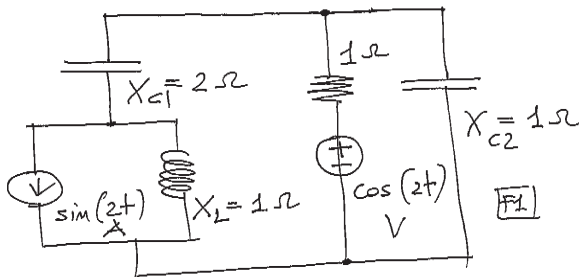
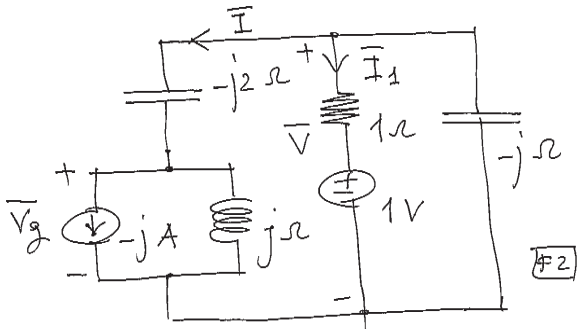
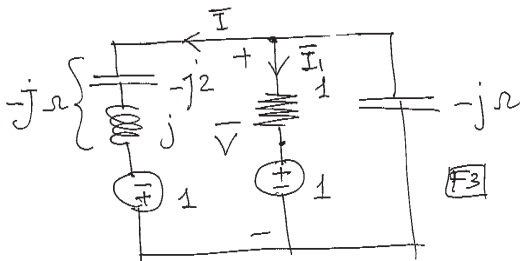


Esempio. Verificare il teorema di Boucherot per il circuito in figura



- consideriamo il circuito simbolico nel dominio dei fasori





- trasformiamo in prima battuta il generatore di corrente; si ottiene con Millmann

$$\bar{V} = \frac{-j+1}{1+j+j} = -\frac{1+j3}{5} \text{ V}$$

- inoltre $\bar{V} = -j\bar{I} - 1$ da cui

$$\bar{I} = \frac{3+4j}{5} \text{ A}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{V} - 1 = -\frac{6+j3}{5} \text{ A}; \quad \bar{V}_g = \bar{V} + j2\bar{I} = \frac{-9+j3}{5} \text{ V}$$

- potenze assorbite dai bipoli
- generatore di corrente:

$$\bar{P}_{\text{corr}} = \frac{1}{2} \bar{V}_g \bar{I}_g^* = -\frac{3+j9}{10} \text{ VA}$$

- generatore di tensione:

$$\bar{P}_{\text{tens}} = \frac{1}{2} \bar{I}_1^* = \frac{-3+j3}{10} \text{ VA}$$

- resistore:

$$P_R = \frac{1}{2} I_{1M}^2 = \frac{9}{10} \text{ W}$$

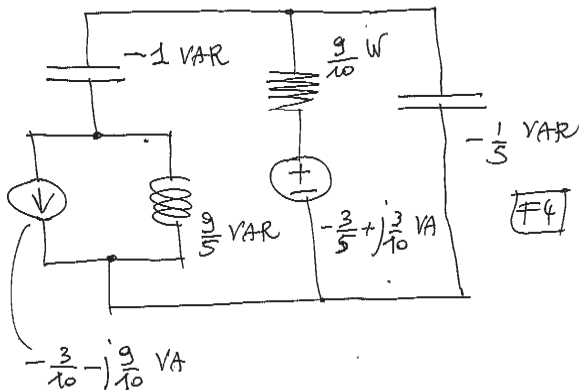
- condensatore C_1 :

$$Q_{C1} = -\frac{1}{2} 2 I_{1M}^2 = -1 \text{ VAR}$$

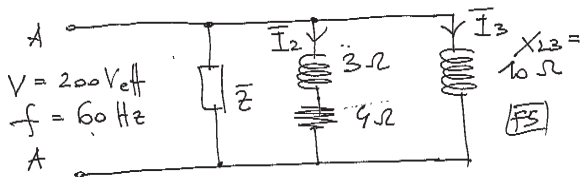
- condensatore C_2 :

$$Q_{C2} = -\frac{1}{2} V_M^2 = -\frac{1}{5} \text{ VAR}$$

- il teorema di Boucherot e' verificato; la situazione delle potenze assorbite dai bipoli e' riportata in figura



Esempio. L'impedenza $\bar{Z}$ assorbe una corrente attiva di 5 Aeff ed una corrente reattiva induttiva di 10 Aeff. Effettuare un rifasamento che elevi il fattore di potenza del bipolo AA a 0.95 (induttivo). Disegnare un diagramma fasoriale che riporti la corrente assorbita dal bipolo, prima e dopo il rifasamento, e la corrente assorbita dal C da rifasamento, supponendo nulla la fase della tensione applicata. In figura sono date le reattanza degli induttori in Ohm



- si ha $P_Z = VI_{\text{att}} = 1000 \text{ W}$, $Q_Z = VI_{\text{reatt}} = 2000 \text{ VAR}$
- $I_2 = 200/5 = 40 \text{ Aeff}$ da cui $P_2 = 4 \cdot 40^2 = 6400 \text{ W}$,
 $Q_2 = 3 \cdot 40^2 = 4800 \text{ VAR}$
- infine $Q_3 = 200^2/10 = 4000 \text{ VAR}$

- allora $P_{AA} = 7400 \text{ W}$, $Q_{AA} = 10800 \text{ VAR}$ e

$$C = \frac{10800 - 7400 \tan \varphi_{\text{corr}}}{2\pi \cdot 60 \cdot 200^2} = 555 \mu\text{F}$$

- si ha $VI_{\text{att},AA} = 7400$ e $VI_{\text{reatt},AA} = 10800$ da cui

$$\bar{I}_{AA,\text{prima}} = 37 - j54 \text{ Aeff}$$

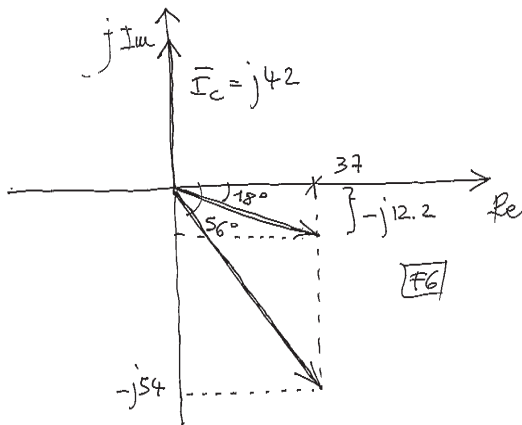
- dopo il rifasamento si ha $Q_{AA,\text{dopo}} = P_{AA} \tan \varphi_{\text{corr}} = 2432 \text{ VAR}$, quindi

$$\bar{I}_{AA,\text{dopo}} = 37 - j12.2 \text{ Aeff}$$

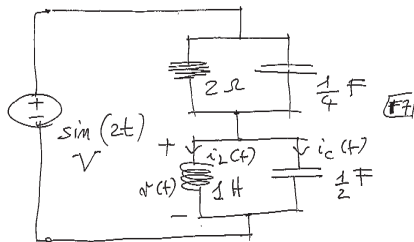
- infine

$$\bar{I}_C = j54 - j12 = j42 \text{ Aeff}$$

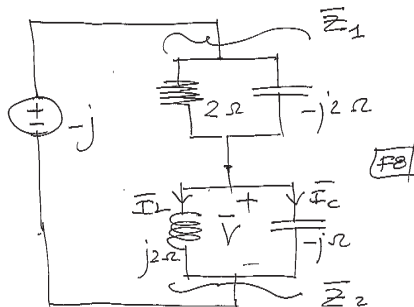
- il diagramma fasoriale e' riportato in figura



Esempio. Determinare i fasori $\bar{V}$, $\bar{I}_L$, $\bar{I}_C$ e le corrispondenti grandezze nel dominio del tempo



- circuito simbolico nel dominio dei fasori



- si ha

$$\bar{Z}_1 = 2\parallel -j2 = 1 - j \text{ Ohm}; \quad \bar{Z}_2 = j2\parallel -j = -j2 \text{ Ohm}$$

quindi per la regola del partitore di tensione

$$\bar{V} = -j \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = -\frac{1+j3}{5} = 0.632e^{-j108.4^\circ} \text{ V}$$

- inoltre

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}}{j2} = \frac{-3+j}{10} = 0.316e^{j162^\circ} \text{ A}$$

e

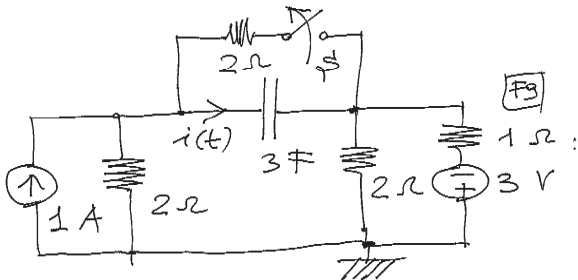
$$\bar{I}_C = j\bar{V} = \frac{3-j}{5} = 0.632e^{-j18.4^\circ} \text{ A}$$

- quindi otteniamo

$$v(t) = 0.632 \cos(2t - 108.4^\circ) \text{ V}$$

$$i_L(t) = 0.316 \cos(2t + 162^\circ) \text{ A}; \quad i_C(t) = 0.632 \cos(2t - 18.4^\circ) \text{ A}.$$

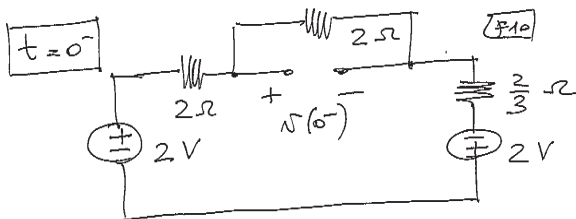
Esempio. L'interruttore S, chiuso da lungo tempo, si apre a $t = 0$.
 Determinare $i(t)$ per $t > 0$, parte libera, forzata, transitoria e di regime



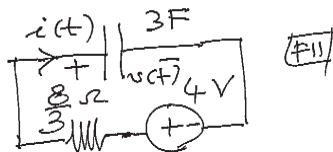
- consideriamo il circuito a $t = 0^-$ in regime stazionario per determinare lo stato iniziale; dal pse si ha

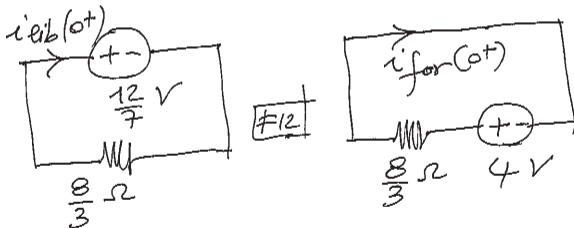
$$v(0^-) = 2 \frac{2}{4 + \frac{2}{3}} + 2 \frac{2}{4 + \frac{2}{3}} = \frac{12}{7} \text{ V}$$

quindi $v(0^+) = v(0^-) = 12/7 \text{ V}$ (circuito non degenero)



- per $t > 0$ ottengo il circuito in figura





- si ha

$$i_{\text{lib}}(t) = i_{\text{lib}}(0^+)e^{-\frac{t}{\tau_{\text{eq}}}} + i_{\text{lib}}(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{eq}}}})$$

con $\tau_{\text{eq}} = 8 \text{ sec}$, $i_{\text{lib}}(0^+) = -9/14 \text{ A}$ e $i_{\text{lib}}(\infty) = 0$

- inoltre

$$i_{\text{for}}(t) = i_{\text{for}}(0^+)e^{-\frac{t}{\tau_{\text{eq}}}} + i_{\text{for}}(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{eq}}}})$$

con $\tau_{\text{eq}} = 8 \text{ sec}$, $i_{\text{for}}(0^+) = 3/2 \text{ A}$ e $i_{\text{for}}(\infty) = 0$

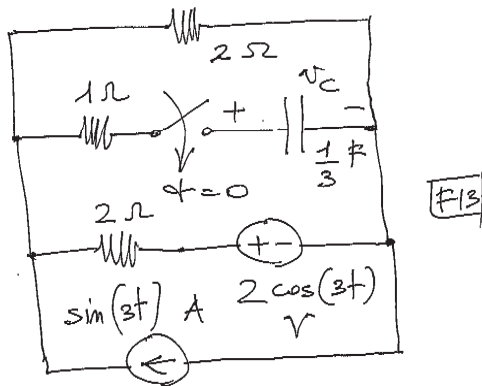
- quindi

$$i_{\text{regime}}(t) = 0$$

e

$$i_{\text{trans}}(t) = i_{\text{for}}(t).$$

Esempio. Determinare lo stato del circuito a $t = 0^-$ in modo che il circuito sia in regime sinusoidale subito dopo la chiusura di S



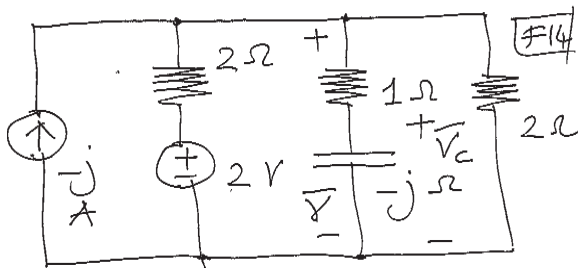
- dato che il circuito e' non degenero, si ha $v_C(0^+) = v_C(0^-)$; affinché il transitorio completo si annulli deve essere

$$v_{C, \text{regime perm}}(0^+) = v_C(0^+)$$

quindi dobbiamo imporre

$$v_C(0^-) = v_{C, \text{regime perm}}(0^+) = \text{Re}[\bar{V}_C]$$

- per determinare $\bar{V}_C$ consideriamo il circuito simbolico per $t > 0$



- si ha per Millmann

$$\bar{V} = \frac{-j+1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1-j} + \frac{1}{2}} = 2 \frac{1-j}{3+j} \text{ V}$$

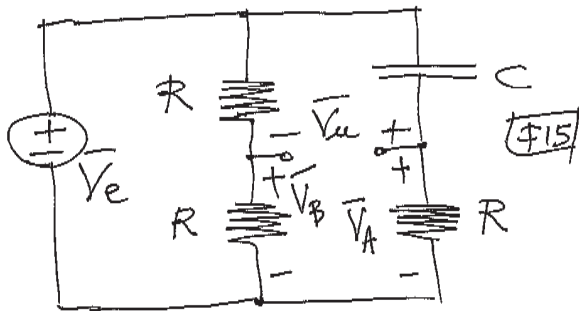
e

$$\bar{V}_C = \bar{V} \frac{-j}{1-j} = -\frac{1}{5} - j\frac{3}{5} \text{ V}$$

- allora

$$v_C(0^-) = -\frac{1}{5} \text{ V.}$$

Esempio. Determinare C in modo che $\bar{V}_u$ sia sfasato di 120° in anticipo rispetto a $\bar{V}_e$; e' noto che $f = 10$ kHz e $R = 1$ kOhm



• si ha

$$\bar{V}_u = \bar{V}_A - \bar{V}_B = \bar{V}_e \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} - \frac{\bar{V}_e}{2} = -\frac{\bar{V}_e}{2} \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

e

$$\arg(\bar{V}_u) = \arg(-1) + \arg(\bar{V}_e) + \arg\left(\frac{1}{2} \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}\right)$$

- quindi deve essere

$$120^\circ = 180^\circ - 2 \arctan(\omega RC)$$

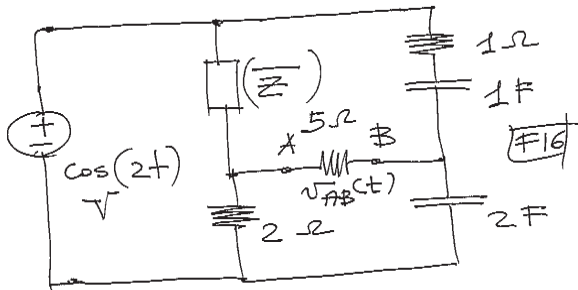
da cui

$$\omega RC = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\pi fRC = 2\pi \times 10^4 \times 10^3 C$$

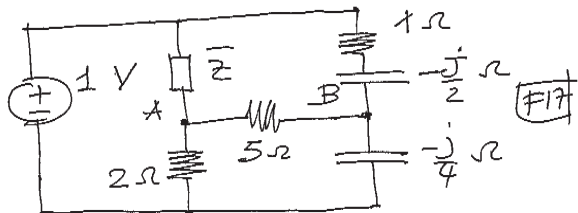
- cio' fornisce

$$C = 9.2 \text{ nF}.$$

Esempio. Il circuito e' in regime sinusoidale. Determinare l'impedenza $\bar{Z}$ in modo che $v_{AB}(t)$ sia nulla. Disegnare un bipolo che implementa tale impedenza



- consideriamo il circuito simbolico nel dominio dei fasori



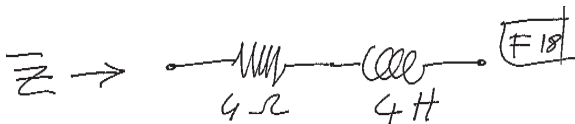
- la condizione di bilanciamento del ponte e'

$$\bar{Z}(-\frac{j}{4}) = (1 - \frac{j}{2})^2$$

da cui

$$\bar{Z} = 4j(2 - j) = 4 + j8 \text{ Ohm}$$

- un bipolo che implementa $\bar{Z}$ e' riportato in figura



Esempio. Un bipolo assorbe 10 kVA con fattore di potenza 0.8 in ritardo. Sapendo che la tensione sul bipolo vale 220 Veff, ricavare potenza attiva, reattiva, ampiezza della corrente e impedenza complessa del bipolo.

- Si ha $A = VI$, quindi $I = 45.45 \text{ Aeff}$ e $I_M = \sqrt{2}I = 64.3 \text{ A}$
- $P = A \cos \varphi_z = 10^4 \times 0.8 = 8 \text{ kW}$;
 $Q = A \sin \varphi_z = 10^4 \times 0.6 = 6 \text{ kVAR}$
- $\bar{Z} = Ze^{j\varphi_z}$ con $Z = V/I = 220/45.45 = 4.84 \text{ Ohm}$,
 $\varphi_z = \arccos(0.8) = 36.87^\circ$; allora

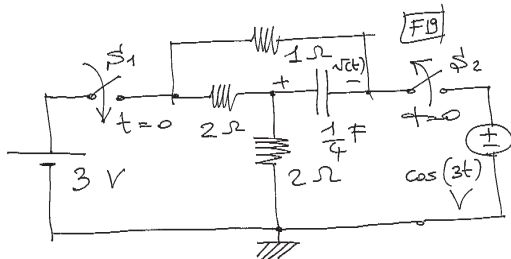
$$\bar{Z} = Ze^{j\varphi_z} = 4.84e^{j36.87^\circ} = 3.87 + j2.9 \text{ Ohm}.$$

Esempio. Un bipolo in regime sinusoidale assorbe una potenza complessa $\bar{P} = 5 + j8$ VA. Quanto vale la potenza istantanea di picco assorbita dal bipolo?

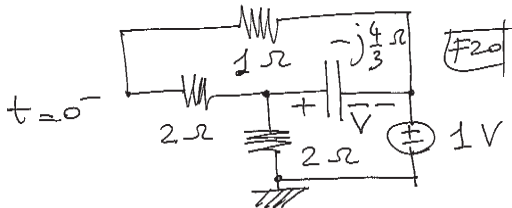
- Sappiamo che $p_{\max} = P + A$
- si ha $A = \sqrt{P^2 + Q^2} = 9.43$ VA e $P = \text{Re}[\bar{P}] = 5$ W. Quindi

$$p_{\max} = P + A = 5 + 9.53 = 14.43 \text{ W}.$$

Esempio. L'interruttore S1, aperto da lungo tempo, si chiude a $t = 0$. mentre S2, chiuso da lungo tempo, si apre a $t = 0$.
Determinare $v(t)$ per $t \geq 0$, risposta completa



• determiniamo lo stato a $t = 0^-$ in regime sinusoidale; il circuito simbolico e' in figura



- si ha

$$\bar{Z} = 3 \parallel -j\frac{4}{3} = \frac{12}{97}(4 - j9) \text{ Ohm}$$

quindi

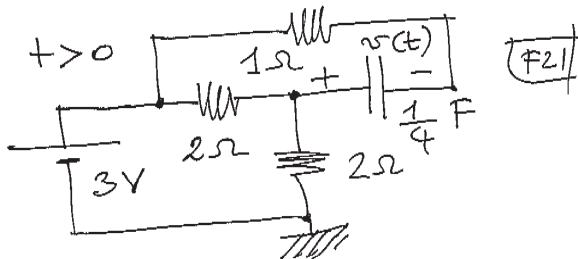
$$\bar{V} = -\frac{\bar{Z}}{\bar{Z} + 2} \simeq -0.331 + j0.3 \text{ V}$$

- otteniamo perciò'

$$v(0^-) = v(0^+) = -0.331 \text{ V}$$

dato che il circuito non e' degenere

- per $t > 0$ si ha un circuito del primo ordine con eccitazione costante come mostrato in figura

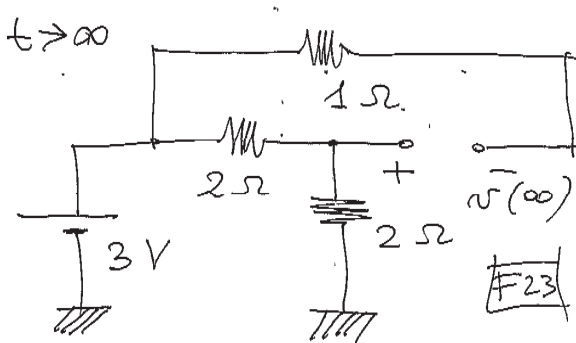


- possiamo scrivere

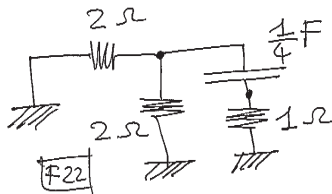
$$v(t) = v(0^+)e^{-t/\tau_{eq}} + v(\infty)(1 - e^{-t/\tau_{eq}}), \quad t \geq 0$$

- per $v(\infty)$ consideriamo il circuito il regime stazionario in figura, da cui

$$v(\infty) = -\frac{3}{2} \text{ V}$$



- per τ_{eq} studiamo l'evoluzione libera tramite il circuito



- quindi $R_{eq} = 2\ \text{Ohm}$ e

$$\tau_{eq} = CR_{eq} = \frac{1}{2}\ \text{sec}$$

- riassumendo, la risposta completa e' data da

$$v(t) = -0.331e^{-2t} - \frac{3}{2}(1 - e^{-2t}), \quad t \geq 0.$$