albero; le incognite sono le tensioni $v_i, i = 1, 2, \dots, \ell$ e le correnti $i_i, i = 1, 2, \dots, \ell$ dei lati del grafo; in totale vi sono 2ℓ incognite

• Equazioni di tipo topologico (dipendono solo dal grafo orientato)
 $\ell - n + 1$ KV alle MF associate all'albero
 $n - 1$ KI ai TF associati all'albero

In totale abbiamo $\ell - n + 1 + n - 1 = \ell$ equazioni topologiche

• Equazioni tipologiche (dipendono dalla natura degli elementi presenti)

ℓ relazioni costitutive dei bipoli

• Complessivamente sappiamo perciò scrivere $\ell + \ell = 2\ell$ equazioni, tante quante sono le incognite; il problema è quindi *ben posto*

• nei principali metodi di analisi non si usa l'intero insieme delle incognite ma un suo sottoinsieme (variabili ausiliarie); ad esempio, nella versione più semplice del metodo delle maglie fondamentali, le variabili ausiliarie sono le $\ell - n + 1$ correnti delle corde.

Di partenza abbiamo un circuito, grafico con
i loop e n nodi.

Incognite: le tensioni + le correnti

So scrivere tante equos. quante incognite?

Eq. di Tipo topologico (dipendono dal grafico, non
considerano i componenti)

$\Rightarrow$ posso scrivere $l - n + 1$ KV alle KF, balance indip

So scrivere $n - 1$ KI ai TF, eq. - indep

$\Rightarrow$ le equos. Topologiche, *quante sono
graf.*

Equos. Topologiche (dipendono dalla natura degli
elementi presenti)

✓ Bipolo ha una relas. costitutiva

$\Rightarrow$ le relas. costitutive

$\Rightarrow$ 2. le equazioni, il PROBLEMA
E' ben posto, ho $\# eq = \# incogn$

Prendo un circuito, scrivo eq topologiche,
scrivo anche le relas. costitutive

$\Rightarrow$ avrò un sistema risolvibile
e avrò tensioni e correnti di tutto il circuito