

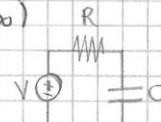
CIRCUITI DEL PRIMO ORDINE (equazione differenziale 1° ordine)

RISPOSTA LIBERA (dipende dallo stato iniziale) (tende a zero a $t \rightarrow \infty$)

CR: $\tau \frac{dV}{dt} + V = 0 \quad V(0) = V_0$

$\leadsto V(t) = V_0 e^{-t/\tau}$

$\tau = RC$



LR: $\tau \frac{di}{dt} + i = 0 \quad i(0) = i_0$

$\leadsto i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$

$\tau = L/R$



RISPOSTA FORZATA (dipende dall'ingresso) (tende componente di regime a $t \rightarrow \infty$)

$$X(t) = \underbrace{-X_p(0)e^{-t/\tau}}_{\text{risposta forzata}} + \underbrace{X_p(t)}_{\text{componente TRANSITORIA}} + \underbrace{X_p(t)}_{\text{componente di REGIME}}$$

• CASO eccitazione costante $\leadsto$ REGIME STAZIONARIO

CR: $\tau \frac{dV}{dt} + V = E \quad V(0) = 0 \quad \leadsto V(t) = -E e^{-t/\tau} + E$

LR: $\tau \frac{di}{dt} + i = I \quad i(0) = 0 \quad \leadsto i(t) = -I e^{-t/\tau} + I$

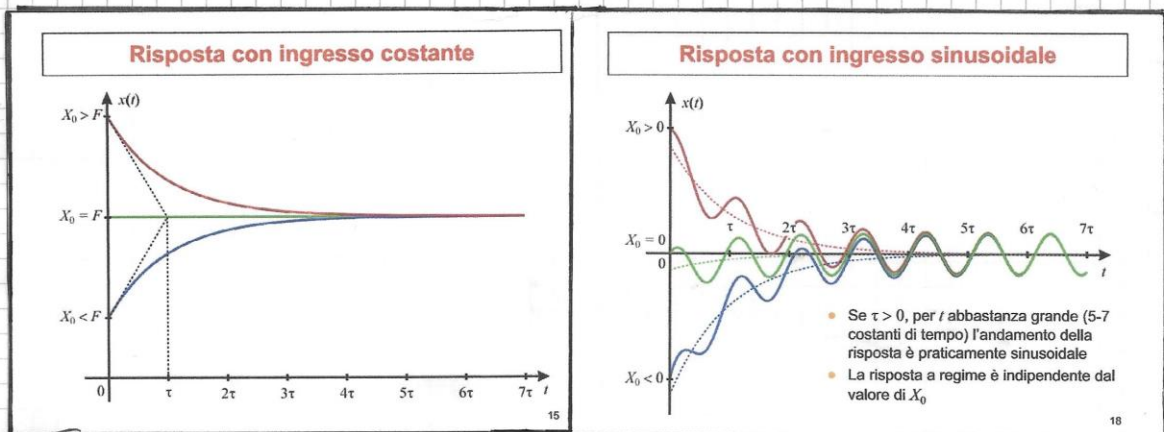
• CASO eccitazione sinusoidale $\leadsto$ REGIME SINUSOIDALE

CR: $\tau \frac{dV}{dt} + V = V_M \cos(\omega t) \quad V(0) = 0$

$$\leadsto V(t) = -\frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \cos\left(\arctan\left(\frac{1}{\omega CR}\right)\right) e^{-t/\tau} + \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \cos\left(\omega t - \arctan\left(\frac{1}{\omega CR}\right)\right)$$

LR: $L \frac{di}{dt} + Ri = V_M \cos(\omega t) \quad i(0) = 0$

$$\leadsto i(t) = -\frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right) e^{-t/\tau} + \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$



RISPOSTA COMPLETA

$C = L + F$

risposta completa $\leftarrow$ risposta libera $\leftarrow$ risposta forzata

$TC = L + T$ con $F = T + R \rightarrow$ regime transitoria

Comportamento R-L-C a Piazze di t

$t=0$

• C equivale ad un gen. ind. di tensione ($V(0)=V_0$)



$\approx V(0)=0$ C.C.

• L equivale ad un gen. ind. di corrente ($I(0)=I_0$)



$\approx I(0)=0$ C.A.

$t=\infty$

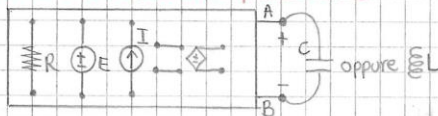
• REGIME STAZIONARIO $\leadsto C = C.A.$

$$L = C.C.$$

• REGIME SINUSOIDALE $\leadsto C \leadsto$ impedenza $\bar{Z}_C = -\frac{j}{\omega C}$

$L \leadsto$ impedenza $\bar{Z}_L = j\omega L$

Analisi di un circuito del primo ordine



Bipolo senza memoria che alimenta un condensatore o un induttore

• C: bipolo controllabile in corrente

$\rightarrow$ equivalente di THEVENIN

$$\tau_{eq} \frac{dv}{dt} + v = V_{eq}(t)$$

$$V(0) = V_0$$

$$\tau_{eq} = R_{eq} C$$

$$V_{eq}$$

• L: bipolo controllabile in tensione

$\rightarrow$ equivalente di NORTON

$$\tau_{eq} \frac{di}{dt} + i = I_{eq}(t)$$

$$I(0) = I_0$$

$$\tau_{eq} = L/R_{eq}$$

$$I_{eq}$$

ESEMPIO per eq. Thevenin $V(t) = V_{eq} + [V_0 - V_{eq}] e^{-t/\tau_{eq}}$ (avendo L e F)

Per applicare un altro metodo di analisi:

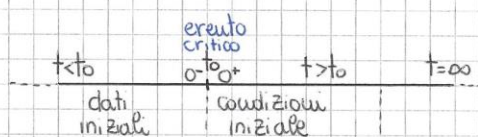
TRE FASI: 1) Analisi a $t=0$ ($V(0)=V_0$)

2) Analisi a $t=\infty$ ($V(\infty)=V_{eq}$)

3) $t \rightarrow \infty$ determina τ_{eq}

$$V(t) = V(\infty) + [V(0) - V(\infty)] e^{-t/\tau_{eq}}$$

In problema solitamente abbiamo dati per $t < t_0$



NB

• corrente $i_C(t)$ limitata $\Rightarrow$ tensione $V_C(t)$ continua

• tensione $V_L(t)$ limitata $\Rightarrow$ corrente $i_L(t)$ continua

• su circuito NON $\Rightarrow$ Per variabili di stato ($t_0^- = t_0^+$) sono CONTINUE
DEGENERE

DOMINIO DEL TEMPO VS DOMINIO DEI FASORI

Definizione base

TEMPO $e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi)$

FASORI $\vec{E} = E_m e^{j\varphi}$

Generatore indipendente corrente

$I_g = 0 \Rightarrow C.A.$

tensione

$V_g = 0 \Rightarrow C.C.$

Resistore R $V(t) = Ri(t)$ $\vec{V} = R\vec{I}$

Induttore L $V(t) = L \frac{d}{dt} i(t)$ $\vec{V} = j\omega L \vec{I}$

Condensatore C $i(t) = C \frac{d}{dt} V(t)$ $\vec{I} = j\omega C \vec{V}$

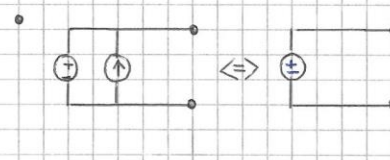
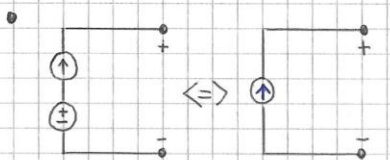
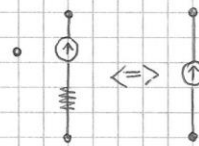
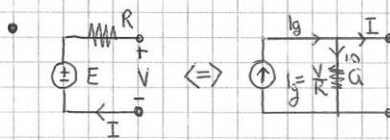
reattanza induttiva $X_L = \omega L$ $\Rightarrow \vec{Z}_L = j\omega L$

reattanza capacitiva $X_C = \frac{1}{\omega C}$ $\Rightarrow \vec{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$

Impedenza $\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}}$

$\vec{Z} = R + jX$
resistenza $\rightarrow$ reattanza

Trasformazioni utili



Partitori di tensione

$V_k = \frac{VR_k}{R_1 + \dots + R_n}$

Partitori di corrente

$I_k = \frac{I_{Gk}}{G_1 + \dots + G_n}$

Teorema di Millman

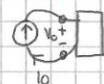
$V_{AB} = \frac{V_{g1}G_1 + \dots + V_{gn}G_n}{G_1 + \dots + G_n}$

Principio di sovrapposizione degli effetti

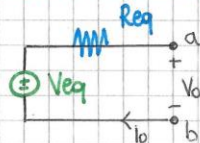
CAUSE: gen. ind. di tensione e corrente
IN EFFETTO: si ottiene sovrapponendo gli effetti dei generatori
 $\hookrightarrow$ si tiene acceso un gen. alla volta

Resistenza equivalente

$R_{eq} = \frac{V_0}{I_0}$



Teorema di Thevenin



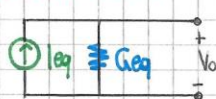
R_{eq} : (con $\frac{V_0}{I_0}$) spegnendo tutti i gen.

V_{eq} : su ab

+ metodo rapido

$V_0 = V_{eq} + R_{eq}I_0$

Teorema di Norton



G_{eq} : (con $\frac{I_0}{V_0}$) spegnendo tutti i generatori

I_{eq} : su ab

Metodo topologico (trasformazioni circuitali)

su quad

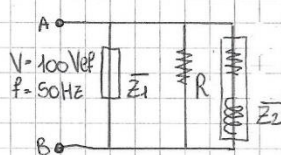
• Metodo delle **MAGLIE FONDAMENTALI** $R I_{circuite} = V_{gen. tensione}$

• Metodo dei **TAGLI FONDAMENTALI** $G V_{alberi} = I_{gen. corrente}$

• Metodo dei **NODI** $G E = I_{gen. corrente}$
(nodo di terra)

RIFASAMENTO

ESERCIZIO



Il carico Z_1 ha una impedenza di 10Ω $Z_1 = 10 \Omega$
il fattore di potenza 0,5 induttivo $\cos \varphi_{Z_1} = 0,5$

Il carico Z_2 assorbe una corrente attiva di $10 A_{eff}$ e una corrente reattiva di $5 A_{eff}$

$I_{att} = 10 A_{eff}$
 $I_{reatt} = 5 A_{eff}$

$R = 10 \Omega$ Effettua un rifasamento completo su AB, $V = 100 V_{eff}$
 $f = 50 Hz$

1. Calcola potenza attiva e reattiva dei bipoli

trova la corrente $I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{100}{10} = 10 A$

① $A_1 = V \cdot I_1 = 100 \cdot 10 = 1000 VA$

$P_1 = V I_1 \cos \varphi_{Z_1} = A_1 \cos \varphi_{Z_1} = 1000 \cdot 0,5 = 500 W$

$P = V I \cos \varphi_z$ (eff)

$Q_1 = \sqrt{A_1^2 - P_1^2} = 866 VAR$

② $P_2 = V I_{att} = 100 \cdot 10 = 1000 W$
 $Q_2 = V I_{reatt} = 100 \cdot 5 = 500 VAR$

$P = V I_{att}$
 $Q = V I_{reatt}$

$\cos \varphi = \frac{P}{A}$

③ $P_R = \frac{V^2}{R} = \frac{100^2}{10} = 1000 W$

2. Trova P_{TOT} e Q_{TOT}

$P_{TOT} = 500 + 1000 + 1000 = 2500 W$

$Q_{TOT} = 866 + 500 = 1366 VAR$

3. Rifasamento

$\Rightarrow C = \frac{Q_{TOT}}{2\pi f V^2} = 435 \mu F$

$C = \frac{Q_{TOT} - P_{TOT} \tan(\arccos(0,95))}{2\pi f V^2}$

↓
Usando questo esercizio chiede:
effettuare un rifasamento che elevi
il fattore di potenza a 0,95

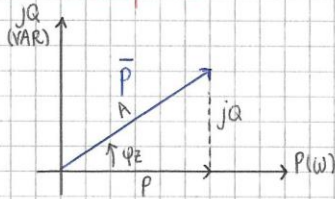
Ogni impedenza ha la sua tensione !!!

Rifasamento completo $C = \frac{Q_{TOT}}{2\pi f V^2}$

Aggiungere a questa parte gli esercizi svolti su PDF

POTENZA IN REGIME PERMANENTE SINUSOIDALE

Potenza complessa



$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \bar{I}^* \quad [\text{VA}]$$

$$P_{\text{MAX}} = P + A$$

$$P_{\text{MIN}} = P - A$$

$$\bar{P} = P + jQ \quad \begin{cases} P \text{ potenza attiva [W]} \\ Q \text{ potenza reattiva [VAR]} \end{cases}$$

$$\bar{P} = A e^{j\varphi_z} \quad \begin{cases} A = \frac{1}{2} V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \text{ potenza [VA]} \\ \text{apparente} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = A \cos(\varphi_z) \\ Q = A \sin(\varphi_z) \\ A = \sqrt{P^2 + Q^2} \end{cases}$$

• Resistore R $\bar{P}_R = \frac{1}{2} \bar{V}_R \bar{I}_R = \frac{1}{2} R |\bar{I}|^2 \quad (P_R \neq 0, Q_R = 0)$

• Induttore L $\bar{P}_L = \frac{1}{2} \bar{V}_L \bar{I}_L = \frac{1}{2} j\omega L |\bar{I}|^2 \quad (P_L = 0, Q_L \neq 0)$

• Condensatore C $\bar{P}_C = \frac{1}{2} \bar{V}_C \bar{I}_C = \frac{1}{2} -j\omega C |\bar{I}|^2 \quad (P_C = 0, Q_C \neq 0)$

NB con valori efficaci si toglie 1/2 dalle formule

Teoremi di Bouché e Tellegen

$$\sum \bar{P} = 0$$

$$\sum P = 0$$

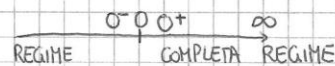
gen=res Teorema di Tellegen

$$\sum Q = 0$$

gen=ind+cond

CIRCUITI DEL SECONDO ORDINE ↔ DOMINIO DI LAPLACE

1. Scrittura l'equazione del tempo



2. Studio $t=0^-$, trovo le variabili di stato

3. Studio a $t=\infty$ e dovrei ricondurre a RLC II o RLC Σ

Verifico in quale caso mi trovo

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{serie } d_s = \frac{R_s}{2L}$$

$$\text{parallelo } d_p = \frac{G_p}{2C}$$

se

• $d > \omega_0$ SOVRASMOZZATO $s_{1,2} = -d \pm \sqrt{d^2 - \omega_0^2}$

$$x(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}$$

• $d = \omega_0$ CRITICAMENTE SMOZZATO $s_{1,2} = -d$

$$x(t) = K_1 e^{-dt} + K_2 t e^{-dt}$$

• $d < \omega_0$ SOTTO SMOZZATO $s_{1,2} = -d \pm j\sqrt{\omega_0^2 - d^2}$

$$x(t) = K_1 e^{-dt} \cos(\beta t) + K_2 e^{-dt} \sin(\beta t)$$

$$d = \text{Re}[s_{1,2}]$$

$$\beta = \text{Im}[s_{1,2}]$$

Infine somma a TC, il valore della variabile di stato al REGIME 2

$$x(t) = TC + R$$

4. Studio a 0^+ per trovare $dx(0^+)/dt$ e $x(0^+)$, per K_1 e K_2

LaPlace: solo a 0^+

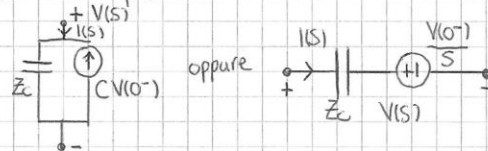
- I generatori di tensione/corrente vengono moltiplicati per $u(t)$
 $e u(t) \leadsto e^{s t}$

- Resistore $V(s) = R I(s)$

- Condensatore $I(s) = C (S V(s) - V(0^-))$ $Z_C = \frac{1}{SC} \Omega$

se $V(0^-) = 0$ è solo una impedenza

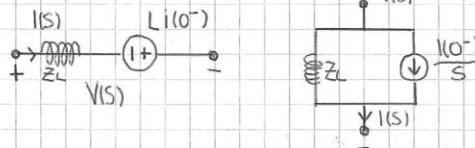
se $V(0^-) \neq 0$



- Induttore $V(s) = L (S I(s) - I(0^-))$ $Z_L = SL \Omega$

se $I(0^-) = 0$ è solo una impedenza

se $I(0^-) \neq 0$



Bipolar junction transistor BJT

