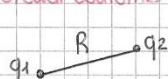


Elettronica I

1. Fisica dei semiconduttori

Richiami di fisica

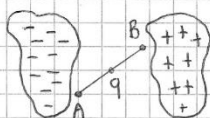
Forze di Coulomb



$$F = K \frac{q_1 q_2}{R^2} \quad [N]$$

• q : carica [C], $q_{\text{elettrone}} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 • $K = 8,99 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

Differenza di potenziale o tensione



Per spostare da A a B la carica q devo applicare un lavoro pari a:

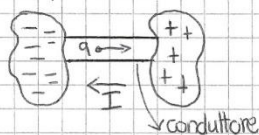
$$E_{\text{energia}} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{p} \quad \text{ed \(\vec{E}\) \(\vec{F}\) \(\vec{p}\) ed \(\vec{E}\) indipendente dal percorso che si andr\(\vec{a}\) scegliere}$$

Se divido per la carica q , ottengo il **potenziale elettrico** $\Delta V = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{p}$

Lo si indica con $\varphi(x, y, z) [V] \Rightarrow \Delta V = \Delta\varphi(x, y, z) = \varphi(x_1, y_1, z_1) - \varphi(x_2, y_2, z_2)$

• Parametra $\vec{E}$ e φ $\vec{F}(x, y, z) = q \nabla \varphi = q \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}; \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$
 $\vec{E} = \vec{F}/q \quad [N/C]$

Corrente elettrica



La carica q subisce una forza, ed il conduttore genera **corrente elettrica** $I [A]$

Legge di Ohm

$$V = RI$$

• V : Potenziale [V]
 • R : Resistenza [Ω]
 • I : corrente [A]

Avviene poich\(\vec{e}\) esiste una **agitazione termica** che rompe l'equilibrio, e per sottrarlo la tensione orienta gli elettroni verso la parte a potenziale pi\(\vec{u}\) alto

fenomeno di deriva

• $F = -qE$ (Coulomb)

• Accelerazione dell'elettrone $a = -\frac{qE}{m}$

• Velocit\(\vec{a}\) dell'elettrone $v = -\frac{qE}{m} t$

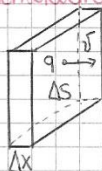
• $F = ma$ (gravitazione)

$\Rightarrow$ Velocit\(\vec{a}\) di deriva $v_d = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} \langle t_m \rangle \rightarrow$ tempo d'urto

Sia la **mobilit\(\vec{a}\)** $\mu = \frac{q\tau}{2m}$

$\Rightarrow v_d = -\mu E$ dipende dalla temperatura e dal materiale

Densit\(\vec{a}\) di carica



ΔS infinitesima
 Δt

Flusso di cariche q con velocit\(\vec{a}\) v che attraversano ΔS

$$\Delta Q = q \cdot n \cdot \Delta S \cdot \Delta x$$

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta S \Delta t} \quad [A/m^2]$$

anche $J = \frac{q n \Delta x}{\Delta t} = q \cdot n \cdot v$
 $J = q n v E$

Conducibilit\(\vec{a}\)

$$\sigma = q n \mu \quad \leadsto J = \sigma E$$

Densit\(\vec{a}\) di carica + corrente

$$I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \quad \Rightarrow I = J \cdot S = \frac{\sigma S V}{l}$$

• $R = \frac{l}{\sigma S}$ e $\rho = \frac{1}{\sigma}$ resistivit\(\vec{a}\)

Isolanti e conduttori

ISOLANTI	Conduttività $10^{-20} \leftrightarrow 10^{-8}$	$\Omega \cdot \text{cm}^{-1}$	non scosse correnti (C.a.)
CONDUTTORI	$10^4 \leftrightarrow 10^8$	$\Omega \cdot \text{cm}^{-1}$	si uschia, tensioni alte, di danneggiare tutto
SEMI CONDUTTORI	$10^{-6} \leftrightarrow 10^{-2}$	$\Omega \cdot \text{cm}^{-1}$	$\Rightarrow$ Silicio Si

Si può spiegare tutto con la chimica:

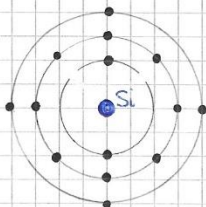
Orbitale: il livello energetico, dove possono stare al massimo 2 elettroni e per il principio di esclusione di Pauli, gli elettroni devono avere spin opposti.

CONDUTTORI $\Rightarrow$ alta mobilità di elettroni

ISOLANTI $\Rightarrow$ bassa mobilità molecolare

SEMI CONDUTTORI: gli atomi sono legati da legami covalenti, la conduttività dipende dalla temperatura
 $\downarrow$ ($\sigma \gg \propto T \gg$)

Silicio: numero atomico 14 (14 elettroni disposti)



l'ultimo orbitale per essere completo ha bisogno di altri 4 elettroni

• alla temperatura ambiente (300 K) la concentrazione di elettroni in grado di diventare liberi è 10^{22} cm^{-3}

elettroni = # lacune ($= 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ in concentrazione)

Il silicio forma un reticolo cristallino di legami covalenti

$\downarrow$ l'agitazione termica e la spinta $\Rightarrow$ concentrazione di elettroni liberi
 + campo elettrico

+ Per ogni elettrone che si libera dal proprio legame covalente

si crea una **bucca di potenziale o lacuna**

$\downarrow$ che possiamo vedere come "cariche positive" ma in realtà si muovono solo gli elettroni

velocità di deriva

$$V_p = \mu_p E$$

$$\mu_p = 550 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

mobilità delle lacune

$$\Rightarrow \text{velocità di deriva } V_n = -\mu_n E$$

$$\mu_n = 1350 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

mobilità degli elettroni

la densità di corrente

$$J = J_n + J_p = -q n_i V_n + q n_i V_p = q E n_i [\mu_n + \mu_p]$$

$\downarrow$ elettroni $\downarrow$ lacune

Silicio $\Rightarrow$ IV colonna $\rightarrow$ 4 legami

Silicio drogato con impurità di Tipo n

Prendiamo il **fosforo** (V colonna) $\Rightarrow$ **atomi donatori**

NB In un semiconduttore drogato, la concentrazione delle impurità deve essere tale che gli atomi di silicio rimangano fortemente maggioritari

Il reticolo cristallino, di tanto in tanto, vedrà un atomo di silicio sostituito da un atomo di fosforo

$\downarrow$ ma rimarrà il quinto elettrone

$\downarrow$ l'agitazione termica lo porterà in conduzione

Per questo: $n \approx N_D$

$\downarrow$
elettroni

$\hookrightarrow$ numero di impurità donatrici

$$10^{10} \text{ cm}^{-3} < N_D < 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

• Concentrazione impurità: $<$ densità atomi di Si
 $>$ concentrazione di elettroni liberi

Silicio drogato con impurità di Tipo p

Prendiamo il **boro** (III colonna) $\Rightarrow$ **atomi accettori**

Questa volta si forma una **lacuna**

$\hookrightarrow$ ha una alta probabilità che gli elettroni vadano a riempire la lacuna

Per questo:

$$p \approx N_A$$

$\downarrow$
lacune

$\hookrightarrow$ numero di impurità accettori

$$10^{10} \text{ cm}^{-3} < N_A < 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

In conclusione: • $N_D > N_A$ ho una concentrazione di donatori

• $N_A > N_D$ ho una concentrazione di portatori

Legge di azione di massa



Qual è la probabilità che occupino la stessa casella?

$$\frac{N_p}{N} \cdot \frac{N_n}{N} \cdot N = \frac{N_p N_n}{N}$$

$\frac{N_p}{N} = \text{probabilità di trovarsi su una casella}$

Coefficiente di ricombinazione

$$R = r \cdot n \cdot p$$

$\downarrow$
costante

è il numero di coppie elettroni-lacuna che spariscono in una certa unità di tempo (una volta uniti, cessano di esistere)

Tasso di generazione

$$G_i = r n_i^2$$

Nessuna delle due $\downarrow$ è influenzata dal drogaggio, e si azzererà in Tot tempo ad avere $R=G$

Legge di azione di massa

$$n p = n_i^2$$

$\hookrightarrow$ elettroni ionizzati

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx \frac{n_i^2}{N_A}$$

Correnti di diffusione

Se applichiamo un campo al semiconduttore, otteniamo:

• corrente di deriva

$$J_p = -q D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

coefficiente di diffusione

• corrente di diffusione (anche in assenza di E)

se abbiamo una concentrazione non uniforme di elettroni

• corrente di deriva

$$J_n = +q D_n \frac{dn(x)}{dx}$$

concentrazione di elettroni

densità di corrente

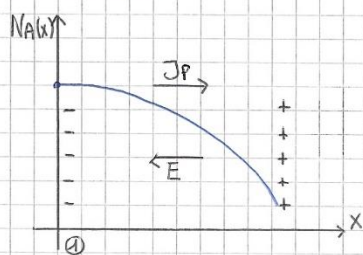
$$J = q n \mu_n E + q D_n \frac{dn(x)}{dx} + q p \mu_p E - q D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Relazione di Einstein

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

e potenziale termico $V_T = \frac{kT}{q} \approx 26 \text{ mV}$

Potenziale built-in



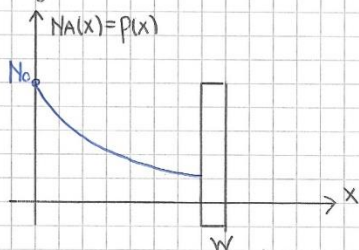
Abbiamo un semiconduttore p con drogaggio decrescente

① drogaggio maggiore $\Rightarrow$ lacune

dove vale: $J_p = q p \mu_p E - q D_p \frac{dp(x)}{dx} = 0$

per Einstein: $pE = V_T \frac{dp(x)}{dx}$

Spieghiamolo con un esempio



ho una bozzetta di semiconduttore di lunghezza w

ed ho $P(x) = NA(x) = N_0 e^{-x/L}$

sostituisco: $N_0 e^{-x/L} \cdot E = V_T \left(-\frac{N_0}{L} \right) e^{-x/L} \leadsto E = -\frac{V_T}{L}$ produce un POTENZIALE CRESCENTE

modifico e ricavo: $pE = V_T \frac{dp(x)}{dx} \leadsto E dx = V_T \frac{dp(x)}{p} \leadsto \int_{x_0}^x E dx = \int_{p_0}^{p(x)} V_T \frac{dp(x)}{p}$

$$\leadsto V(x) = -V_T \ln \left(\frac{p(x)}{p_0} \right)$$

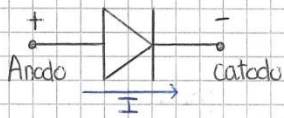
ed ottengo due relazioni:

$$p(x) = p_0 e^{-\frac{V(x)}{V_T}}$$

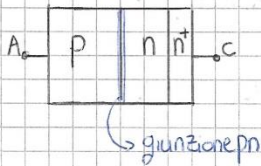
$$n(x) = n_0 e^{\frac{V(x)}{V_T}}$$

2 La giunzione pn

Il diodo



Il diodo è il dispositivo più semplice che fa uso di una giunzione pn. La corrente scorre solo da anodo a catodo, ed ha bisogno di una differenza di potenziale.



Caratteristica del diodo ideale

$$i = I_s (e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$$

- I_s : corrente di saturazione inversa (nA o pA)
- V : potenziale
- V_T : potenziale termico $\approx 26 \text{ mV}$

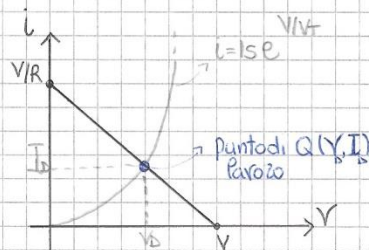
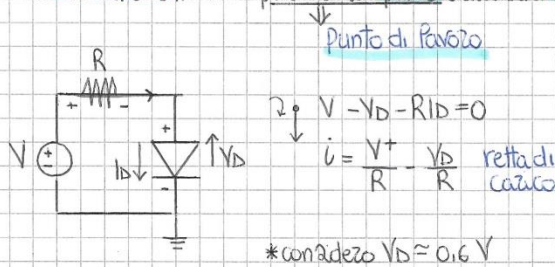
Analizziamo i casi di V :

- $V=0 \Rightarrow i=0$
- $V < 0$ (polarizzazione inversa) $\Rightarrow$ la corrente tende a $-I_s$ e quindi approssimabile allo zero
- $V > 0$ (polarizzazione diretta)
per $V = 2V_T = 50 \text{ mV} \Rightarrow i = I_s e^{\frac{V}{V_T}}$

• Il valore della tensione per cui la corrente comincia ad aumentare è $0,6 \text{ V}$

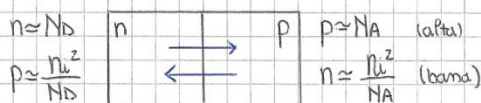
Retta di carico, punto di lavoro e polarizzazione del diodo

- Polarizzare un diodo significa applicare ad esso una tensione/corrente costanti in modo da mantenerlo in un opportuno punto della sua caratteristica tensione/corrente

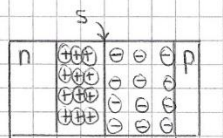


Regione di svuotamento

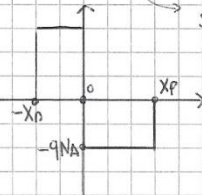
Il funzionamento del diodo è determinato da ciò che accade all'interfaccia fra la zona n e la zona p



Esisteranno due correnti di diffusione e di conseguenza un campo elettrico



REGIONE SVUOTATA



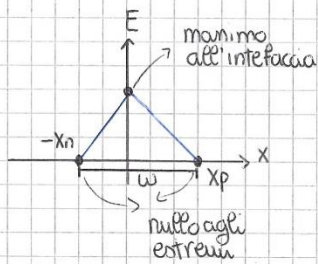
Per l'equilibrio: $Q_n = Q_p$

$$qN_D x_n = qN_A x_p$$

$$N_D x_n = N_A x_p$$

- La regione di svuotamento risulta più estesa nella regione meno drogata.

essendo ρ la densità di carica:



equazione di Poisson $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$
campo elettrico

ϵ : costante dielettrica del materiale
 $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

trovo E per le due zone:

$$\frac{\partial E_n}{\partial x} = \frac{q N_D}{\epsilon} \xrightarrow{\text{integrando}} E_n(x) = \frac{q N_D}{\epsilon} x + \frac{q N_D x_n}{\epsilon}$$

costanti

$$\frac{\partial E_p}{\partial x} = -\frac{q N_A}{\epsilon} \xrightarrow{\text{integrando}} E_p(x) = -\frac{q N_A x}{\epsilon} + \frac{q N_A x_p}{\epsilon}$$

Dal campo posso calcolare la differenza di potenziale tra le regioni p e n

$$\varphi = \int_{-x_n}^{x_p} E(x) dx = \int_{-x_n}^0 E_n(x) dx + \int_0^{x_p} E_p(x) dx = \dots = \frac{q}{2\epsilon} \left[N_D x_n^2 + N_A x_p^2 \right]$$

continua a tratti

Ricordo $N_D x_n = N_A x_p$ e ricavo $x_p = \frac{N_D x_n}{N_A} \Rightarrow \varphi = \frac{q}{2\epsilon} \left[x_n^2 \left(N_D + \frac{N_D^2}{N_A} \right) \right]$

in generale $w = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \varphi \left[\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right]}$ spessore della regione di svuotamento

per un semiconduttore con $x = -x_n = n_0$
 $x = x_p = n_0^2 / N_D \Rightarrow$ POTENZIALE DI GIUNZIONE $\varphi = V_T \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$

Modello a bande

Un modo alternativo per vedere cosa accade all'interfaccia tra p e n, è il modello a bande

In un materiale, specialmente in un semiconduttore, quando gli atomi mettono in con partecipazione gli elettroni si forma una nube elettronica, gli elettroni sono quelli che risiedono nell'ultimo orbitale

Principio di esclusione di Pauli
(meccanica quantistica)

In un orbitale possono stare soltanto due elettroni che abbiano spin opposti

$\uparrow +1/2 \quad \downarrow -1/2$

Qual è la statistica di occupazione di questi livelli?

statistica di Fermi-Dirac

Probabilità di occupazione dello stato quantico di energia

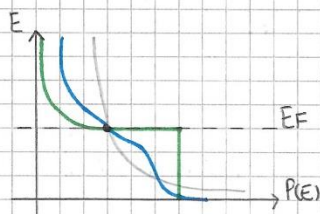
$$P(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{kT}}}$$

livello energetico

• k : costante di Boltzmann
• T : temperatura
• E_F : energia di Fermi

se $E=E_F \Rightarrow P(E_F) = 1/2 \sim 50\%$

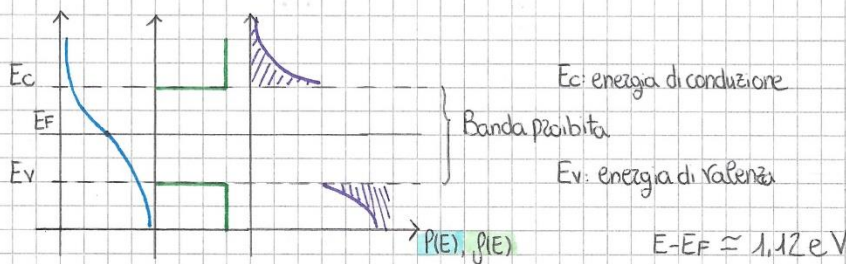
quindi permette di calcolare la densità di elettroni in un certo livello



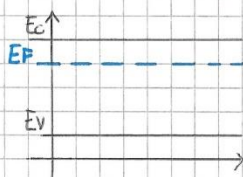
E_F non cambia al variare della temperatura

Il prodotto tra densità degli stati e la probabilità di occupazione rappresenta la densità degli elettroni

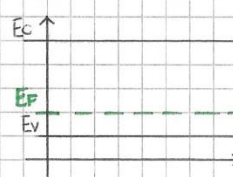
Nel silicio intrinseco:



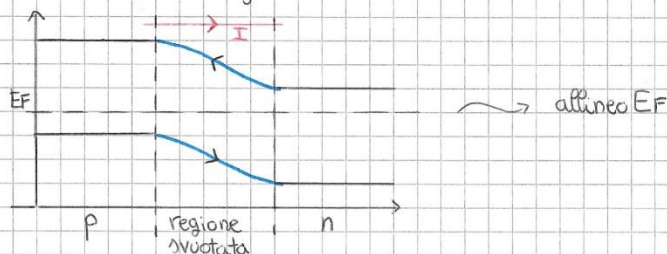
SEMICONDUTTORE n



SEMICONDUTTORE p

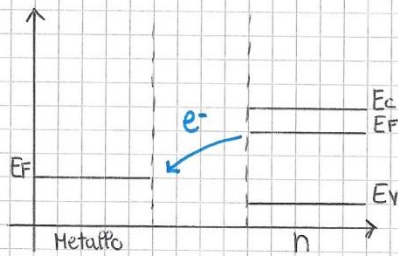


Nel diodo formano una giunzione:



Giunzione metallo - semiconduttore

• Giunzione metallo - semiconduttore n



Il metallo ha E_F più in basso di quella di n $\Rightarrow$ **trasaso di elettroni**

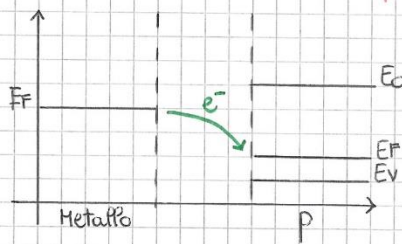
Metallo	n
-	+
-	+
-	+
-	+



diode
Schottky

• hanno tensioni di soglia più basse (adatti alla alta frequenza)

• Giunzione metallo - semiconduttore p

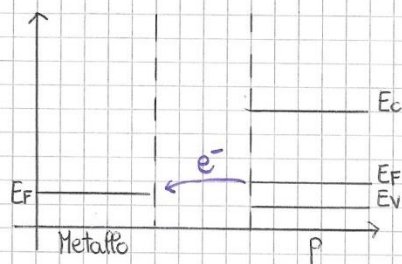


Il metallo ha E_F più alto di p $\Rightarrow$ **trasaso di elettroni**

Metallo	p
+	-
+	-
+	-
+	-
+	-



diode
Schottky



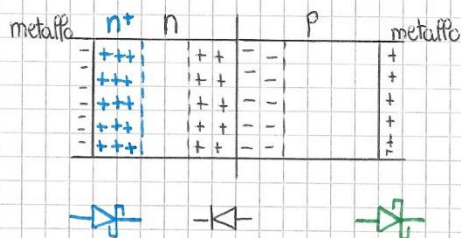
Il metallo ha E_F più basso di p $\Rightarrow$ **trasaso di elettroni**

Metallo	p
-	+
-	+
-	+
-	+



giunzione non
rettificante

Il diodo pn completo



dato che lo spessore della regione di svuotamento diminuisce all'aumentare della concentrazione delle impurità n

$\Rightarrow$ d'ora la parte metallo-n

In questo modo gli elettroni scappano più velocemente

NB • scelgo un metallo con E_F più basso di p
 $\Rightarrow$ ottengo una semplice resistenza R

• Nessun campo elettrico interno spinge le cariche in una giunzione pn in conduzione.

• Lo scopo della tensione esterna è quella di annullare la barriera di potenziale: le cariche si muovono per diffusione

Concentrazione dei portatori al limite della regione di svuotamento

Sia V_D la tensione del diodo, poi $n(x) = n(0) e^{V(x)/V_T}$

agli estremi della regione di svuotamento $V(x) = V_T \ln\left(\frac{N_D}{n(x_p)}\right)$

- Hp:
1. La distribuzione degli elettroni nel semiconduttore, in presenza di una corrente è circa uguale alla distribuzione all'equilibrio
 2. V_D abbassa il potenziale di built-in

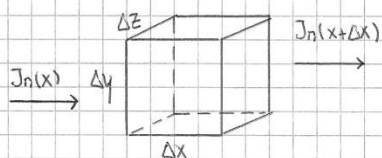
Valore che $\phi - V_D = V_T \ln\left(\frac{N_D}{n(x_p)}\right)$ con $\phi = V_T \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$

$$\Downarrow n(x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} e^{V_D/V_T}$$

Iniezione di cariche e ricombinazione

Calcolo la distribuzione di portatori n in un semiconduttore p

$n(0)$: Iniezione di elettroni



La corrente totale: eq. di continuità

$$J_n(x+\Delta x)\Delta y\Delta z = J_n(x)\Delta y\Delta z = -q \frac{dn}{dt} \Delta x \Delta y \Delta z$$

ed ottengo $\frac{dJ_n(x)}{dx} + q \frac{dn}{dt} = 0$

↓ a causa della ricombinazione la carica viene diminuita

sapendo $\frac{dn}{dt} = -rnp$ e $r = 5 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^3/\text{s}$ (x il silicio)

o $\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau}$ dove $\tau = \frac{1}{rN_A}$

→ agitazione termica $\frac{dn}{dt} = r n_i^2 = r N_A \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{n p_0}{\tau}$ con $n p_0 = \frac{n_i^2}{N_A}$

$\Rightarrow \frac{dn}{dt} = -\frac{n - n_{p0}}{\tau}$ e la sostituiamo alla eq. differenziale: $\frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} - \frac{n - n_{p0}}{\tau} = 0$

con $J_n = q D_n \frac{dn}{dx}$ (corrente di diffusione)

ottengo $\frac{d^2 n}{dx^2} = \frac{n - n_{p0}}{\tau D_n}$

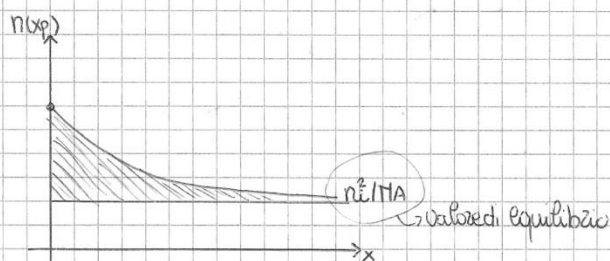
sia $n' = n - n_{p0}$
 $L_n = \sqrt{\tau D_n}$

$$\Rightarrow \frac{d^2 n'}{dx^2} = \frac{n'}{L_n^2}$$

Soluzione: $n'(x) = n'(0) e^{-x/L_n}$
 $n'(x) = n'(x_p) e^{-\frac{x-x_p}{L_n}}$

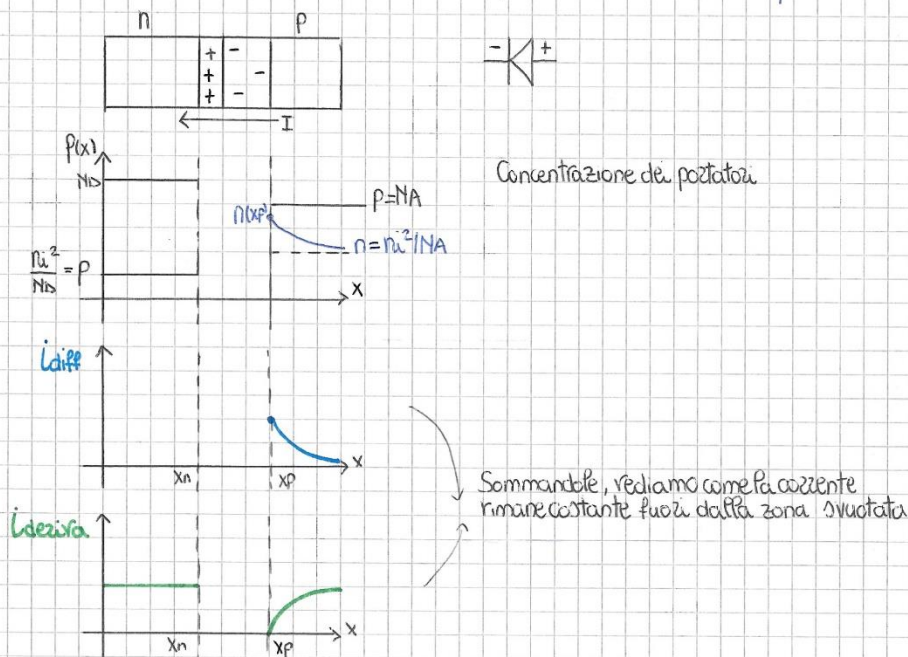
Iniezione $n(0) \Rightarrow$

- diffusione degli elettroni
- la loro ricombinazione



Derivazione della caratteristica del diodo

Supponiamo $N_D > N_A$ (zona N è più drogata), quindi gli elettroni vanno da n a p.
 A causa di V_{bi} al confine tra regione di svuotamento e zona p c'è una iniezione di portatori n che per diffusione migreranno verso la zona p.
 E quando la corrente di diffusione diminuisce, la corrente di deriva la compenserà.



Calcoliamo la corrente di diffusione

$$I_s = -S J_n^{diff} = -q S D_n \frac{dn}{dx} \Big|_{x=x_p} = -q S D_n \frac{dn'}{dx} \Big|_{x=x_p} \quad \text{con } n' = n - n_{p0}$$

where S is the section of the diode and D_n is the diffusion coefficient of electrons.

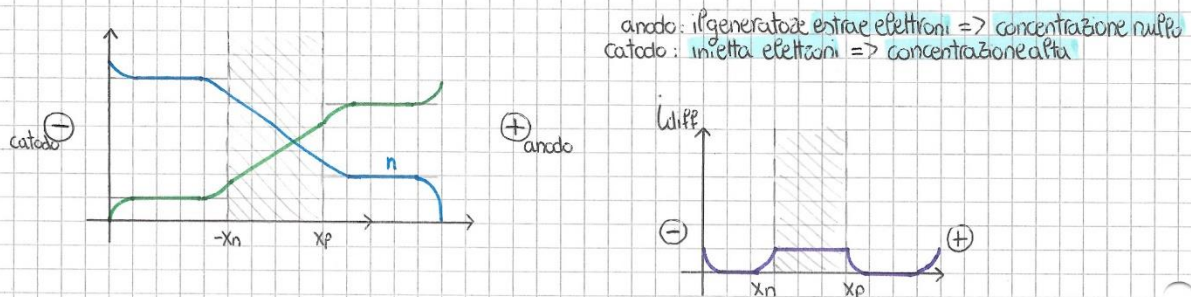
Sostituendo $n'(x) = n'(x_p) e^{-\frac{x-x_p}{L_n}}$ ed ottengo

$$I_s = \frac{q S D_n}{L_n} n'(x_p) e^{-\frac{x-x_p}{L_n}} = \frac{q S D_n}{L_n} \left[n(x_p) - n_{p0} \right] = \frac{q S D_n}{L_n} \cdot \frac{n_i^2}{N_A} \left[e^{V/V_T} - 1 \right]$$

The term $\frac{n_i^2}{N_A} e^{V/V_T}$ is identified as $n(x_p)$ and $\frac{n_i^2}{N_A}$ is identified as n_{p0} .

I_s CORRENTE INVERSA DI SATURAZIONE

Visualizziamo l'andamento delle concentrazioni nel diodo?



La giunzione p-n



Regioni neutre

La giunzione p-n è l'interfaccia che separa le parti di un semiconduttore sottoposte a drogaggio di tipo differente.

Tipo P: lacune

Tipo N: elettroni

I portatori diffondono nel semiconduttore adiacente un campo elettrico e una corrente di trasporto + corrente di diffusione (opposta)
a causa del gradiente ΔV dovuto ai due drogaggi $\uparrow qn \frac{dn}{dx}$

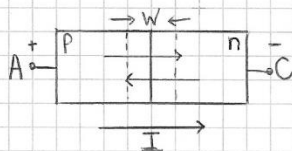
- La differenza di potenziale costante generata dagli ioni di materiale drogante è chiamata tensione di built-in

Regione di svuotamento $\Rightarrow N_D X_n = N_A X_p$
 $W = X_n + X_p$

- più il drogaggio è elevato e più piccola sarà la regione di svuotamento

Diodo

Polarizzazione diretta



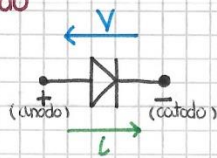
Applicando una tensione positiva • lacune ed elettroni sono spinti verso la giunzione

- quindi • W si riduce
• la barriera di potenziale si abbassa

Ha una corrente significativa $i = (e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$

La PI è l'opposto $\Rightarrow$ i ha valori trascurabili

Il diodo



V: potenziale [V volt]

i: corrente [A amperes]

=> caratteristica del diodo reale

$$i = I_s (e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$$

- I_s : corrente di saturazione inversa
- V: tensione
- V_T : tensione termica = 26 mV

+ Studiamo i al variare di V

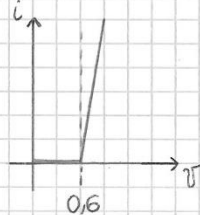
• $V=0 \rightsquigarrow i=0$

• $V < 0$ contropolarizzazione $\rightsquigarrow i=0$ perché la corrente tende a $-I_s$ che è un valore piccolissimo, quasi nullo

• $V > 0$ POLARIZZAZIONE DIRETTA $\rightsquigarrow i \approx I_s e^{\frac{V}{V_T}}$

$V \gg 2V_T = 50 \text{ mV}$

definiamo il grafico tensione-corrente
TRANSCARATTERISTICA



questo è quello che noi vorremmo

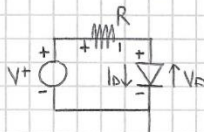
$V = 0.6 \text{ [V]}$ TENSIONE DI SOGLIA

$V = 0.8 \text{ [V]}$ TENSIONE MASSIMA

Polarizzazione del diodo

significa applicare al diodo una tensione o una corrente costanti in modo da mantenerlo in un particolare punto della sua caratteristica tensione-corrente, detto punto di lavoro

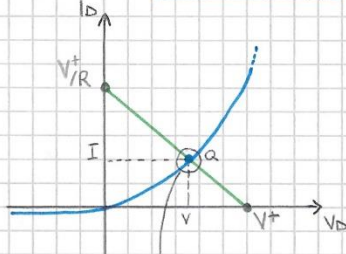
ESEMPIO: abbiamo il circuito



Ohm: $V^+ - V_d = R I_d$ e trovo $I_d = \frac{V^+ - V_d}{R}$

RETTA DI CARICO

quindi l'intersezione transcatteristica - retta di carico mi dà il punto di lavoro



$$i \approx I_s (e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$$

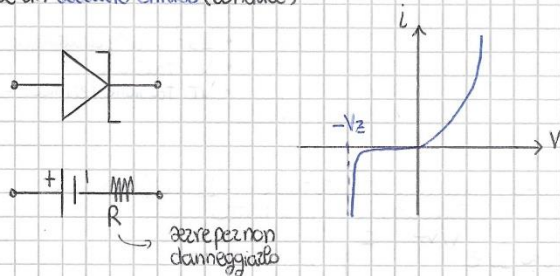
$$I_d = \frac{V^+ - V_d}{R}$$

Le sue coordinate esprimono l'effettiva tensione ai capi del diodo e la corrente che vi scorre

Diode Zener

Si usano per stabilizzare la tensione.

Questi diodi, ad un tensione di contro polarizzazione V_Z (breakdown), cessa di essere un circuito aperto per diventare un circuito chiuso (conduce).



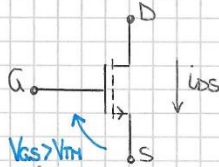
Riassunto: MOSFET

• 3 terminali

- ✓ Non amano la corrente
- ✗ Basso guadagno
- ✗ Si danneggiano facilmente
=> CHIP LOGICI

G: gate
D: drain
S: source

1) MOSFET a canale n ad arricchimento



($V_G - V_S > V_{TH}$ per essere in conduzione)

- Il MOSFET è in conduzione quando la tensione di controllo supera un valore di soglia positivo (V_{TH})

- Corrente in saturazione $I_{DS} = \frac{K_n}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2$

- Condizione affinché il MOSFET sia in saturazione è

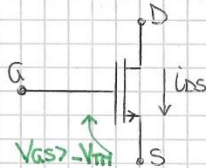
$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH} \Rightarrow \text{AMPLIFICATORE}$$

- La corrente in regione lineare è data da

$$V_{DS} < V_{GS} - V_{TH}$$

$$I_{DS} = K_n \left((V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$$

2) MOSFET a canale n a svuotamento



- Il MOSFET è in conduzione quando la tensione di controllo supera un valore di soglia negativo ($-V_{TH}$)

- Corrente in saturazione $I_{DS} = \frac{K_n}{2} (V_{GS} + V_{TH})^2$

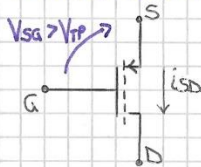
- Condizione affinché il MOSFET sia in saturazione è:

$$V_{DS} \geq V_{GS} + V_{TH}$$

- La corrente in regione lineare è data da:

$$I_{DS} = K_n \left((V_{GS} + V_{TH}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$$

3) MOSFET a canale p ad arricchimento



- La tensione di controllo è applicata dal S al G e i scorre da S a D

- Il MOSFET è in conduzione quando la tensione di controllo supera un valore di soglia positivo (V_{TP})

- Corrente in saturazione $I_{SD} = \frac{K_p}{2} (V_{SA} - V_{TP})^2$

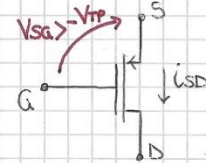
- Condizione affinché il MOSFET sia in saturazione è:

$$V_{SD} \geq V_{SA} - V_{TP}$$

- La corrente in regione lineare è data da:

$$I_{SD} = K_p \left((V_{SA} - V_{TP}) V_{SD} - \frac{1}{2} V_{SD}^2 \right)$$

4) MOSFET a canale p a svuotamento



- La tensione di controllo è applicata dal S al G e i scorre da S a D

- Il MOSFET è in conduzione quando la tensione di controllo supera un valore di soglia negativo ($-V_{TP}$)

- Corrente in saturazione $I_{SD} = \frac{K_p}{2} (V_{SA} + V_{TP})^2$

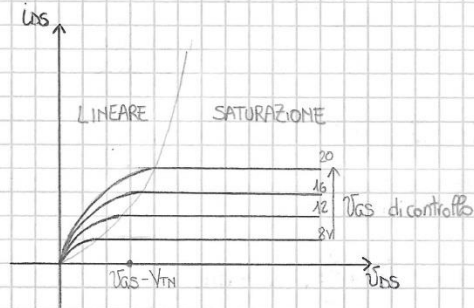
- Condizione affinché il MOSFET sia in saturazione è:

$$V_{SD} \geq V_{SA} + V_{TP}$$

- La corrente in regione lineare è data da:

$$I_{SD} = K_p \left((V_{SA} + V_{TP}) V_{SD} - \frac{1}{2} V_{SD}^2 \right)$$

TRANS-CARATTERISTICA
MOSFET a canale n ad
accoppiamento
per grandi tensioni

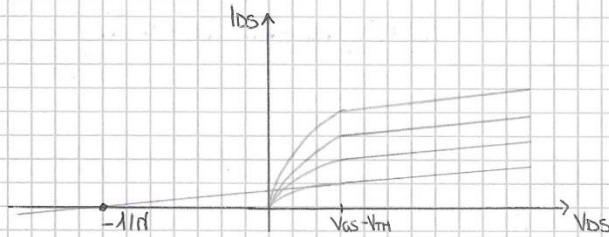


punti di lavoro $V_{DS} - I_D$

Modulazione di canale: nella realtà la zona di saturazione non ha andamento costante, né ha una pendenza

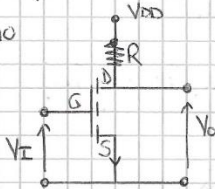
L'espressione di I_{DS} diventa

$$I_{DS} = \frac{K_n}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \eta V_{DS})$$



Per trovare il punto di lavoro $Q(V_{DS} - I_D)$ deve disegnare sulla trascurata caratteristica la retta di carico

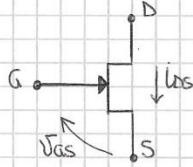
esempio



$$V_{DS} = V_{DD} - I_{DS} R$$

Riassunto: JFET

1) JFET a canale n



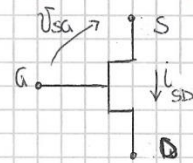
- è in interdizione quando $V_{GS} < -V_p$
- è in conduzione quando $-V_p < V_{GS} < 0$

• Condizione per la saturazione $V_{DS} > V_{GS} + V_p$

• Corrente in regione di saturazione $I_{DS} = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2$

• Corrente in regione lineare $I_{DS} = \frac{2I_{DSS}}{V_p^2} \left((V_{GS} + V_p)V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2 \right)$

2) JFET a canale p



- è in interdizione quando $V_{GS} < -V_p$
- è in conduzione quando $-V_p < V_{GS} < 0$

• Condizione per la saturazione $V_{SD} > V_{GS} + V_p$

• Corrente in regione di saturazione $I_{SD} = I_{SDS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2$

• Corrente in regione lineare $I_{SD} = \frac{2I_{SDS}}{V_p^2} \left((V_{GS} + V_p)V_{SD} - \frac{1}{2}V_{SD}^2 \right)$

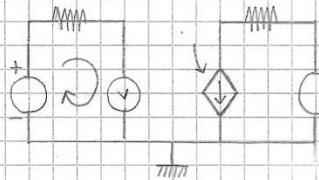
#LEZIONE 7

4.11 transistor a effetto campo

Il transistor

Il transistor è un dispositivo in grado di regolare la corrente che scorre in una maglia mediante la tensione applicata in un'altra maglia.

- Interruttore ON/OFF
- Regolatore di flusso amplificatore



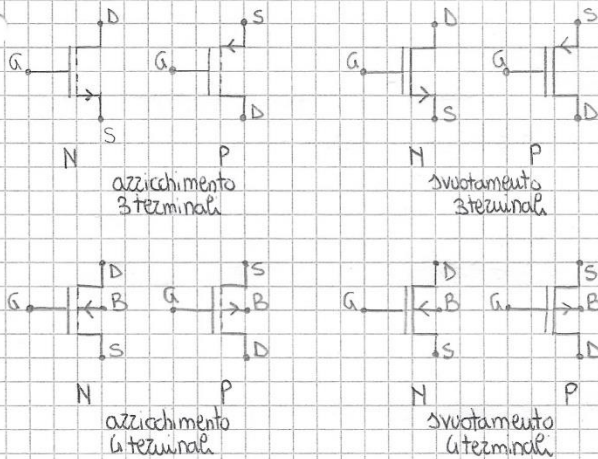
Il transistor era infatti la valvola idraulica
Dispositivo **NON LINEARE**

Tipologia dei transistor a effetto campo

FET: Field effect transistor
D: drain S: source G: gate

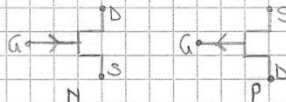
MOSFET (Metal Oxide Silicon)

- canale N
- canale P
- accichimento
- svuotamento
- 3 terminali
- 4 terminali



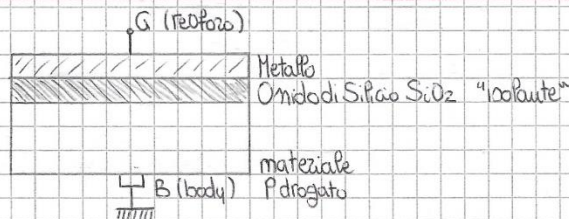
JFET (Junction FET)

- canale P
- canale N



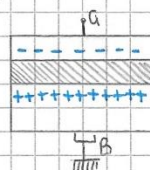
Il Capacitore MOS

Cos'è il mos



Cosa succede se applico una tensione negativa V_g ?

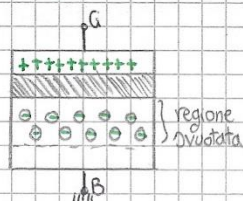
① $V_g < 0$



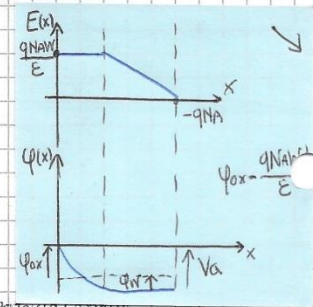
Il Gate si carica negativamente
Le lacune mobili non possono attraversare l'ossido, si accumulano

② $0 < V_G < V_{TH}$

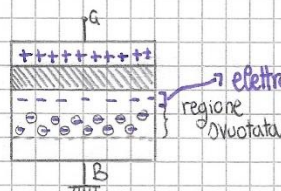
↓ tensione di soglia
POSITIVA



Sono solo cariche fisse



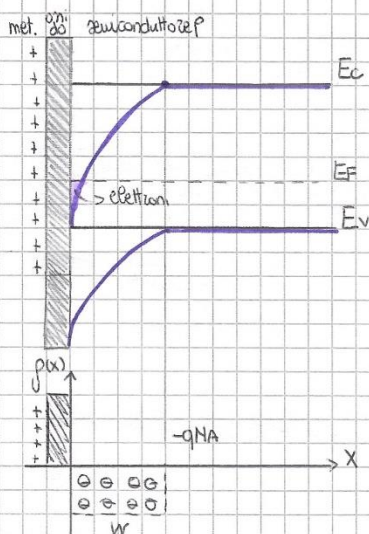
③ $V_G > V_{TH}$



→ **elettroni liberi**: sotto l'omdo si è creato un canale nel quale può scorrere corrente

Perché si è creato questo canale?

Le cariche positive accumulate sul metallo corrispondono cariche negative nella regione di svuotamento abbiamo così tanto i livelli della conduzione che questi sono commessi dagli elettroni del semiconduttore



Gli elettroni vengono dall'agitazione termica

↓ crea coppie elettrone-lacuna

In prossimità dell'omdo:

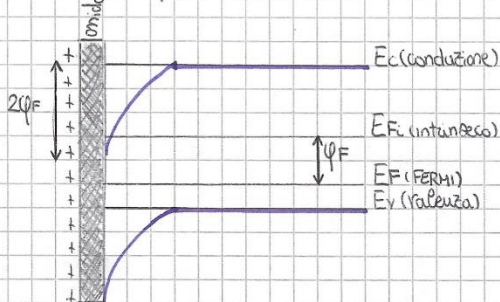
- gli elettroni - rimangono grazie al campo elettrico
- le lacune sono spinte via dal campo elettrico

+ la presenza di elettroni aumenta all'aumentare della tensione, fino ad un massimo tale per cui il livello della conduzione è prossimo all'energia di Fermi

Calcolo della tensione di soglia V_{TH}

Tensione di soglia

È il valore per cui si ha "inversione", ovvero il valore della tensione alla quale al di sotto dell'omdo, un semiconduttore p con una data concentrazione di portatori p si comporta come un semiconduttore n di pari concentrazione di portatori n



$$\phi_F = E_F - E_F$$

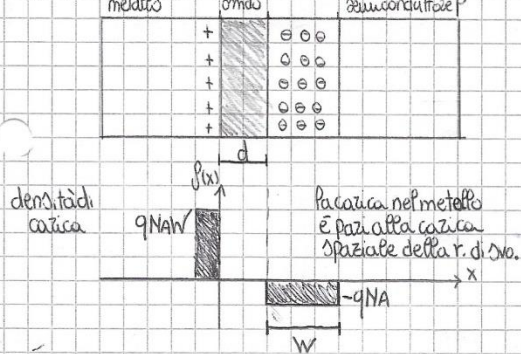
↓ $2\phi_F \rightarrow$ il semiconduttore diventa n

a tutti i livelli si abbassano di $2\phi_F$

$2\phi_F \downarrow$ semiconduttore p, concentrazione p di lacune
concentrazione n di elettroni
 $n=p$

• ϕ_F : differenza di potenziale tra energia di Fermi del semiconduttore p - energia di Fermi del semiconduttore intrinseco

MOS con $0 < V_G < V_{TH}$



Se $\leftarrow$ è un parallelepipedo. Vorrei capire quale campo elettrico deriva applicando dS

Applico il teorema di Gauss $\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{\epsilon}$

il campo è ortogonale al parallelepipedo

$$E dS = \frac{Q}{\epsilon} \quad \bullet Q = NA dS W q$$

$$\Rightarrow E = \frac{qNAW}{\epsilon} \quad \text{è costante}$$

$$\phi_{ox} = \frac{qNAW}{\epsilon} d \quad \bullet d: \text{spessore ossido}$$

diretto per l'inversione da pari

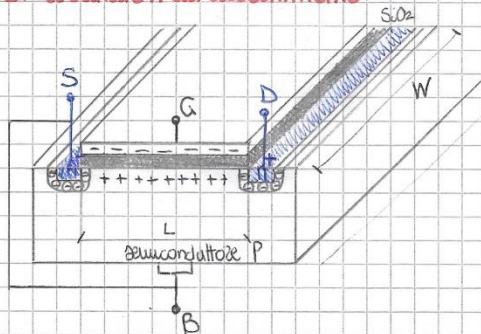
$$V_{TH} = 2\phi_F + \phi_{ox}$$

Sapendo spessore della regione di svuotamento $E_{ZONE 8}$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \phi_F \frac{1}{NA}} \approx \sqrt{\frac{2\epsilon}{qNA} (2\phi_F)}$$

$$\Rightarrow V_{TH} = (2\phi_F) + d \sqrt{\frac{2qNA}{\epsilon} (2\phi_F)} \quad \text{può essere controllata}$$

MOSFET a canale n ad accetimento



- due piazzole n molto drogata: n^+
- due regioni: S source $\rightarrow$ collegato a Body
- D drain

è una struttura SIMMETRICA

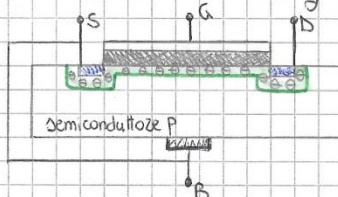
- G: gate terminale di controllo

Alla creazione dei due pozzi n^+ si va a creare una regione svuotata di cariche mobili

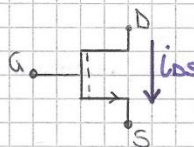
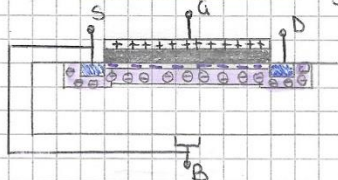
$n^+ > p$ poniamo schematizzare con due diodi

• $V_G < 0$ Sebbene ci siano cariche mobili sotto il gate, applicando una tensione tra Drain e Source non scorre corrente

• $0 < V_G < V_{TH}$ Tra Gate e Source si crea una regione di svuotamento sotto al gate, non scorre corrente



• $V_G > V_{TH}$ Si crea un canale di elettroni liberi lungo tutto l'omido sotto il Gate, applico tensione DS scorre corrente



Ora quantifichiamo I_{DS}

- $0 < V_{GS} < V_{TH}$ un aumento della tensione del gate produce un'allargamento della regione di svuotamento
- $V_{GS} > V_{TH}$ sotto l'omido si accumula **carica mobile Q**

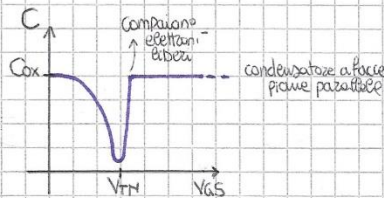
$$Q = -C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})$$

con capacità dell'omido

$$C_{ox} = \epsilon \frac{WL}{d}$$

* L: lunghezza
* W: larghezza
* d: spessore ossido

Si comporta come un CONDENSATORE A FACCE PIANE PARALLELE (solo se le cariche sono addensate in prossimità dell'omido)



Definiamo la capacità per unità di superficie $C_{ox}'' = \frac{\epsilon}{d}$ $\leadsto Q = -C_{ox}'' WL (V_{GS} - V_{TH})$

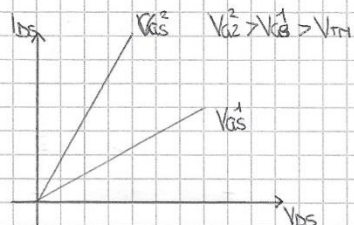
Quando scorre una corrente, è come se Q scorresse rigidamente da S verso D

$$I_{DS} = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\frac{\Delta Q}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{velocità di deriva degli elettroni} \quad V_n = -\mu_n \bar{E} = -\mu_n \left(-\frac{V_{DS}}{L} \right)$$

↓ densità di carica per unità di lunghezza $= \frac{Q}{L} = -C_{ox}'' W (V_{GS} - V_{TH})$

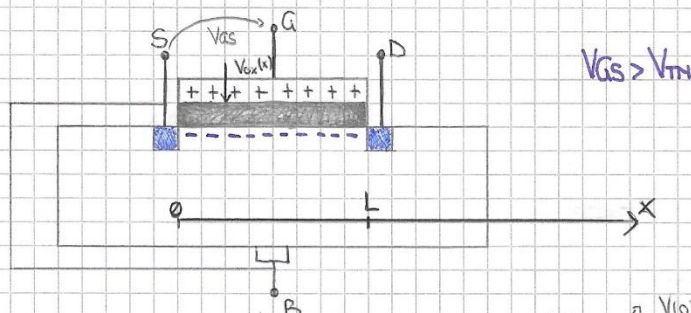
$$I_{DS} = \underbrace{\frac{C_{ox}'' \mu_n W}{L}}_{=K_n} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS}$$

Quindi $I_{DS} = \frac{V_{DS}}{R_{DS}}$ con $R_{DS} = \frac{1}{K_n [V_{GS} - V_{TH}]}$ resistenza variabile



Questo è vero solo se V_{GS} è PICCOLA

MOSFET a canale n adattamento per grandi tensioni



ma il canale ha una sua resistività, quindi ha tensioni DIVERSE $V(x)$
Po scorre la corrente produce una caduta di tensione

$$V_{ox}(x) = V_{GS} - V(x) \quad \text{NON È COSTANTE}$$

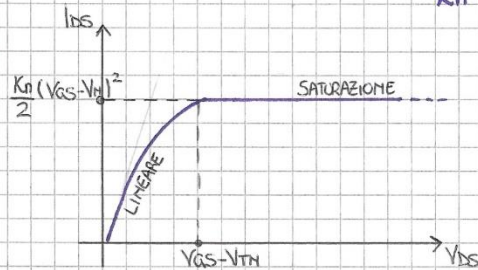
Riscriviamo la carica $Q' = C_{ox}'' W (V_{GS} - V(x) - V_{TH})$

dunque $i_{DS} = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\frac{\Delta Q}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} = -Q' V_n$

↓ $\mu_n \bar{E}$ questa volta $\bar{E} = -\frac{dV(x)}{dx}$

$i_{DS} = C_{ox} \mu_n W (V_{GS} - V(x) - V_{TH}) \frac{dV(x)}{dx}$ è in funzione della posizione
 i_{DS} deve comunque essere costante: $i_{DS} = \frac{1}{L} \int_{V_0}^L i_{DS} dx = \frac{C_{ox} \mu_n W}{L} \left((V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$
 $\downarrow$
 k_n

Tranquillizzante del MOSFET

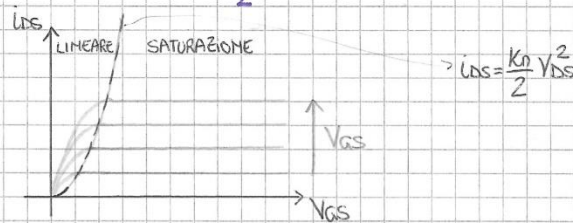


NB $\approx V_{DS} \ll 2(V_{GS} - V_{TH}) \Rightarrow i_{DS} = K_n (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS}$ (ignora il termine quadratico)

LINEARE $V_{DS} < V_{GS} - V_{TH} \Rightarrow i_{DS} = K_n \left((V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$
 ma $\approx V_{DS} \ll 2(V_{GS} - V_{TH}) \Rightarrow i_{DS} = K_n (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS}$

SATURAZIONE $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH} \Rightarrow i_{DS} = \frac{K_n}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2$

Il grafico generale risulta:



Analizziamo cosa succede al MOSFET per $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH}$, ovvero in saturazione

La densità di carica varia con $V(x)$: $Q'(x) = -C_{ox} W (V_{GS} - V(x) - V_{TH})$

Strozzamento del MOSFET

Nella regione lineare, da S a D:

- la densità di carica diminuisce
- la velocità degli elettroni aumenta $\Rightarrow$ mantiene la corrente costante

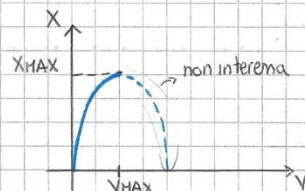
grazie alla tensione $V(x)$, dal S a un generico punto X, è crescente con X

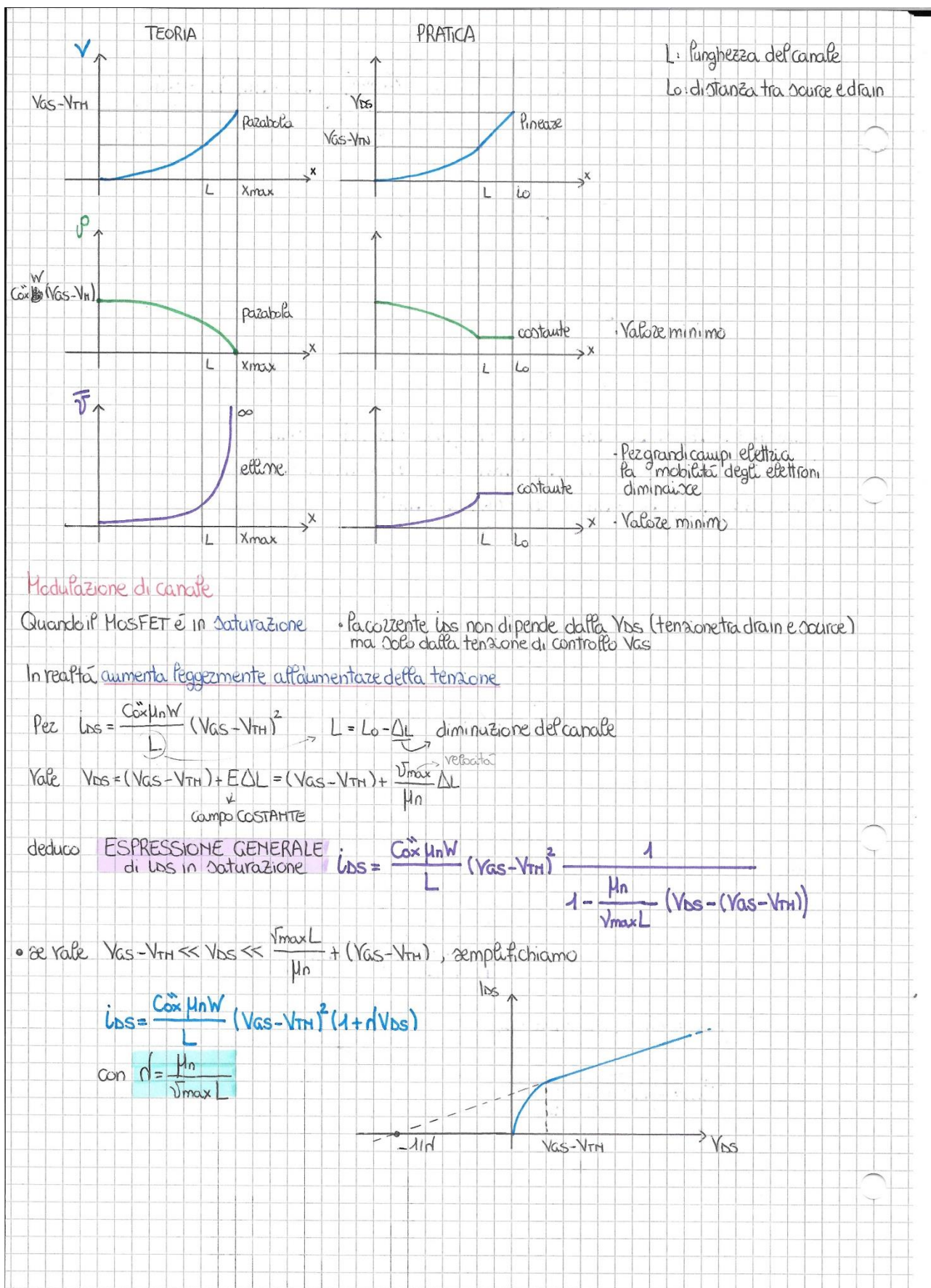
con $i_{DS} = C_{ox} \mu_n W (V_{GS} - V(x) - V_{TH}) \frac{dV(x)}{dx}$

integro la variabile X ed ottengo $X = \frac{K_n L}{i_{DS}} \left(-\frac{1}{2} V^2 + (V_{GS} - V_{TH}) V \right)$ è una parabola pancia in giù
 per la ragione con vertice $V_{MAX} = V_{GS} - V_{TH}$

densità di carica $\rho(x) = C_{ox} W (V_{GS} - V_{TH} - V(x))$

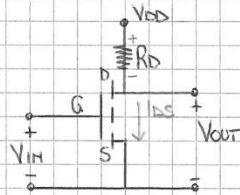
velocità di deriva $\bar{V}(x) = -\mu_n E = \mu_n \frac{dV(x)}{dx}$





Alcuni circuiti base:

NMOS ad acciamento con carico resistivo



$$V_{DS} = V_{OUT}$$

$$V_{GS} = V_{IN}$$

Funzione di trasferimento

è la funzione che esprime la relazione tra TENSIONE DI USCITA SUL DRAIN e la TENSIONE DI INGRESSO SUL GATE

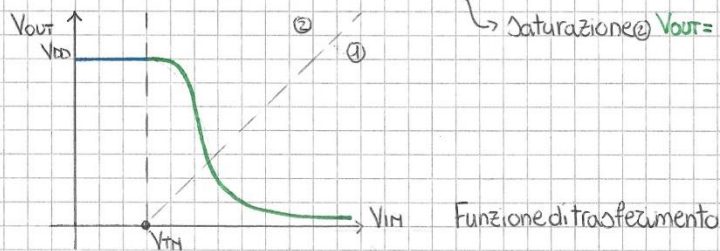
$$A = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$$

Troviamo il rapporto tra V_{OUT} e V_{IN}

- Troviamo la RETTA DI CARICO $V_{DS} = V_D - V_S = V_{DD} - R_D I_{DS} - 0$
 $\Rightarrow V_{DS} = V_{DD} - R_D I_{DS}$

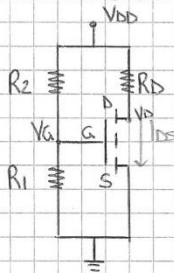
Se $V_{GS} < V_{TH}$ sono in **INTERDIZIONE** $\Rightarrow I_{DS} = 0$ $V_{DS} = V_{DD}$

Se $V_{GS} > V_{TH}$ sono in **CONDUZIONE** $\rightarrow$ Lineare ① $V_{OUT} = V_{DD} - R_D K_n \left(\frac{V_{GS} - V_{TH}}{1} V_{OUT} - \frac{1}{2} V_{OUT}^2 \right)$
 $\rightarrow$ Saturazione ② $V_{OUT} = V_{DD} - R_D \frac{K_n}{2} (V_{IN} - V_{TH})^2$



Funzione di trasferimento

Polarizzazione del NMOS ad acciamento



Per usare un MOSFET come amplificatore è necessario che sia polarizzato in saturazione

Utilizzo un partitore di tensione:

Supponendo il MOS in saturazione, avrò:

$$I_{DS} = \frac{K_n}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

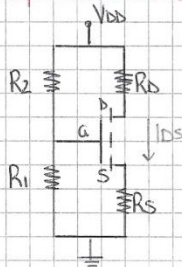
$$V_{GS} = V_G - V_S = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} - V_{DS}$$

per raggiungere la saturazione:

$$V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$$

$$\text{con } V_{DS} = V_D - V_S = V_{DD} - R_D I_{DS}$$

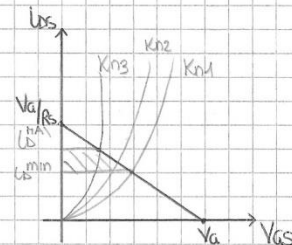
Reti di polarizzazione con resistenze di source



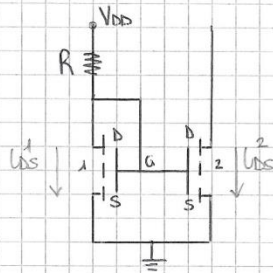
A causa di K_n , I_{DS} potrebbe variare in un range molto ampio per questo si aggiunge R_S tra source e massa per dare stabilità al punto di lavoro (riduce V_{GS})

$$V_{GS} = V_G - V_S = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} - I_{DS} R_S$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = V_{DD} - R_D I_{DS} + R_S I_{DS}$$



Specchi di corrente



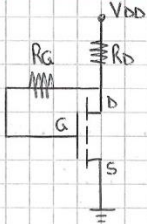
Ho due MOSFET identici: hanno la stessa $V_{GS} \Rightarrow V_{GS}^1 = V_{GS}^2$

$$I_{DS} = \frac{V_{DD} - V_{GS}}{R}$$

per questo tirano anche la stessa corrente $\Rightarrow I_{DS}^1 = I_{DS}^2$

Si usa per:
• far scorrere più corrente
• ottenere una migliore stabilità

Reti di polarizzazione con resistenza di gate

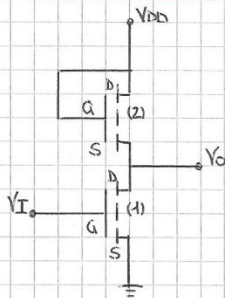


La corrente che entra nel gate è nulla $\Rightarrow V_G = 0$
gate e drain sono alla stessa tensione

$$I_{DS} = \frac{V_{DD} - V_{GS}}{R_S}$$

NB R_G è necessaria per l'amplificazione altrimenti il segnale d'ingresso sarebbe uguale a quello in uscita

MOSFET in saturazione come carico attivo

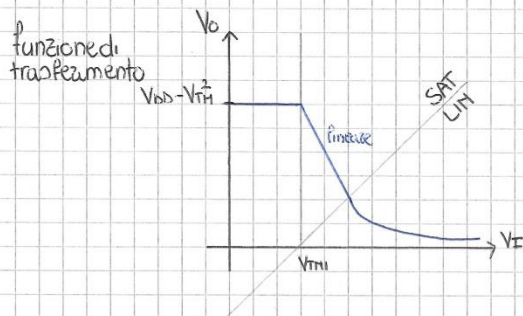


• MOSFET (1) è di controllo

• MOSFET (2) ha $D \& G$ CORTOCIRCUITATI

$$\downarrow V_{DS}^2 > (V_{GS}^2 - V_{TH}^2) \text{ È SEMPRE VERIFICATA}$$

$$\text{Calcolo } I_{DS}^1 \text{ e } I_{DS}^2 \Rightarrow \left. \begin{aligned} I_{DS}^1 &= \frac{K_{n1}}{2} (V_{GS}^1 - V_{TH}^1)^2 \\ I_{DS}^2 &= \frac{K_{n2}}{2} (V_{DD} - V_{GS}^1 - V_{TH}^2)^2 \end{aligned} \right\} I_{DS}^1 = I_{DS}^2$$



$$V_O = V_{DD} - V_{TH}^2 - \sqrt{\frac{K_{n1}}{K_{n2}}} (V_I - V_{TH1})$$

La linearità si ha solo con l'ipotesi di piccolo segnale, invece qui la abbiamo senza.

Guadagno in tensione $A_v = -\sqrt{\frac{K_{n1}}{K_{n2}}}$

MA si hanno problemi nella realizzazione fisica per le dimensioni

Sarebbe vero SOLO PER PICCOLI SEGNALE $\Rightarrow$ Grazie a questa configurazione è invece valida per un ampio range

Guadagno in tensione

$$A_{vr} = - \frac{K_{n1}}{K_{n2}} = \frac{(W/L)_{n1}}{(W/L)_{n2}}$$

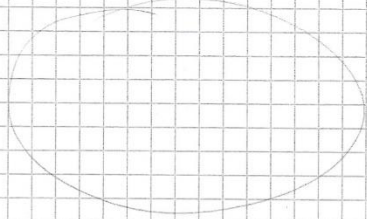
parametro di forma

HA

o. problemi della realizzazione
più alta per le dimensioni

G.2o MOSFET a svuotamento

- Arricchimento: per tensione nulla tra gate e source $\Rightarrow$ il transistor è un interruttore aperto (OFF)



CANALE
SERPOLTO:

attenuatore di controllo $\Rightarrow$ il transistor è in CONDUZIONE

$\Rightarrow$ serve UNA TENSIONE NEGATIVA per spegnerlo

Carica accumulata sotto l'ovale:

$$Q = -C_{ox} W L (V_{GS} - V_{TN}) - W L a N_D = -C_{ox} W L \left(V_{GS} - \left(V_{TN} - \frac{a N_D}{C_{ox}} \right) \right)$$

TENSIONE DI SOGLIA

$$V_{TN}^{(d)} = V_{TN} - \frac{a N_D}{C_{ox}} = V_{TN} - \frac{N_D a d}{\epsilon}$$

Condizione di regione lineare/saturazione

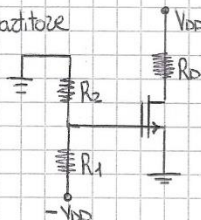
$$V_{DS} > V_{GS} + V_{TN}^{(d)}$$

LEZIONE #11

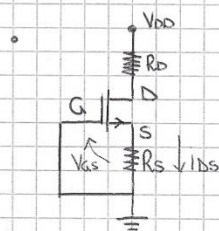
G.2i Polarizzazione del MOSFET a svuotamento

È necessario fornire una tensione negativa

• con partitore



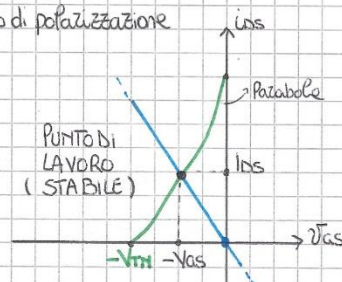
$$\text{con } V_G = - \frac{V_{DD} R_1}{R_1 + R_2}$$



$$I_{DS} = - \frac{V_{GS}}{R_S}$$

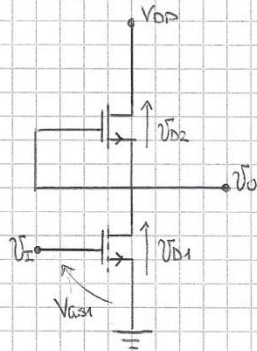
$\Rightarrow$

Punto di polarizzazione



G.22 MOSFET a svuotamento come carico attivo

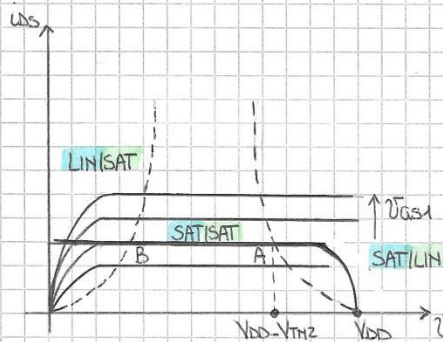
Ora utilizziamo come carico attivo un MOSFET a svuotamento



Vale che: $V_{DS1} < V_{DS2} - V_{TH2}$
 $V_{DS2} < V_{DS1} + V_{TH2}$

Il MOSFET di carico con G e S circuitati è sempre in conduzione ed in saturazione

$V_{DS2} > V_{TH2}$



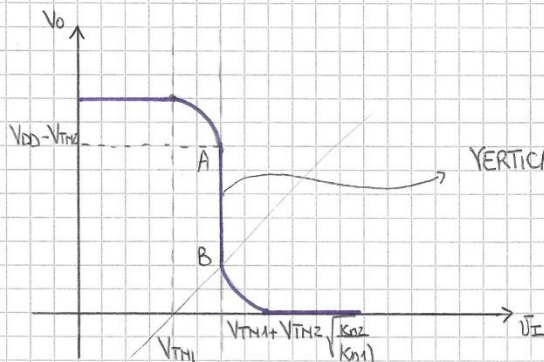
■ : MOSFET di carico
 ■ : MOSFET di controllo

$$I_{DS1} = \frac{K_{N1}}{2} (V_{I} - V_{TH1})^2$$

$$I_{DS2} = \frac{K_{N2}}{2} (V_{TH2})^2$$

uguaglio le due correnti ed ottengo V_I

$$V_I = \sqrt{\frac{K_{N2}}{K_{N1}}} V_{TH2} + V_{TH1}$$



VERTICALE!

permetterebbe di realizzare un amplificatore di tensione di guadagno infinito (Ma fisicamente non realizzabile)

Funzione di trasferimento

G.26 Effetto body

Effetto body: quando la tensione di soglia non è fissa, ma dipende dalla tensione tra canale e body.

- La tensione tra canale e body (diversa da zero) allarga la zona di svuotamento sotto al gate $\Rightarrow$ tensione di soglia aumenta

MOSFET interdizione $\rightarrow$ conduzione

- Fino $V_{DS} > 0$
 - $V_{GS} < V_{TH}$ interdizione ed il canale non si forma
 - $V_{GS} > V_{TH}$ saturazione e vale $V_{DS} > 2(V_{GS} - V_{TH})$

Si forma solo una spezzatura di canale in prossimità del source il resto del canale è strizzato

Pinch-off: il canale si allunga fino a toccare il drain

Sapendo che $V_{TH} = 2\phi_F + \phi_{ox}$ con $\phi_{ox} = \frac{qN_A W}{\epsilon} d$

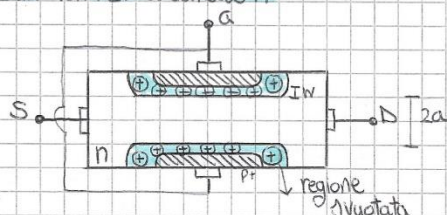
$$\begin{aligned} &\text{Se } S \text{ e } B \text{ sono allo stesso potenziale } W = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \phi_F \frac{1}{N_A}} \approx \sqrt{\frac{2\epsilon}{q N_A}} 2\phi_F \\ &\text{Se tra } S \text{ e } B \text{ ho } V_{SB} \Rightarrow W = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q N_A}} (2\phi_F + V_{SB}) \end{aligned}$$

L'espressione della tensione di soglia diventa

$$V_{TH} = (2\phi_F) + d \sqrt{\frac{2qN_A}{\epsilon} (2\phi_F + V_{SB})}$$

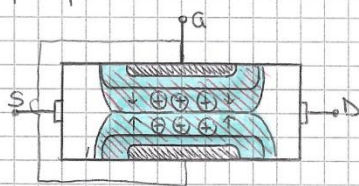
G.27 JFET

Junction FET a canale n



- Il JFET è SIMMETRICO
- Drain e Source dipendono dal verso della corrente
 - Canale n: da S esce la corrente
 - Canale p: da S entra la corrente

Il principio è lo stesso della valvola idraulica



Applicando una tensione tra D e S scorre una corrente nel semiconduttore n portata dagli elettroni in conduzione

Giunzioni pn contro polarizzate $\Rightarrow$ la regione di svuotamento si allarga

$\Rightarrow$ JFET INTERDETTO non scorre corrente

$$V_{GS} = -V_p \rightarrow \text{tensione di pinch-off}$$

$\Rightarrow$ La tensione tra G e S deve essere sempre minore di zero per far passare corrente

$$-V_p < V_{GS} < 0$$

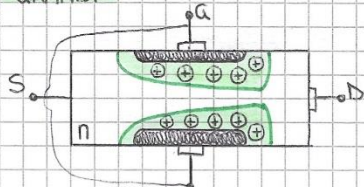
$V_{GS} = 0$ ha la corrente massima

- PER PICCOLE CORRENTI Il JFET può essere visto come un conduttore con azione controllabile della tensione su G

$$i_{DS} = q \mu_n N_D \frac{2ab}{L} V_{DS} \quad (\text{quasi lineare})$$

- q : carica dell'elettrone
- μ_n : mobilità
- N_D : concentrazione delle impurità n nel canale
- $2a$: spessore canale
- b : larghezza JFET
- L : lunghezza

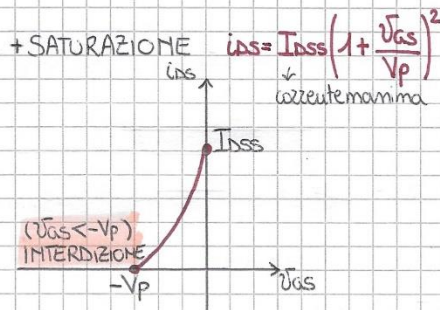
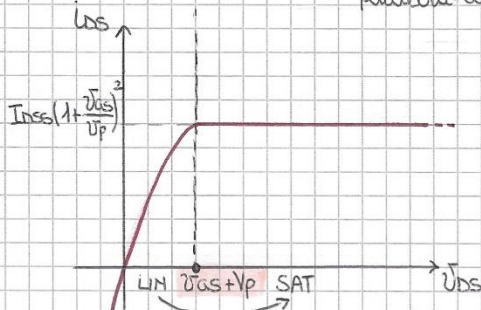
- PER CORRENTI GRANDI Ho lo stesso fenomeno dello strozzamento nel MOSFET



La carica una tensione diversa da punto a punto

$$V(x) = \begin{cases} V(s) = 0 \\ V(D) = V_{DS} \end{cases}$$

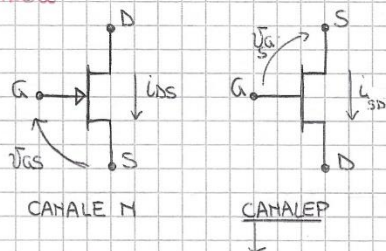
Transcaratteristica anche qui lineare-saturazione parabola-costante



$$i_{DS} = \frac{2I_{DSS}}{V_P^2} \left((V_{GS} + V_P) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$$

- $V_{DS} > V_{GS} + V_P$ porta alla saturazione

Simboli



JFET a canale p

Deve sempre valere $-V_P < V_{GS} < 0$

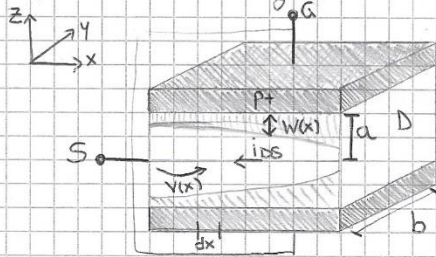
in saturazione per $V_{DS} > V_{GS} + V_P$

$$i_{SD} = I_{SDS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2$$

↓
corrente massima ($V_{GS} = 0$)

Come trovare la formula della transconduttanza del JFET

Consideriamo il JFET in figura



L'ampiezza della regione di svuotamento varia lungo x

$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} (\phi + V_g + V(x))} \frac{1}{N_D}$$

ϕ : potenziale di giunzione

- Per $V_g = V_p$ interdizione $\Rightarrow V(x) = 0$ quindi la regione di svuotamento copre tutto lo spazio disponibile $\Rightarrow a = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} (\phi + V_p)} \frac{1}{N_D}$
- Per $V_g < V_p$ la corrente può scorrere $\checkmark$ $dQ = -2(a - w(x))bN_D dx$

dividiamo per dt $\frac{dQ}{dt} = -2(a - w(x))bN_D \frac{dx}{dt}$ infatti $\frac{dQ}{dt} = -I_{DS}$

sappiamo che $\frac{dx}{dt} = v_n = -\mu_n E(x) = \mu_n \frac{dV(x)}{dx}$

sostituiamo $I_{DS} = 2N_D \mu_n b \int_0^L (a - w(x)) \frac{dV(x)}{dx} dx$

integrando $I_{DS} = \frac{2N_D \mu_n b}{L} \int_0^L (a - w(x)) dV = \frac{2N_D \mu_n b}{L} \int_{V_0}^{V_{DS}} (a - w(x)) dV$

Calcoliamolo

$$a - w(x) = a - \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D} (\phi + V_g + V(x))} = a \left(1 - \frac{\sqrt{\phi + V_g + V(x)}}{\sqrt{\phi + V_p}} \right) = a \left(1 - \sqrt{1 + \frac{V_g + V(x) - V_p}{\phi + V_p}} \right)$$

Supponiamo che il JFET lavori in proximità del pinch-off $\Rightarrow V_g + V(x) - V_p \ll \phi + V_p$

Potremmo applicare lo sviluppo di Taylor $a - w(x) = \frac{a}{2} \left(\frac{V_p - V_g - V(x)}{\phi + V_p} \right)$

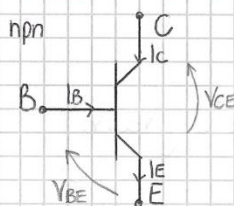
$\Rightarrow$ Sostituiamo e otterremo

$$I_{DS} = \frac{N_D \mu_n a b}{L(\phi + V_p)} \left((V_p - V_g) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right)$$

Con corrente massima

$$I_{DSS} = \frac{\mu_n N_D a b}{2L} \frac{V_p^2}{V_p + \phi}$$

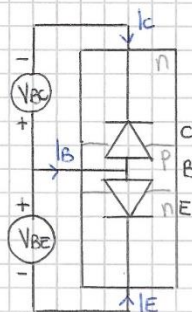
Riassunto: BJT (transistor bipolare)



B: base
C: collettore
E: emittitore

↳ il processo di conduzione coinvolge sia le cariche positive sia negative

- Amplificatore
- Interruttore
- Pilotato in corrente



GIUNZIONE BC

GIUNZIONE BE	GIUNZIONE BC	
	PD	PI
PD	SATURAZIONE	RAD
PI	RAI	INTERD.

• PD: polarizzazione diretta
↳ va da C a E

• **INTERDIZIONE:** BE OFF e BC OFF $\Rightarrow$ interruttore aperto $V_{BE} \ll 0$
 $I_{B,C}$ trascurabili

• **SATURAZIONE:** BE ON e BC ON $\Rightarrow$ interruttore chiuso
Usa le formule generiche V_{CE} è molto basso

• **REGIONE ATTIVA DIRETTA** BE ON e BC OFF $\Rightarrow$ amplificatore

$$V_{BE} = 0.7V \quad \bullet I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} + \frac{I_S}{\beta_R} \quad \bullet I_B = \frac{I_S}{\beta_F} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - \frac{I_S}{\beta_F} - \frac{I_S}{\beta_R}$$

$$\bullet I_E = \frac{I_S}{\alpha_F} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} + \frac{I_S}{\beta_F} = I_C + I_B$$

$$\bullet 10 < \beta_F < 500$$

$$\bullet 0.9 < \alpha_F < 0.99$$

$$\bullet \beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} \approx h_{FE} \quad \text{fattore di guadagno in corrente}$$

se I_S è piccola

$$I_E \approx (\beta_F + 1) I_B$$

$$I_C \approx \beta_F I_B$$

$$I_C \approx \alpha_F I_E$$

• **REGIONE ATTIVA INVERSA** BE OFF e BC ON

$$\bullet I_C = -\frac{I_S}{\alpha_R} e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \quad \bullet I_B = \frac{I_S}{\beta_R} e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}$$

$$\bullet I_E = -I_S e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}$$

$$I_E = -\beta_R I_B$$

$$I_C = \alpha_R I_E$$

$$\bullet 0 < \beta_R < 10$$

$$\bullet 0 < \alpha_R < 0.9$$

Modello di trasporto

$$I_c = I_s \left[e^{V_{BE}/V_T} - e^{V_{BC}/V_T} \right] - \frac{I_s}{\beta_R} \left[e^{V_{BC}/V_T} - 1 \right]$$

$$I_E = I_S \left[e^{V_{BE}/V_T} - e^{V_{BC}/V_T} \right] + \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{V_{BE}/V_T} - 1 \right]$$

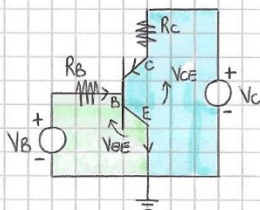
$$|B| = \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{V_{BC}/V_T} - 1 \right] + \frac{I_S}{\beta_R} \left[e^{V_{BC}/V_T} - 1 \right]$$

$$I_T = I_S \left[e^{V_{BE}/V_T} - e^{V_{BC}/V_T} \right]$$

$$|E| = |C| + |B|$$

Punto di Pavoro NCE - Ic

Modello orizzontale (RAD)

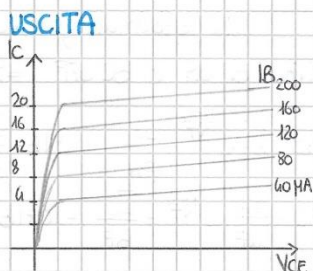


V_{BE} e I_B

V_{CE} : uscita V_{CE} e I_C

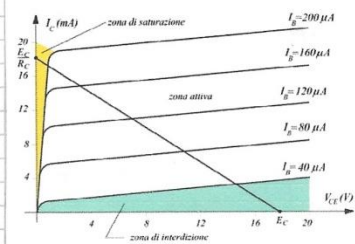

$$V_{TH} = 0,5 \text{ V (di soglia)}$$

Si assume $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$



Disegnando anche la retta di
carico, con la finata
 $\Rightarrow$ trovo il PUNTO DI
LAVORO

Polazzizzazione



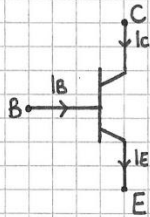
- Otteniamo la retta di carico, facendo eq. alla maglia di uscita

$$V_C = V_{CE} + V_{RC} \leadsto V_C = V_{CE} + R_C I_C$$

$$\Rightarrow I_C = \frac{V_C}{R_C} - \frac{V_{CE}}{R_C}$$

BJT: transistor bipolare

↳ il processo di conduzione coinvolge sia le cariche positive, sia le negative

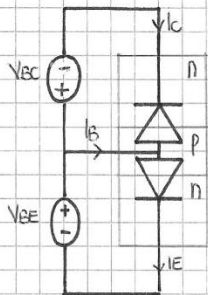


B: base
C: collettore
E: emettitore

Usato come:

- amplificatore
- interruttore
- pilotato in corrente

Trazione circuitale (npn)



GIUNZIONE BC

GIUNZIONE BE	GIUNZIONE BC	
	PD ON	PI OFF
PD ON	SATURAZIONE	RAD
PI OFF	RAI	INTERDIZIONE

Studio degli stati

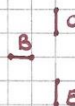
INTERDIZIONE BE OFF e BC OFF $\Rightarrow$ interruttore aperto

Supponiamo $V_{BE} \leq 0$ e $V_{BC} \leq 0$, anzi come regola

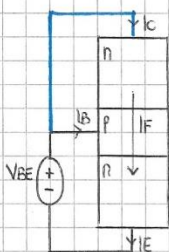
$$\begin{cases} V_{BE} \leq -\frac{kT}{q} \\ V_{BC} \leq -\frac{kT}{q} \approx -0.1V \end{cases}$$

Usiamo il modello del trasporto, sostituiamo

$$\begin{cases} I_C = \frac{I_S}{\beta_R} \\ I_E = -\frac{I_S}{\beta_F} \end{cases} \quad I_B = -\frac{I_S}{\beta_F} - \frac{I_S}{\beta_R}$$



REGIONE ATTIVA DIRETTA BE ON e BC OFF $\Rightarrow$ amplificatore



Sia $I_F = I_C = I_S \left[e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right]$ con $I_C \approx I_E$

avremo $I_B = \frac{I_F}{\beta_F} \ll I_C$

• β_F : fattore di guadagno di corrente $10 < \beta_F < 500$

$$\Rightarrow I_E = I_C + I_B = I_S \left[e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right] + \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right] = I_S \left[\frac{\beta_F + 1}{\beta_F} \right] \left[e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right]$$

$$\frac{1}{\beta_F} \parallel \text{ con } 0.9 < d_F < 0.99$$

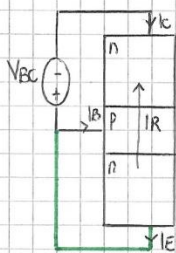
$$\bullet \beta_F = \frac{\beta_F}{1 - d_F} \approx h_{FE}$$

Relazioni utili: $I_E = (\beta_F + 1) I_B$

$$I_C = \beta_F I_B$$

$$I_C = d_F I_E$$

REGIONE ATTIVA INVERSA



BE ON e BC ON
Sia $I_R = -I_E = I_S \left[e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1} \right]$

avv. $I_B = \frac{I_R}{\beta_R}$

$\beta_R \ll \beta_F$ $0 < \beta_R < 10$

$\Rightarrow I_C = I_B - I_E = I_S \left[\frac{\beta_R + 1}{\beta_R} \right] \left[e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1} \right]$

$\frac{1}{\alpha_R}$

con $0 < \alpha_R < 0.9$

$\beta_R = \frac{\alpha_R}{1 - \alpha_R}$

Relazioni utili: $I_E = -\beta_R I_B$

$I_E = \alpha_R I_C$

SATURAZIONE

BE ON e BC ON $\Rightarrow$ interzittore chiuso

Supponiamo $V_{BE} \gg 0$ e $V_{BC} \gg 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{CE_{SAT}}$ Molto piccola

Otteniamo per le correnti:

$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}/V_T} - 1} - \frac{I_S}{\alpha_R} e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1}$ $I_E = I_C + I_B$

$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} e^{\frac{V_{BE}/V_T} - 1} + \frac{I_S}{\beta_R} e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1}$

Ricaviamo V_{BE} e V_{BC} , con $V_{CE} = -V_{BC} - V_{BE}$

$V_{BE} = V_T \ln \left(\frac{I_B + (1 - \alpha_R) I_C}{I_S \left[\frac{1}{\beta_F} + (1 - \alpha_R) \right]} \right)$

$V_{BC} = V_T \ln \left(\frac{I_B - I_C / \beta_F}{I_S \left[\frac{1}{\beta_F} + (1 - \alpha_R) \right] \frac{1}{\alpha_R}} \right)$

$\Rightarrow V_{CE_{SAT}} = V_T \ln \left(\frac{\frac{1}{\alpha_R} \cdot \frac{1 + I_B (\beta_R + 1)}{1 - \frac{I_C}{I_B \beta_F}}}{1} \right)$

La condizione necessaria è:

$I_B > \frac{I_C}{\beta_F}$

$\frac{I_C^{SAT}}{I_B} = \beta_{FOR}$ è la corrente necessaria a mantenere la saturazione

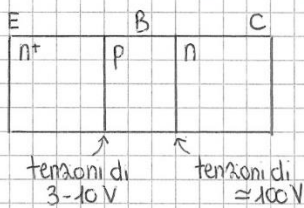
Modello di trasporto

$I_C = I_S \left[e^{\frac{V_{BE}/V_T} - 1} - e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1} \right] - \frac{I_S}{\beta_R} \left[e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1} - 1 \right]$

$I_E = I_S \left[e^{\frac{V_{BE}/V_T} - 1} - e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1} \right] + \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BE}/V_T} - 1} - 1 \right]$

$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BE}/V_T} - 1} - 1 \right] + \frac{I_S}{\beta_R} \left[e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1} - 1 \right] = I_E - I_C$

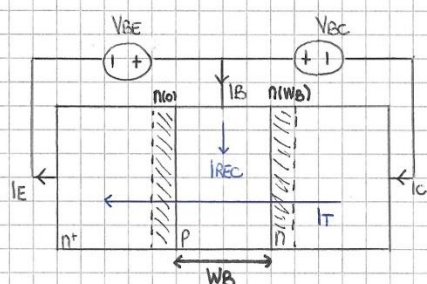
Corrente di trasporto $I_T = I_S \left[e^{\frac{V_{BE}/V_T} - 1} - e^{\frac{V_{BC}/V_T} - 1} \right]$



Effetti non ideali del BJT

Caratteristiche del BJT: **Tempo di transito T_F**
Capacità di diffusione C_D

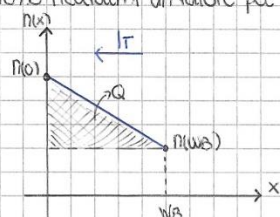
Per capirci, vediamo il trasporto dei portatori minoritari nella regione di base.



Siamo in saturazione

- I_T è dovuta alla diffusione dei portatori minoritari nella zona di base $\rightarrow$ elettroni $-(n(x))$
- I_{REC} serve per rimpiazzare le lacune che si ricombinano

Potremmo ricavare un valore per $I_T = I_D$ (diffusione)



$$n(0) = \frac{n_i^2}{N_A} \quad n(W_B) = \frac{n_i^2}{N_A} e^{V_{CE}/V_T}$$

$$I_T = qADn \frac{dn(x)}{dx} = - \frac{qADn_i^2}{W_B N_A} \left[e^{V_{BE}/V_T} - e^{V_{CE}/V_T} \right]$$

$I_{S(npn)}$

Tempi di transito in base il tempo necessario affinché i portatori, iniettati dall'emettitore, passino alla base

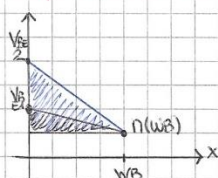
Sia $T_F = \frac{Q}{I_T}$ con $Q = \frac{qA \left[n(0) - \frac{n_i^2}{N_A} \right] W_B}{2} = \frac{qA W_B n_i^2}{2 N_A} \left[e^{V_{BE}/V_T} - 1 \right]$

$$\Rightarrow T_F = \frac{W_B^2}{2Dn} = \frac{W_B^2}{V_T \mu_n} = \frac{W_B^2 q}{kT \mu_n}$$

- T_F diminuisce all'aumentare della temperatura T
- Dai limiti con cui scaricare/caricare il BJT

$$f_{max} \leq \frac{1}{2\pi T_F}$$

Capacità di diffusione



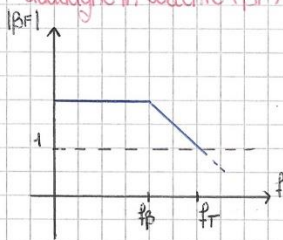
Avendo $V_{BE2} > V_{BE1}$ (variazione di tensione) vediamo che abbiamo ottenuto una variazione di carica $\Rightarrow$ CAPACITÀ

$$C_D = \frac{dQ}{dV_{BE}} \Big|_Q = \frac{qA W_B n_i^2}{2 N_A V_T} e^{V_{BE}/V_T} = \frac{qADn_i^2}{2 W_B N_A V_T} e^{V_{BE}/V_T} \frac{W_B^2}{2Dn} = \frac{I_T}{V_T} T_F$$

$$C_D = \frac{I_T}{V_T} T_F = \frac{I_C q}{kT} T_F$$

$\rightarrow$ punto di lavoro

Guadagno in corrente (β_F)



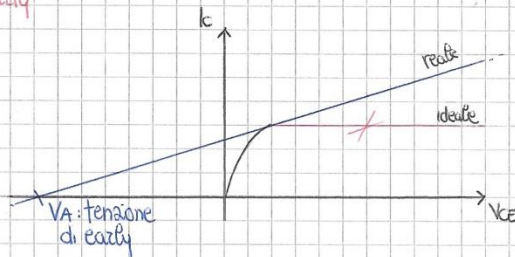
L'andamento di β_F al variare della frequenza rappresenta un filtro passa-basso

$$\beta_F = \frac{\beta_F}{\sqrt{1 + \left(\frac{\beta_F f}{f_T}\right)^2}}$$

f_p : freq. di taglio ($|\beta_F|$ è diminuito di 3dB)

f_T : freq. di transizione ($|\beta_F|$ è unitario)

Effetto Early



L'andamento della caratteristica in realtà non è costante, ma lineare

$$\text{In RAS} \quad \begin{cases} I_C = (I_S e^{V_{BE}/V_T}) \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right) \\ I_B = (I_S e^{V_{BE}/V_T})^{1/\beta_{FO}} \quad \text{con } \beta_{FO} = \beta_F|_{V_{CE}=0} \end{cases}$$

La tensione di Early è data dalle caratteristiche fisiche del BJT

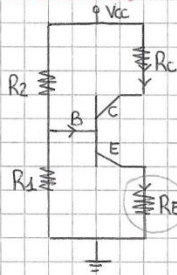
Aumentando V_{CE} , diminuisce $W_B \Rightarrow$ MODULAZIONE DELLO SPESSORE DI BASE

La regione di graduale aumento

$$I_T = I_C = - \frac{q A n_i^2}{N_A} \left[e^{V_{BE}/V_T} - e^{V_{BC}/V_T} \right] \frac{1}{W_B}$$

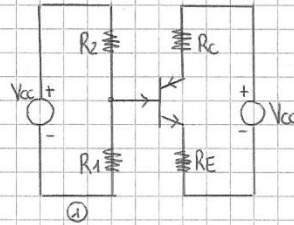
I_C aumenta al diminuire di W_B

Rete a 6 resistori



Dati: $V_{CC} = 12V$ $R_1 = 18k\Omega$ $R_2 = 36k\Omega$ $R_C = 22k\Omega$ $R_E = 16k\Omega$

dal stabilità al punto di lavoro



Il circuito può essere visto anche così:

Vado a semplificare ① in modo da avere due sole maglie, una di ingresso e una di uscita.

Possiamo usare l'equivalente di Thevenin

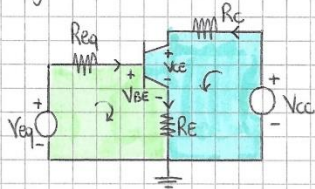
$$V_{eq} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{eq} = 6V$$

$$R_{eq} = 12k\Omega$$

Ridisegniamo il circuito

Scriviamo le equazioni alle maglie:



$$V_{eq} = I_B R_{eq} + V_{BE} + I_E R_E$$

$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} + I_E R_E$$

* $I_E = (\beta + 1) I_B$ sostituisco e trovo $I_B = \frac{V_{eq} - V_{BE}}{R_{eq} + R_E(\beta + 1)}$

* $V_{BE} = V_T \ln \left(\frac{I_B}{I_S / \beta} + 1 \right)$ non posso sostituire $\Rightarrow$ eq. trascendente

Allora $I_C = \beta I_B$ e $I_E = (\beta + 1) I_B$ e sostituisco I_B :

$$I_C = \frac{V_{eq} - V_{BE}}{\frac{R_{eq}}{\beta} + \frac{\beta + 1}{\beta} R_E} \quad I_E = \frac{V_{eq} - V_{BE}}{\frac{R_{eq}}{\beta + 1} + R_E}$$

essendo $\beta \gg 1$, posso semplificare $\Rightarrow I_C = \frac{V_{eq} - V_{BE}}{\frac{R_{eq}}{\beta} + R_E} = I_E \Rightarrow I_C \approx I_E$

* Cerchiamo una espressione per V_{CE}

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C - I_E R_E$$

usando $I_E = \frac{I_C}{\alpha_F} \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C - \frac{I_C}{\alpha_F} R_E$

essendo $\alpha_F \approx 1 \leadsto V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_C + R_E)$

1. l'obiettivo primario è cercare delle espressioni per V_{CE} e I_C .

2. Dopodiché assumo di trovarmi in una certa condizione e trovo il punto di lavoro Q

3. Verifico che le condizioni siano rispettate



Supponiamo di essere in **RAD**

Quindi $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$

$$I_B = \frac{V_{eq} - V_{BE}}{R_{eq} + R_E \beta_F} = \frac{6 \text{ V} - 0,7 \text{ V}}{12 \text{ k}\Omega + 16 \text{ k}\Omega \cdot 75} = 2,72 \mu\text{A}$$

$$I_C = \frac{V_{eq} - V_{BE}}{\frac{R_{eq}}{\beta_F} + R_E} = \frac{6 \text{ V} - 0,7 \text{ V}}{\frac{12 \text{ k}\Omega}{75} + 16 \text{ k}\Omega} = 204 \mu\text{A}$$

$$\Rightarrow Q = (V_{CE}, I_C) = (6,25 \text{ V}, 204 \mu\text{A})$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_E + R_C) = 12 - 204 \mu\text{A} (22 \text{ k}\Omega + 16 \text{ k}\Omega) = 6,25 \text{ V}$$

Dal grafico si vede un po' male, ma facendo i conti:

$$V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = 0,7 \text{ V} - 6,25 \text{ V} = -3,6 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_{BE} = 0,7 \text{ V} \text{ PD}$$

$$V_{EC} = -3,6 \text{ V} \text{ PI}$$

OK

quella la condizione non come aspettata, raddo a cambiare la regione di studio

Sviluppo di modelli per piccoli segnali

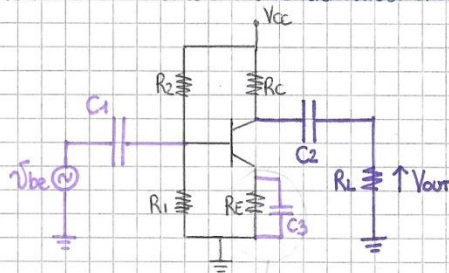
Abbiamo visto come esistono delle configurazioni particolari per cui la polarizzazione del transistor mi porta ad un ottimo punto di lavoro

In generale possiamo supporre che il nostro segnale sia composto da due componenti:

$$V_{BE} = \underbrace{V_{BE}}_{\text{parte a d.c. il punto di lavoro}} + \underbrace{v_{be}}_{\text{componente effettiva da amplificare}}$$

$$\text{GUADAGNO IN TENSIONE} \quad A_v = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|$$

Iniziamo nel circuito dei condensatori di accoppiamento $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$



$Z_C = \infty \Rightarrow$ i condensatori sono circuiti aperti

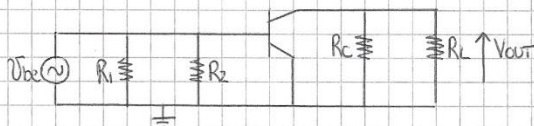
$Z_C = 0 \Rightarrow$ i condensatori sono circuiti chiusi

uso un condensatore di bypass evita l'effetto retroattivo di R_E sul segnale, R_E agisce in A.c. non

Lo studio in continua è quello che è stato fatto fino ad ora.

Studio in ALTERNATA

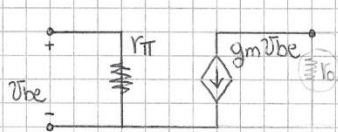
Ridisegniamo il circuito con i condensatori come C.C.



V_{CC} diventa a massa virtuale

modello a piccoli segnali del BJT (npn)

Una volta ottenuta la configurazione in alternata, devo sostituire al BJT il suo modello a parametri y (Tibrido amplificato)



$$r_{\pi} = \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B} \bigg|_{Q} = \frac{V_T}{I_B}$$

$$g_m = \frac{I_C}{V_T}$$

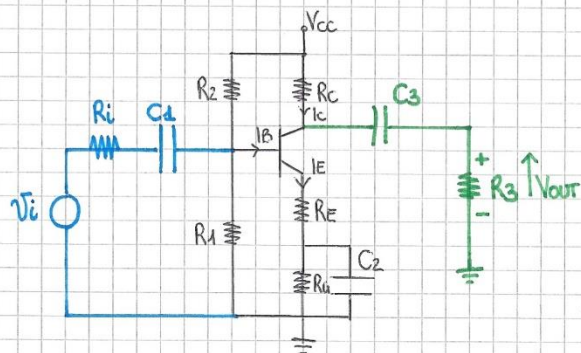
$$\text{dove } V_T = \frac{kT}{q}$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
costante di Boltzmann
 T = temperatura in K
 q = carica elettrone
 $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

NB r_o viene trascurato a fine del fattore di amplificazione

risulta che: $g_m r_{\pi} = \beta$

Studiamo meglio quanto detto, analizzando la configurazione a **emettitore comune CE**



Scatola un esempio completo con tutte le resistenze del caso

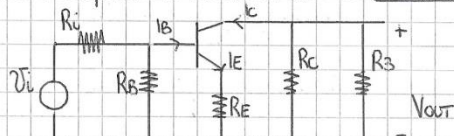
+ 1 condensatore $\Rightarrow$ C.C.

+ Vcc Va a mama

+ Sostituire al BJT il modello equivalente

+ Per facilitare l'ipotesi di piccolo segnale devo avere: $V_{be} \leq 5 \text{ mV}$

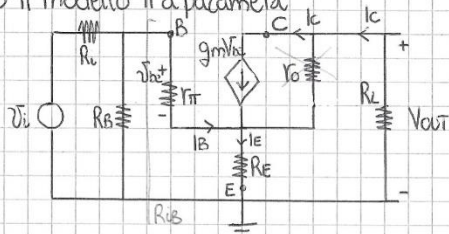
Studiamo la parte in **ALTERNATA** $\Rightarrow$ Condensatori sono **circuiti chiusi** ed otteniamo:



$$R_B = R_1 \parallel R_2$$

$$R_L = R_C \parallel R_3$$

Iniziamo il modello π a parametri



Il parametro che solitamente si vuole studiare è il **guadagno in tensione** A_v , che può essere scomposto

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{V_B} \cdot \frac{V_B}{V_{in}} \quad \text{dove } V_{in} = V_i$$

$V_B \Rightarrow$ tensione su R_B

$\downarrow$
guadagno di tensione ai terminali A_{vt}

$$+ V_{out} = -I_C R_L = -\beta I_B R_L \quad I_E = I_B + I_C$$

$$+ V_B = I_B r_{\pi} + I_C R_E + I_B R_E = I_B r_{\pi} + \beta I_B R_E + I_B R_E = I_B (r_{\pi} + (\beta + 1) R_E) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_B} = \frac{-\beta R_L}{r_{\pi} + (\beta + 1) R_E}$$

facendo alcune ipotesi $\beta \gg 1$
 $\beta F = g_m r_{\pi} \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_B} = \frac{-g_m R_L}{1 + g_m R_E}$
 Il segnale è amplificato e sfasato $\sim$ INVERTENTE

Calcoliamo la resistenza ai terminali di ingresso $R_{in} = \frac{V_B}{I_B} = r_{\pi} + (\beta + 1) R_E = r_{\pi} (1 + g_m R_E)$

Calcoliamo il partitore di tensione $V_B = V_i \cdot \frac{R_B \parallel R_{in}}{R_i + R_B \parallel R_{in}} \Rightarrow \frac{V_B}{V_{in}} = \frac{R_B \parallel R_{in}}{R_i + R_B \parallel R_{in}}$

quindi $A_v = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_E} \cdot \frac{R_B \parallel R_{in}}{R_i + R_B \parallel R_{in}}$

Come a maximizzare il guadagno in tensione?

IPOTESI $\Rightarrow$ VALORE

$$\bullet \text{ se } R_i \ll R_B \parallel R_{iB} \Rightarrow A_v = - \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_E}$$

$$\bullet \text{ se } R_E = 0 \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_B} = -g_m R_L = -g_m (R_C \parallel R_3)$$

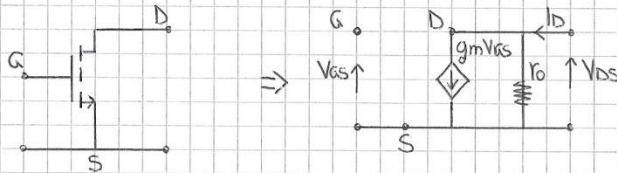
$$\bullet \text{ se } g_m \gg 0 \Rightarrow A_{vT} = - \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_E} = - \frac{R_L}{R_E}$$

$$\downarrow$$
$$g_m R_E \gg 1 \leadsto g_m R_E = \frac{I_C}{V_T} R_E = \frac{\beta I_E}{V_T} R_E \approx \frac{I_E}{V_T} R_E \quad \text{quindi } I_E R_E \gg V_T = 25 \text{ mV}$$

GUADAGNO IN
CORRENTE $A_{it} = -\beta_F = -g_m r_{\pi}$

#21

Modello a piccoli segnali del MOS



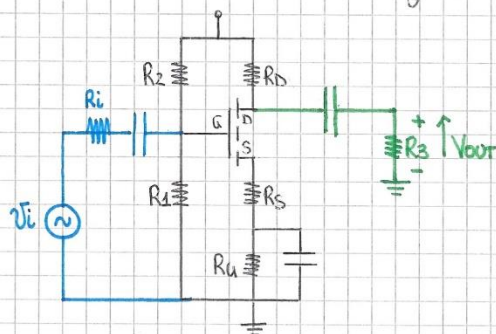
Lavorando in saturazione :

- $g_m = \frac{2I_D}{V_{GS} - V_{TH}}$ (transconduttanza)
- $r_o = \frac{1}{\lambda I_D}$

Confronto BJT-MOS

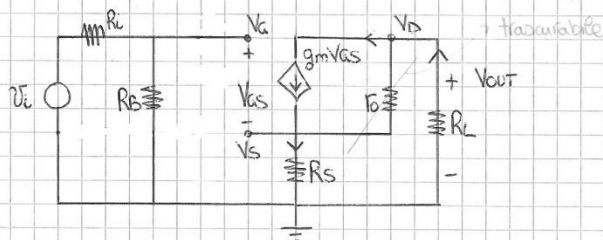
	BJT	MOS	
g_m	$\frac{I_C}{V_T}$	$\frac{2I_D}{V_{GS} - V_{TH}}$	$g_{mBJT} \gg g_{mMOS}$
r_o	$\frac{V_A}{I_C}$	$\frac{1}{\lambda I_D}$	sono simili
MF	$\frac{V_A}{V_T}$ non dipende da I_C	$\frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2K_n}{I_D}}$ dipende da I_D	$MF = g_m r_o$
r_{π}	$\frac{\beta_0}{g_m} = \frac{\beta_0 V_T}{I_C}$	∞	
Condizioni piccolo segnale	$V_{BE} \leq 5mV$	$V_{GS} \leq 0,2[V_{GS} - V_{TH}]$	

anche per il MOS andiamo a vedere la configurazione a **source comune CS**



stesso meccanismo

Partendo i condensatori a C.C. e sostituendo il modello per il MOS ottengo



$$R_B = R_1 \parallel R_2$$

$$R_L = R_D \parallel R_3$$

Calcoliamo il guadagno in tensione ai terminali

$$A_{VT} = \frac{V_{out}}{V_B = V_G} \Rightarrow$$

$$\bullet V_{out} = -g_m V_{gs} R_L$$

$$\bullet V_G = V_{GS} + g_m V_{gs} R_S$$

$$\Rightarrow A_{VT} = -\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_S}$$

ora calcoliamo il guadagno complessivo

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_a} = \frac{V_a}{V_i} \rightarrow V_a = V_i \frac{R_B}{R_B + R_i} \leadsto \frac{V_a}{V_i} = \frac{R_B}{R_B + R_i}$$

quindi: $A_v = - \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_S} \frac{R_B}{R_B + R_i}$

Anche qui valutiamo *come massimizzare il guadagno in tensione?*

• se $R_i \ll R_B \Rightarrow A_v = A_{vT} = - \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_S}$

• se $R_S = 0 \quad A_{vT} = -g_m R_L = -g_m (R_D \parallel R_3)$ c'è un limite superiore sul guadagno

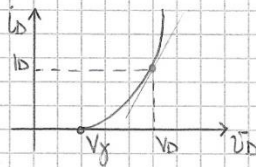
$\downarrow$ se $R_3 \gg R_D \quad A_{vT} = -g_m R_D = - \frac{I_D R_D}{V_{GS} - V_{TH}}$

si assume $I_D R_D = \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow A_{vT} = \frac{2 V_{DD}}{V_{GS} - V_{TH} \approx 1V} = V_{DD}$

• se R_S è grande $g_m R_S \gg 1 \quad A_{vT} = - \frac{R_L}{R_S} \rightarrow$ INVERTENTE

$\uparrow$
 $\frac{2}{V_{GS} - V_{TH}} I_D R_S \gg 1 \leadsto I_D R_S \gg \frac{V_{GS} - V_{TH}}{2}$ garantisce la condizione

Modello a piccoli segnali per il DIODO



È un dispositivo NON LINEARE

dobbiamo scegliere un punto dove linearizzare la curva con una tangente

Applichiamo una tensione $V_D = V_D + v_d \Rightarrow$ corrente $i_D = I_D + i_d$

Conduttanza differenziale del diodo p.e.g.a. v_d e i_d

corrente di polarizzazione

$$i_d = g_d v_d$$

È la derivata nel punto scelto

$$g_d = \left. \frac{d i_D}{d V_D} \right|_{Q} = \left. \frac{d}{d V_D} \left\{ I_S \left[e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right] \right\} \right|_{Q} = \frac{I_S}{V_T} e^{\frac{V_D}{V_T}} \Big|_{Q(I_D, V_D)}$$

$$\text{NB } I_S e^{\frac{V_D}{V_T}} = I_D + I_S$$

$$\Rightarrow g_d = \frac{I_D + I_S}{V_T} \approx \frac{I_D}{V_T} \quad \text{però approssimare in quanto } I_D \gg I_S$$

- le caratteristiche del diodo, dunque, dipendono fortemente dalla scelta del punto di lavoro
- $I_D = 0 \Rightarrow g_d$ è molto molto piccola $= I_S / V_T$

Scriviamo l'eq. del diodo: $i_D = I_S \left[e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right]$

$$\begin{cases} \bullet V_D = V_D + v_d \\ \bullet i_D = I_D + i_d \end{cases}$$

Sostituendo ed ottengo $I_D + i_d = I_S \left[e^{\frac{V_D + v_d}{V_T}} - 1 \right] \Rightarrow$

$$I_D + i_d = I_S \left[e^{\frac{V_D}{V_T}} e^{\frac{v_d}{V_T}} - 1 \right]$$

Per espandendo con la serie di McLaurin

questo termine deve essere piccolo rispetto a quello in continua

$$I_D + i_d = I_S \left[e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right] + I_S e^{\frac{V_D}{V_T}} \left[\frac{v_d}{V_T} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_d}{V_T} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{v_d}{V_T} \right)^3 + \dots \right]$$

$$i_d = (I_D + I_S) \left[\frac{v_d}{V_T} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_d}{V_T} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{v_d}{V_T} \right)^3 + \dots \right]$$

serie che

ci serve questo è basta

$$v_d \ll 2V_T \ll 50 \text{ mV}$$

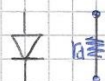
$$v_d = \frac{1}{10} 50 \text{ mV} \checkmark$$

$$i_d = (I_D + I_S) \frac{v_d}{V_T}$$

È una relazione lineare

$$\text{essendo } r_d = \frac{1}{g_d} \Rightarrow v_d = r_d i_d$$

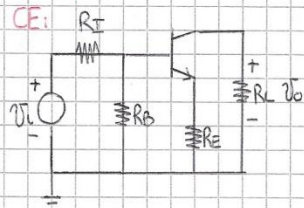
il diodo può essere sostituito da una resistenza



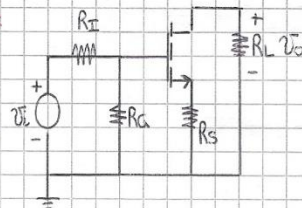
$$\text{con } r_d = \frac{V_T}{I_D + I_S} \approx \frac{V_T}{I_D}$$

Configurazioni alternative (BJT)

CE:



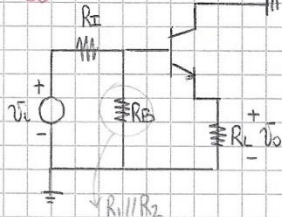
CS:



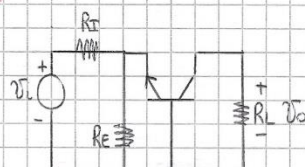
Queste sono le due migliori configurazioni da considerare

Per l'analisi circuitale si comportano allo stesso modo

CC:



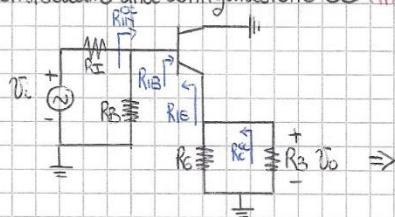
CB:



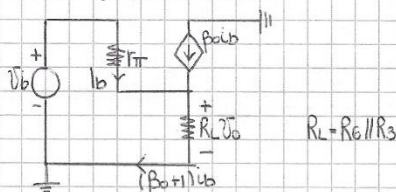
Per studiare questi modelli, considero il BJT in **RAD**, quindi

$$\begin{cases} I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\ I_B = \frac{I_C}{\beta_F} = \frac{I_S}{\beta_0} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\ I_E = \frac{I_S}{\alpha_F} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \end{cases} \quad \begin{matrix} V_A \text{ trascurabile} \\ (\text{tensione di Early}) \end{matrix}$$

- Consideriamo una configurazione CC (**inaguitore di tensione**)



Quali sono le caratteristiche?



$A_{v+}^{CC} =$

$$v_o = R_L (\beta_0 + 1) i_b$$

$$v_o = i_b r_{\pi} + (\beta_0 + 1) i_b R_L = i_b (r_{\pi} + (\beta_0 + 1) R_L)$$

$$\Rightarrow A_{v+}^{CC} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_L (\beta_0 + 1)}{r_{\pi} + R_L (\beta_0 + 1)} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L}$$

$$\alpha \approx r_{\pi} \rightarrow \infty$$

$$\beta_0 \rightarrow \infty$$

$$A_{v+}^{CC} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L}$$

$$g_m \gg \text{grande} \Rightarrow g_m R_L \gg 1$$

$$\Rightarrow A_{v+}^{CC} = A_{v+}^{CD} = 1$$

Calcoliamo R_{is} , R_{ic}

$$R_{is} = \frac{v_o}{i_b} = (r_{\pi} + (\beta_0 + 1) R_L) \approx r_{\pi} [1 + g_m R_L]$$

$$R_{ic} = \infty \text{ dato che } i_c = 0$$

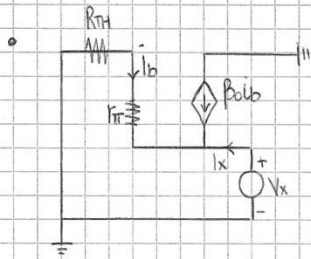
$$R_{in}^{cc} = R_B \parallel R_{iB} = R_B \parallel [r_{\pi} + (\beta_0 + 1)R_L] = R_B \parallel [r_{\pi}(1 + g_m R_L)]$$

$$A_v^{cc} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v_o}{v_b} \frac{v_b}{v_i} = A_{v1}^{cc} \frac{v_b}{v_i} = A_{v1}^{cc} \frac{R_B \parallel R_{iB}}{R_B \parallel R_{iB} + R_i}$$

$$v_b = v_i \frac{R_B \parallel R_{iB}}{R_B \parallel R_{iB} + R_i}$$

$$v_{be} = i_b r_{\pi} = \frac{v_b r_{\pi}}{r_{\pi} + (\beta_0 + 1)R_L} \Rightarrow v_b \ll 5mV [1 + g_m R_L]$$

$$v_g \ll 0.2 [V_{GS} - V_{TH}] (1 + g_m R_L)$$



$$i_x = -i_b - \beta_0 i_b = \frac{v_x}{r_{\pi} + R_{TH}} - \beta_0 \frac{v_x}{r_{\pi} + R_{TH}}$$

$$R_{iE} = \frac{r_{\pi} + R_{TH}}{\beta_0 + 1} \approx \frac{1}{g_m} + \frac{R_{TH}}{\beta_0} \quad \beta_0 \gg 1$$

$$R_{iS} \approx \frac{1}{g_m}$$

$$R_{out}^{cc} = R_E \parallel R_{iE} = \frac{1}{g_m}$$

✓ trascurabile

Riassunto

$$A_{v1}^{cc} = \frac{\beta_0 R_L}{r_{\pi} + (\beta_0 + 1)R_L} \approx 1$$

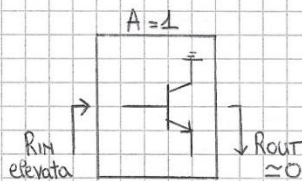
$$= \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L}$$

$$A_v^{cc} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L} \frac{R_B \parallel R_{iB}}{R_B \parallel R_{iB} + R_i}$$

$$R_{iB} = r_{\pi} + (\beta_0 + 1)R_L$$

$$R_{iE} = \frac{1}{g_m}$$

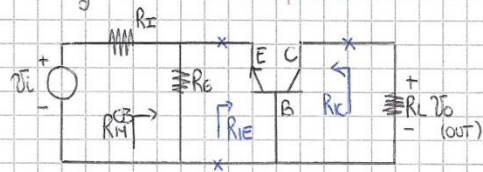
$$\text{DINAMICA SEGNALE IN INGRESSO} \approx 5mV \cdot [1 + g_m R_L]$$



INSEGUITORE DI TENSIONE

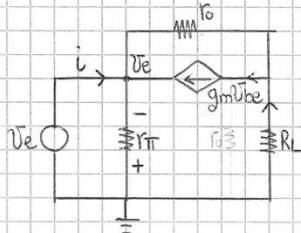
• Non amplifica in quanto il guadagno è unitario

- Configurazione CB (Amplificatore non invertente)



Potremo valutare R_{ie} (sui terminali) e R_{ic} su E_C (ingresso uscita)

Utilizziamo circuiti a piccoli segnali $\rightarrow$



• La tensione di uscita: $v_{out} = v_o = g_m v_{be} R_L = g_m v_e R_L$

In teoria sarebbe $v_o = -g_m (-v_{be}) R_L$ perché r_{π} è invertito

• Guadagno ai terminali $A_{vT}^{CB} = \frac{v_o}{v_e} = g_m R_L$

• Per calcolare R_{ie} $i = \frac{v_e}{r_{\pi}} + g_m v_e \Rightarrow R_{ie} = \frac{v_e}{i} = \frac{r_{\pi}}{\beta + 1} = \frac{1}{g_m}$

• Guadagno complessivo $A_v^{CB} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v_o}{v_e} \frac{v_e}{v_i} = g_m R_L \left[\frac{R_G \parallel R_{ie}}{R_G \parallel R_{ie} + R_i} \right] = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_{TH}} \cdot \frac{R_G}{R_G + R_i}$

+ se $R_G \gg R_i \Rightarrow A_{vT}^{CB} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_{TH}} \approx 1$
 $\downarrow$ se g_m è grande
 $R_{TH} = R_G \parallel R_i$

+ il limite superiore del guadagno $g_m R_i \ll 1 \Rightarrow A_{vT}^{CB} \approx g_m R_L$ NON È INVERTENTE (+)

+ $g_m R_{TH} \gg 1 \Rightarrow A_{vT}^{CB} = \frac{R_L}{R_G \parallel R_i}$

• Dinamica del segnale $v_{be} = v_i \left(\frac{R_G \parallel R_{ie}}{R_G \parallel R_{ie} + R_i} \right)$ se $R_G \gg R_i \Rightarrow v_i = v_{be} [1 + g_m R_i]$
5mV $\downarrow$
 $v_i < 5mV [1 + g_m R_i]$

• Per calcolare R_{ic} : $R_{ic} = r_o \left[1 + \frac{\beta_o R_E}{R_{TH} + r_{\pi} + R_E} \right]$ mettiamo in $||$ a R_L un generatore v_x e I_x

• $R_{in}^{CB} = R_G \parallel R_{ie} \approx R_G \parallel \frac{1}{g_m}$

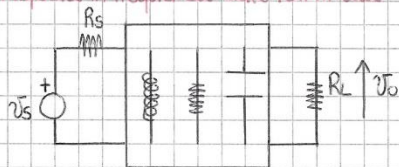
• $R_{out}^{CB} = R_C \parallel R_{ic}$

8. Risposta in frequenza degli amplificatori lineari

Precedentemente abbiamo considerato gli elementi reattivi (capacità) molto grandi ($\rightarrow$ C.C.) oppure molto piccoli ($\rightarrow$ C.A.), ipotesi troppo semplificativa.

In realtà questi elementi influenzano le risposte degli amplificatori.

Risposta in frequenza delle reti lineari.



Il segnale in ingresso ha la stessa frequenza di quello in uscita

risposta in frequenza
in tensione della
rete

$$R(\omega) = \frac{V_o}{V_i} = A e^{j\varphi}$$

con V_o, V_i fasori

risposte $\rightarrow$ in corrente
tensione-corrente
corrente-tensione

A: ampiezza
 φ : fase

si rappresentano con i diagrammi di Bode

NB una rete resistiva ha risposta costante
l'andamento variabile è dato appunto
dalle capacità/induttanze

Risposta in frequenza degli amplificatori lineari (sottoinsieme)

Si possono fare delle semplificazioni che vincolano la forma della risposta.

In un amplificatore non ci sono induttanze, le capacità si dividono in

BANDA OPERATIVA

• **MEDIE FREQUENZE:** • C. di accoppiamento $\Rightarrow$ C.C.
(tutto normale) • C. parassite $\Rightarrow$ C.A.

• **BASSE FREQUENZE:** • C. parassite $\Rightarrow$ C.A.
non posso ignorare le C. di accoppiamento

• **ALTE FREQUENZE:** • C. di accoppiamento $\Rightarrow$ C.C.
non posso ignorare le C. parassite

• grandi: capacità di accoppiamento
capacità di bypass
• piccole: parassite (tra i terminali del transistor)

$\Rightarrow$ • l'ampiezza del guadagno cala
• lo sfasamento del segnale in uscita
è dipendente dalla frequenza

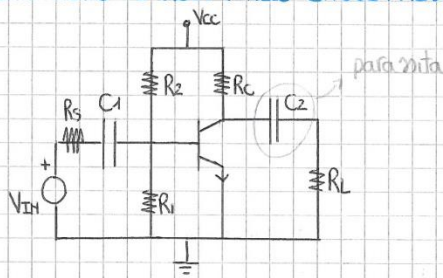
frequenza di taglio f_c : è la frequenza per cui il quadrato dell'ampiezza
della risposta in frequenza $A(f)$ si riduce di
metà rispetto al valore massimo

$$\left(\frac{A(f)}{A_0} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

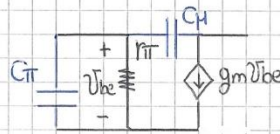
(quando l'ampiezza si riduce di 3dB)

f_L inferiore
 f_H superiore
taglio

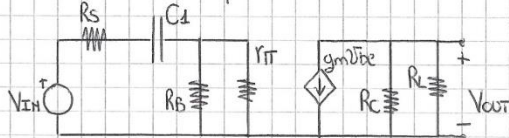
AMPLIFICATORE CE (BJT) ALLE BASSE FREQUENZE



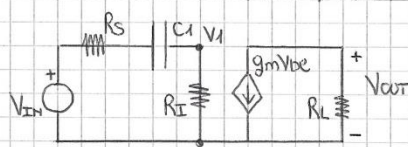
Nella realtà il modello BJT è:



Sostituisco il modello equivalente



$$R_B = R_1 \parallel R_2$$



$$R_I = R_B \parallel r_{\pi} \quad \text{e} \quad R_L = R_C \parallel R_L$$

$$V_1 = V_{be}$$

Troviamo le tensioni di ingresso e di uscita:

$$V_1 = \frac{V_{IN}(s) \cdot R_I}{R_I + R_S + \frac{1}{sC_1}} \quad V_{OUT}(s) = -g_m V_{be} R_L = -g_m V_1 R_L$$

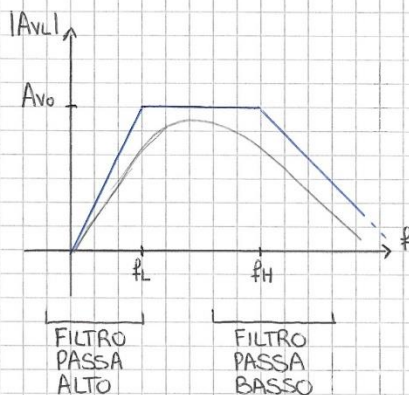
funzione di trasferimento

$$A_{VL}(s) = \frac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)} = -\frac{g_m R_L R_I}{R_S + R_I + \frac{1}{sC_1}}$$

Possiamo anche scriverlo mettendo in evidenza il guadagno in continua $(A_{Vo})_{s=0}$

$$A_{VL}(s) = \frac{-g_m R_L R_I}{R_S + R_I} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{sC_1(R_S + R_I)}} = \frac{A_{Vo}}{1 + \frac{\omega_L}{s}} \quad \text{con } \omega_L = \frac{1}{C_1(R_S + R_I)}$$

$$= A_{Vo} \frac{s/\omega_L \rightarrow \text{zero}}{1 + s/\omega_L \rightarrow \text{polo}}$$



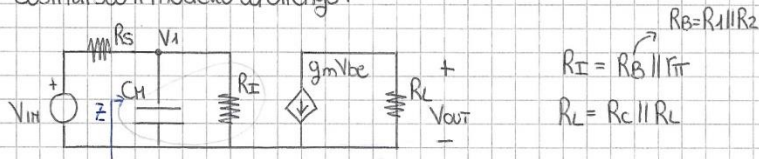
modulo: $|A_{VL}| = \frac{|A_{Vo}|}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_L}{f}\right)^2}}$

fase: $\angle A_{VL} = \arctan\left(\frac{f_L}{f}\right)$

$f_H - f_L$ è la banda passante

AMPLIFICATORE CE (BJT) ALLE ALTE FREQUENZE

questa volta considero l'ec. di accoppiamento C_1 e C_2 circuiti chiusi e tengo conto delle c. parassite sostituendo il modello ed ottengo:



$$R_B = R_1 \parallel R_2$$

$$R_i = R_B \parallel R_{\pi}$$

$$R_L = R_C \parallel R_L$$

C_H è il condensatore che tiene conto di C_{π} e C_{μ} (parassite)

Calcoliamo l'impedenza Z : $Z = R_i \parallel \frac{1}{sC_H} = \frac{R_i / sC_H}{R_i + 1/sC_H}$

$$C_H = \frac{1/sC_{\pi}}{1 + g_m R_L} + C_{\pi} \quad (\text{per Miller})$$

Troviamo la tensione di ingresso e di uscita:

$$V_i = \frac{V_{in} Z}{Z + R_s} = \frac{V_{in} R_i}{R_s + R_i + sC_H R_s R_i}$$

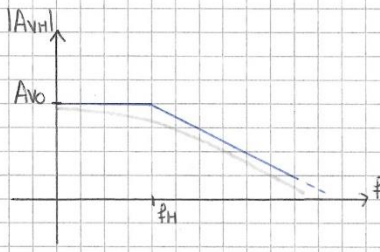
$$V_{out} = -g_m V_{be} R_L = -g_m V_i R_L$$

funzione di trasferimento $A_{vH}(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{-g_m R_L R_i}{R_s + R_i + sC_H R_s R_i}$

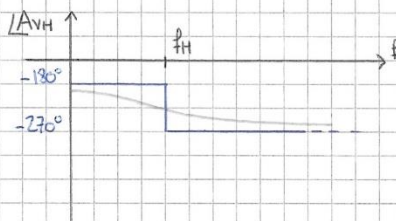
Metto in evidenza il guadagno in continua A_{v0}

$$A_{vH}(s) = \frac{-g_m R_L R_i}{R_s + R_i} \cdot \frac{1}{1 + sC_H \frac{R_s R_i}{R_s + R_i}} = \frac{A_{v0}}{1 + \frac{s}{\omega_H}} \quad \omega_H \rightarrow \text{polo}$$

$$\text{con } \omega_H = \frac{R_s + R_i}{C_H R_s R_i}$$



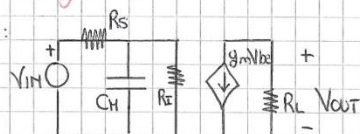
Modulo: $|A_{vH}(s)| = \frac{|A_{v0}|}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_H}\right)^2}}$



Fase: $\angle A_{vH}(s) = -\arctan\left(\frac{f}{f_H}\right)$

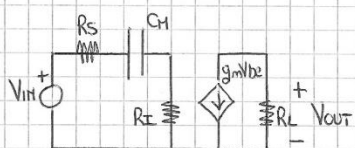
Risposta al gradino

Avendo:



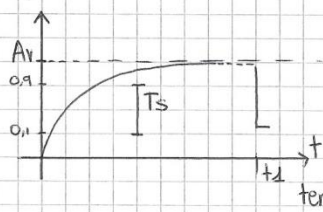
$$V_{OUT}(t) = A_{VO} V_{IN}(t) [1 - e^{-\omega_H t}]$$

Avendo



$$V_{OUT}(t) = A_{VO} V_{IN} e^{-\frac{t}{(R_S + R_I)C_H}} \approx V_O [1 - \omega_L t]$$

tra i parametri da considerare si ha il tempo di salita



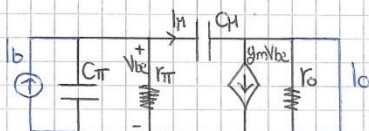
$$T_S = \frac{0.35}{f_H} = \frac{2.2}{\omega_H}$$

Perdita dell'amplificatore

$$P_{|t_1} = \frac{V_O - [V_O + V_O \omega_L t]}{V_O} \Big|_{t_1} = \frac{1}{(R_S + R_I)C_H} \times 100\%$$

Guadagno di corrente CE in cortocircuito

Abbiamo:



Troviamo:

$$I_B = V_{be} \left[\frac{1}{r_{\pi}} + S C_{\pi} \right] + I_{\mu} = V_{be} \left[\frac{1}{r_{\pi}} + S (C_{\pi} + C_{\mu}) \right]$$

$$I_O = g_m V_{be} - I_{\mu} = V_{be} [g_m - S C_{\mu}]$$

$$\text{Guadagno in corrente} \quad A_I = \frac{I_O}{I_B} = \frac{g_m - S C_{\mu}}{\frac{1}{r_{\pi}} + S (C_{\pi} + C_{\mu})} = \frac{h_{fe} \left[1 - \frac{S C_{\mu}}{g_m} \right]}{1 + S r_{\pi} (C_{\pi} + C_{\mu})} = \frac{h_{fe} \left[1 - \frac{S}{\omega_z} \right]}{1 + \frac{S}{\omega_p}} = \beta(s)$$

$$\text{con } h_{fe} = g_m r_{\pi} \quad \omega_z = g_m / C_{\mu}$$

$$\omega_p = \frac{1}{r_{\pi} (C_{\pi} + C_{\mu})}$$

Frequenza di transizione f_T

è la frequenza per la quale $|\beta(s)| = 1$

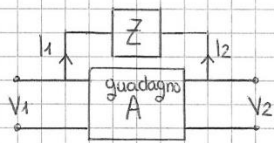
$$\text{dato che la parte polo-alto basta, non considero lo zero} \quad \beta(s) = \frac{h_{fe}}{1 + S/\omega_p}$$

$$\text{facciamo il modulo} \quad |\beta(j\omega)| = \frac{h_{fe}}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_p)^2}}$$

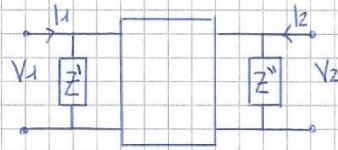
$$\text{dato che } h_{fe}^2 \gg 1 \quad |\beta(j\omega)|^2 = 1 \Rightarrow f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_{\pi} + C_{\mu})}$$

Teorema di Millman

Dato il quadripolo:



$\Leftrightarrow$



dove $I_1 = \frac{V_1 - V_2}{Z}$ $V_1 = I_1 Z'$
 $I_2 = \frac{V_2 - V_1}{Z}$ $V_2 = A V_1$

$\Rightarrow Z' = \frac{Z}{1-A}$ $Z'' = \frac{Z(A-1)}{A}$