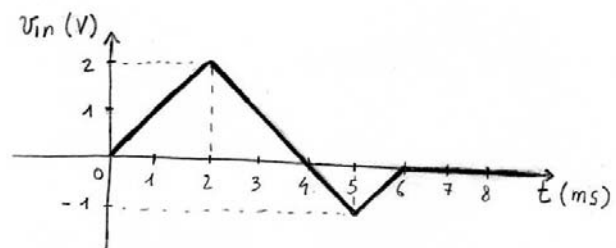
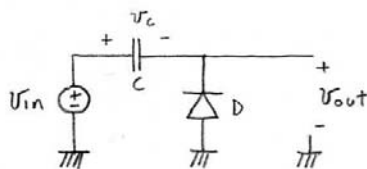


ESERCIZIO N°1

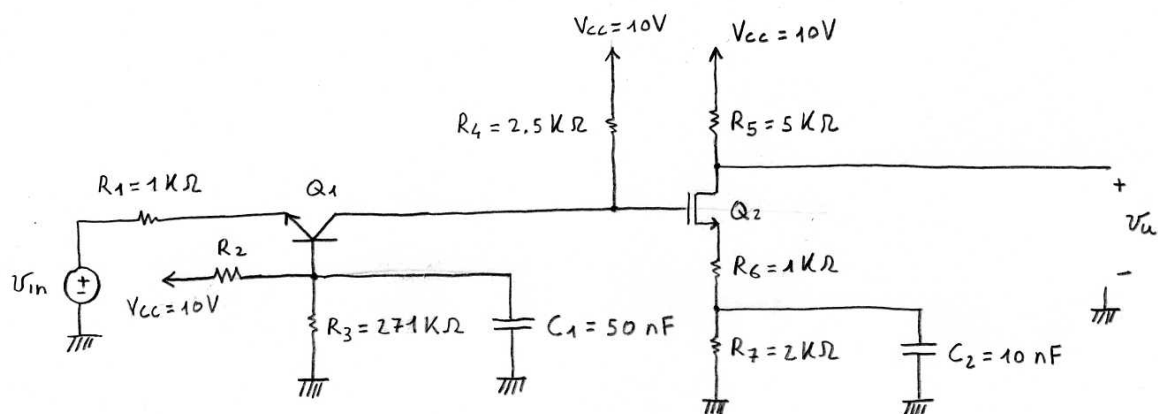
6.5 punti (4)

Si consideri il circuito fissatore rappresentato nel lato sinistro della figura sottostante. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si determini passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 8$ ms, della tensione $v_C(t)$ ai capi del condensatore e della tensione $v_{out}(t)$ che otteniamo in uscita da tale fissatore quando in ingresso al fissatore si applica la tensione $v_{in}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato nel lato destro della figura. Si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Si consideri il diodo ideale.

**ESERCIZIO N°2**

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ricavare il valore di R_2 sapendo che la tensione di uscita V_u a riposo è pari a 5 V. Determinare il punto di lavoro dei transistori Q_1 e Q_2 .

PER Q_1 : $h_{FE} = 200$ PER Q_2 : $V_T = 1$ V

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

A RIPOSO: $V_u = 5$ V

ESERCIZIO N°3

7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2=350\text{ K}\Omega$. Se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ (il diagramma di Bode non è richiesto). Si considerino per Q_1 : $h_{ie}=5\text{ K}\Omega$, $h_{fe}=250$, $h_{re}=0$, $h_{oe}=0$, e per Q_2 : $g_m=1\text{ mA/V}$.

ESERCIZIO N°4

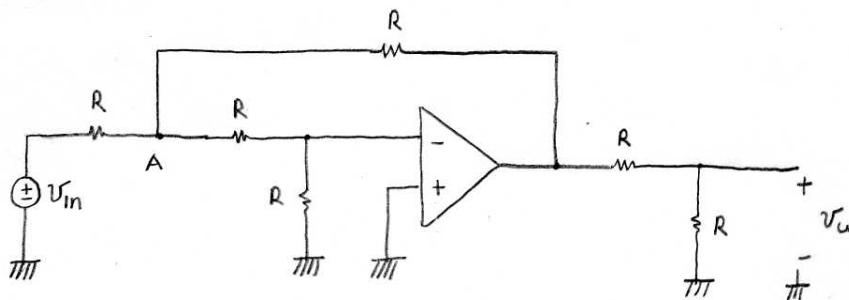
6.5 punti (4)

Si realizzi (mettendo in cascata due filtri di ordine 1 aventi lo stesso polo) un filtro passa-alto di ordine 2 con poli pari a 1 Krad/s e guadagno in banda passante pari a $+15$. Se ne trovi la funzione di trasferimento, si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali e si disegni il diagramma di Bode del modulo della sua risposta in frequenza.

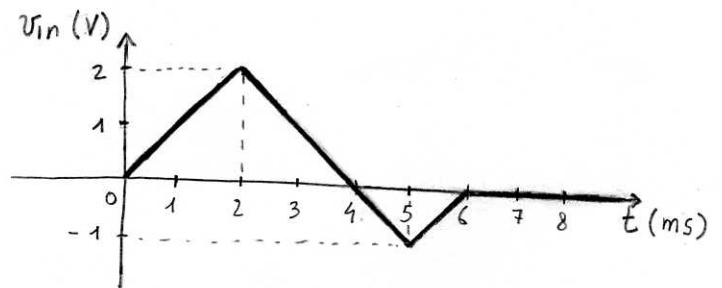
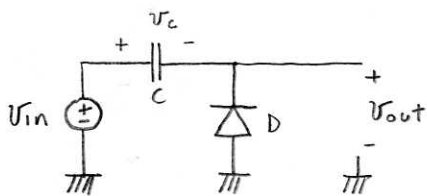
ESERCIZIO N°5

5.5 punti (4)

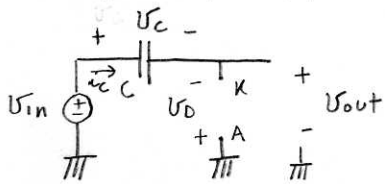
Si ricavi il legame tra la tensione di uscita v_u e la tensione di ingresso v_{in} nel seguente circuito, considerando l'amplificatore operazionale ideale e sfruttando il cortocircuito virtuale. [Si consiglia di partire dalla determinazione delle correnti che scorrono nelle due resistenze direttamente connesse all'ingresso invertente dell'amplificatore operazionale, in modo da determinare il valore della tensione nel punto A. Ricordarsi inoltre che il cortocircuito virtuale non fornisce di per sé alcuna informazione sulla corrente in uscita dall'amplificatore operazionale.]



①



- 1) partiamo da C inizialmente scarico cioè $V_C(t=0)=0$; poiché inoltre $V_{in}(t=0)=0$ abbiamo che $V_{out}(t=0)=0 \rightarrow V_D(t=0) = -V_{out}(t=0)=0$;
- 2) poi $V_{in}(t)$ cresce, istantaneamente (a meno di delta di corrente) la V_C non cambia, quindi per $t=0+$ la tensione nell'anodo di D cresce, per cui V_D diventa <0 ; quindi l'ipotesi più ragionevole da fare sul diodo D è che sia interdetto (perché $V_D < 0$) ; sotto questa ipotesi, possiamo sostituire D con un ramo aperto, col che il circuito diventa :



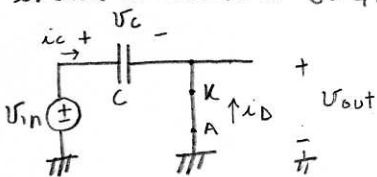
essendo la maglia aperta non può scorrere corrente ;
se $i_C=0$ allora V_C (tensione ai capi del condensatore) si mantiene costante al valore che aveva per $t=0$ cioè $V_C=0$; di conseguenza $V_{out} = V_{in} - V_C = V_{in}$;

(verificando che $V_D = V_{AK} < 0$)
verifichiamo l'interdizione del diodo D: $V_D = 0 - (V_{in} - V_C) = -V_{in} + V_C = -V_{in}$;

(usando in questa fase V_C costante e pari a 0)

poiché nel primo intervallo di tempo $V_{in} > 0$ abbiamo che $V_D < 0$ e quindi effettivamente il diodo è interdetto ; questo continua ad essere vero finché il diodo rimane interdetto, cioè fino a che questo ipotesi di interdizione del diodo continua ad essere verificata ; nel momento in cui $V_D = -V_{in}$ diventa > 0 (cioè V_{in} diventa < 0) questa ipotesi smette di essere verificata, il diodo non è più interdetto ma inizia a condurre e possiamo sostituirlo con un ramo chiuso ;

- 3) quindi la prima fase dura fino a $t=4$ ms (istante in cui la V_{in} cessa di essere > 0) ; negli istanti successivi a $t=4$ ms il diodo è in conduzione e il circuito diventa



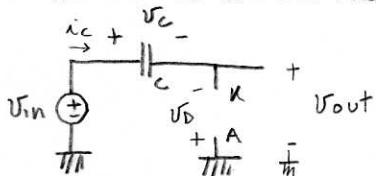
in questo circuito chiaramente $V_{out}=0$

e $V_C = V_{in}$ (quindi V_C varia seguendo l'evoluzione della V_{in}) ;

(usando in questa fase $V_C = V_{in}$)

(verificando che $i_D > 0$)
verifichiamo la conduzione del diodo: $i_D = -i_C = -C \frac{dV_C}{dt} = -C \frac{dV_{in}}{dt}$;
quindi i_D sarà > 0 fintanto che $\frac{dV_{in}}{dt} < 0$ cioè fino a $t=5$ ms ;

- 4) negli istanti successivi a $t=5$ ms abbiamo che $\frac{dV_{in}}{dt} > 0$ per cui questa ipotesi (di diodo D in conduzione) non è più verificata ; vorrà dire che il diodo si interdice e possiamo sostituirlo con un ramo aperto, col che il circuito diventa :



in questo circuito $V_{out} = V_{in} - V_C$;

ma essendo la maglia aperta non scorre corrente, $i_C=0$ e quindi V_C rimane costante al valore che ha assunto alla fine della fase precedente cioè per $t=5$ ms ; poiché nella fase precedente avevamo che $V_C = V_{in}$ e per $t=5$ ms avevamo che $V_{in}(5\text{ms}) = -1\text{V}$ abbiamo che alla fine della fase precedente $V_C = -1\text{V}$ e quindi durante tutta questa fase V_C si mantiene pari a -1V , per cui $V_{out} = V_{in} - (-1\text{V}) = V_{in} + 1\text{V}$;

(verificando che $V_D = V_{AK} < 0$)
verifichiamo l'interdizione del diodo: $V_D = 0 - (V_{in} - V_C) = -V_{in} + V_C = -V_{in} - 1\text{V}$;
quindi $V_D < 0$ se $-V_{in} - 1\text{V} < 0 \rightarrow V_{in} > -1\text{V}$;

poiché da $t = 5\text{ ms}$ in poi questa condizione continua ad essere verificata, abbiamo che il diodo D rimane interdetto e rimaniamo in questa fase.

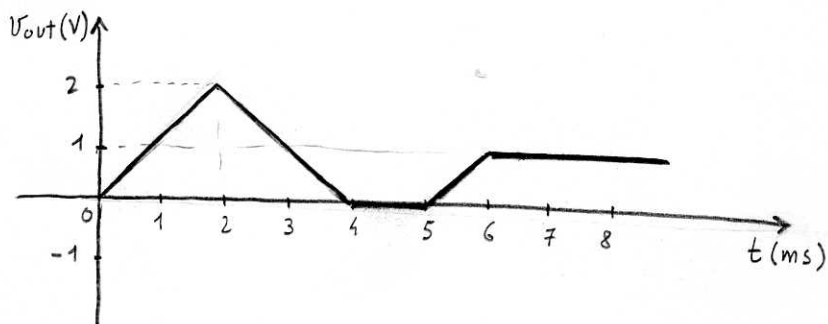
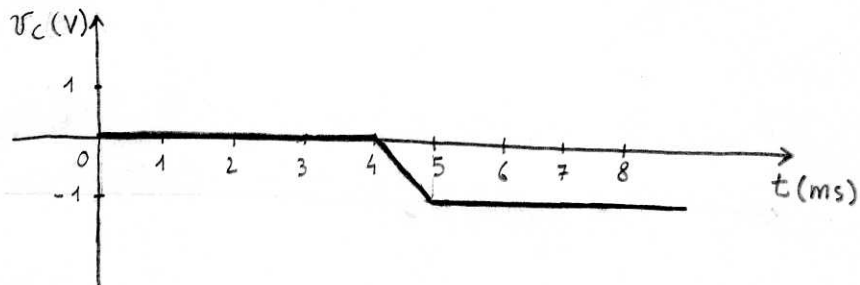
In conclusione:

per $0 \leq t \leq 4\text{ ms}$: D è interdetto, $v_c(t) = 0$ e $v_{out}(t) = v_{in}(t)$;

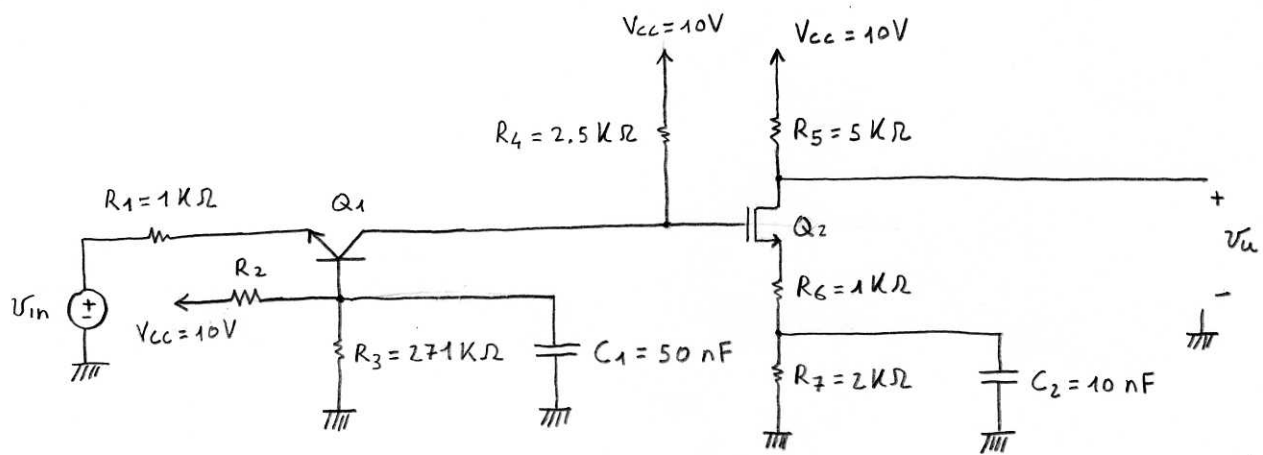
per $4\text{ ms} \leq t \leq 5\text{ ms}$: D conduce, $v_c(t) = v_{in}(t)$ e $v_{out}(t) = 0$;

per $t \geq 5\text{ ms}$: D è interdetto, $v_c(t) = -1\text{ V}$ e $v_{out}(t) = v_{in}(t) + 1\text{ V}$.

Quindi gli andamenti nel tempo di $v_c(t)$ e $v_{out}(t)$ sono i seguenti:



②



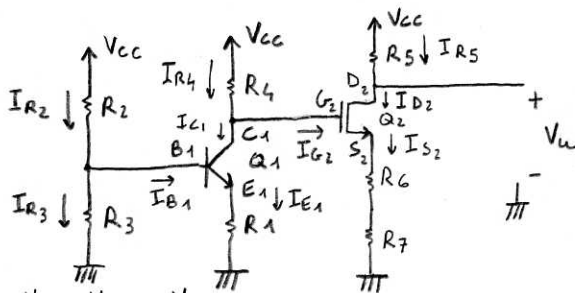
PER Q_1 : $h_{FE} = 200$

A RIPOSO: $V_u = 5V$

PER Q_2 : $V_T = 1V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$$V_{D2} = V_u = 5V$$

$$I_{R5} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_5} = 1mA = I_{D2} = I_{S2}$$

perché non è attaccato nessun carico nell'uscita

perché in un mos $I_G = 0 \rightarrow I_{G2} = 0$

$$V_{S2} = (R_6 + R_7) I_{S2} = 3V$$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$$I_{D2} = K (V_{GS2} - V_T)^2 \rightarrow V_{GS2} = V_T + \sqrt{\frac{I_{D2}}{K}} = 2V > V_T = 1V$$

$$\hookrightarrow \text{intersezione come } \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

va bene il segno + perché in un nmos in conduzione si ha $V_{GS} > V_T$

$$V_{G2} = V_{S2} + V_{GS2} = 5V = V_{C1}$$

$$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 2V > V_{GS2} - V_T = 1V$$

ipotesi 1 verificata

$$I_{R4} = \frac{V_{CC} - V_{G2}}{R_4} = 2mA$$

$$I_{C1} = I_{R4} - I_{G2} = I_{R4} = 2mA$$

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE}} = 10\mu A > 0$$

$$I_{E1} = I_{C1} + I_{B1} = 2.01mA$$

$$V_{E1} = R_1 I_{E1} = 2.01V$$

$$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 2.99V > V_{CEsat} = 0.2V$$

ipotesi 2 verificata

$$V_{B1} = V_{E1} + V_{BE} = 2.71 \text{ V}$$

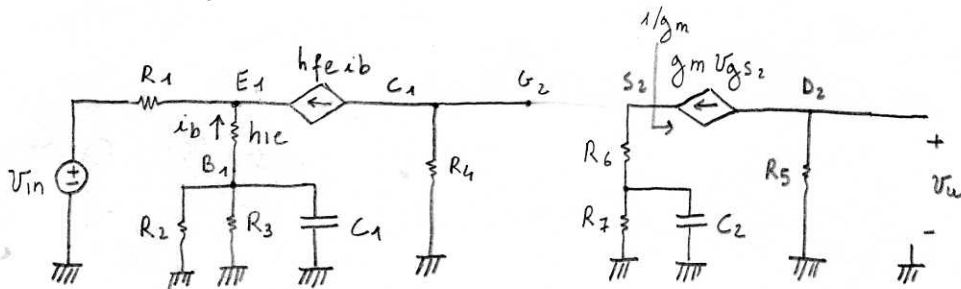
$$I_{R3} = \frac{V_{B1}}{R_3} = 10 \mu\text{A}$$

$$I_{R2} = I_{R3} + I_{B1} = 20 \mu\text{A}$$

$$R_2 = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{I_{R2}} = 364.500 \Omega$$

$$\textcircled{3} \quad h_{ie} = 5 \text{ K}\Omega, \quad h_{fe} = 250, \quad g_m = \frac{1 \text{ mA}}{V}; \quad R_2 = 350 \text{ K}\Omega$$

Circuito per le variazioni:



2 condensatori indipendenti (nessuna maglia impropria) $\rightarrow$ 2 poli

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli $\rightarrow$ 2 zeri

$$R_{VC1} = R_2 // R_3 // [h_{ie} + R_1(h_{fe} + 1)] = 95662.383 \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 209.0686 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P1} = 33.2743 \text{ Hz}$$

C_1 introduce uno zero per lo s per cui $R_2 // R_3 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ perché in tale condizione la $i_b = 0$ e quindi il segnale non si propaga verso l'uscita $\rightarrow v_u = 0$

[notare che, detto $Z_{B1} = R_2 // R_3 // \frac{1}{C_1 s}$, abbiamo che $V_{in} = -R_1(h_{fe} + 1)i_b - (h_{ie} + Z_{B1})i_b \rightarrow i_b = -\frac{V_{in}}{R_1(h_{fe} + 1) + h_{ie} + Z_{B1}}$, per cui $i_b = 0$ quando $Z_{B1} = \infty$]

$$R_2 // R_3 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{(R_2 // R_3) \frac{1}{C_1 s}}{R_2 // R_3 + \frac{1}{C_1 s}} = \infty \rightarrow R_2 // R_3 + \frac{1}{C_1 s} = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{C_1 (R_2 // R_3)} \rightarrow$$

$$\omega_{Z1} = \frac{1}{C_1 (R_2 // R_3)} = 130.9436 \text{ rad/s} \rightarrow f_{Z1} = 20.8403 \text{ Hz}$$

$$R_{VC2} = R_7 // \left(R_6 + \frac{1}{g_m}\right) = 1 \text{ K}\Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 100 \text{ Krad/s} \rightarrow f_{P2} = 15915.4943 \text{ Hz}$$

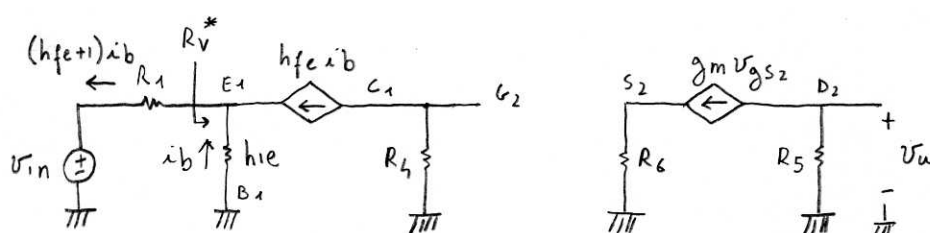
C_2 introduce uno zero per lo s per cui $R_6 + \left(R_7 // \frac{1}{C_2 s}\right) = \infty$ e quindi, essendo R_6 di valore finito, $R_7 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ perché in tale condizione $g_m v_{gs2} = 0$ e quindi $v_u = 0$

[infatti, detto $Z_{S2} = R_6 + R_7 // \frac{1}{C_2 s}$, abbiamo che $v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2} - Z_{S2} g_m v_{gs2} \rightarrow v_{gs2} (1 + Z_{S2} g_m) = v_{g2} \rightarrow v_{gs2} = \frac{v_{g2}}{1 + g_m Z_{S2}}$, per cui $v_{gs2} = 0$ per $Z_{S2} = \infty$]

$$R_7 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_7 \frac{1}{C_2 s}}{R_7 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_7}{1 + R_7 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_7 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_7 C_2} \rightarrow$$

$$\omega_{Z2} = \frac{1}{R_7 C_2} = 50 \text{ Krad/s} \rightarrow f_{Z2} = 7957.7472 \text{ Hz}$$

Per calcolare $A_v(\infty)$ consideriamo il seguente circuito (con C_1 e C_2 chiusi):



$$V_u = -R_5 g_m V_{gs2}$$

$$V_{gs2} = V_{g2} - V_{s2} = V_{g2} - R_6 g_m V_{gs2} \rightarrow V_{gs2} (1 + R_6 g_m) = V_{g2} \rightarrow V_{gs2} = \frac{V_{g2}}{1 + R_6 g_m}$$

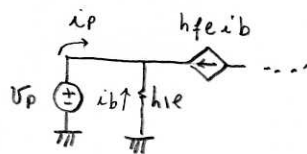
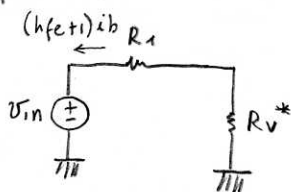
$$V_{g2} = -h_{fe} i_b R_4$$

$$V_{in} = -R_1 (h_{fe} + 1) i_b - h_{ie} i_b \quad (\text{ho fatto l'equilibrio delle tensioni alla maglia che comprende } V_{in}, R_1 \text{ e } h_{ie}) \rightarrow$$

$$i_b = - \frac{V_{in}}{R_1 (h_{fe} + 1) + h_{ie}}$$

$$[\text{oppure: } R_v^* = \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1} \quad (\text{perché se facciamo})$$

e quindi abbiamo



$$\begin{aligned} \text{abbiamo che} \\ i_p = -(h_{fe} + 1) i_b \\ V_p = -h_{ie} i_b \rightarrow \\ R_v^* = \frac{V_p}{i_p} = \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1} \end{aligned}$$

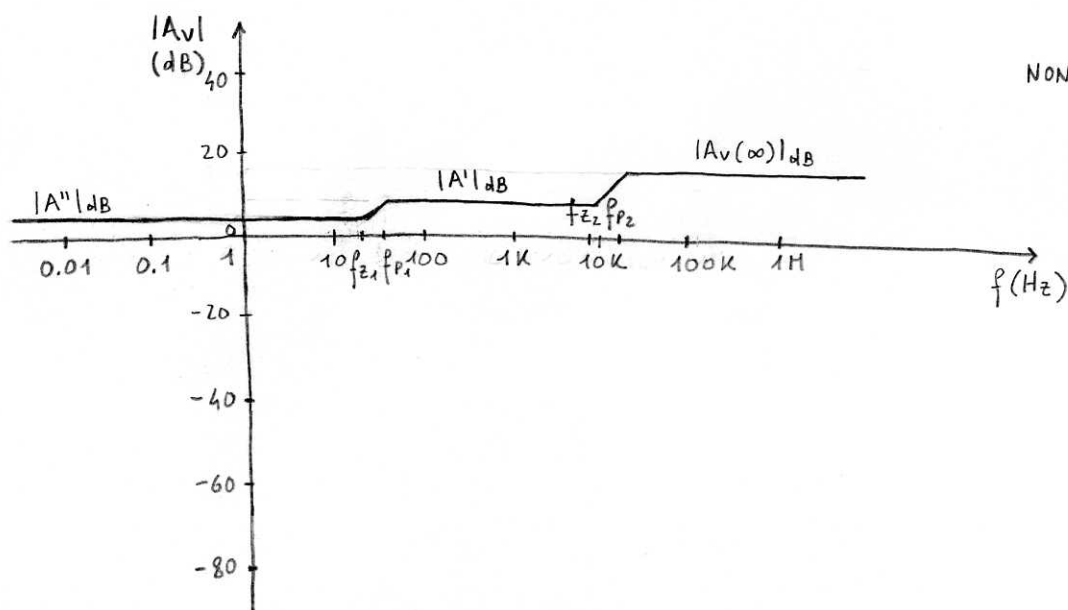
$$\text{per cui } -(h_{fe} + 1) i_b = \frac{V_{in}}{R_1 + R_v^*} \rightarrow -(h_{fe} + 1) i_b = \frac{V_{in}}{R_1 + \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}} \rightarrow i_b = - \frac{V_{in}}{R_1 (h_{fe} + 1) + h_{ie}}$$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_{in}} = - \frac{R_5 g_m}{1 + R_6 g_m} \frac{h_{fe} R_4}{R_1 (h_{fe} + 1) + h_{ie}} = -6.1035$$

(negativo, coerentemente col fatto che è la cascata di uno stadio a base comune, non invertente, e di uno stadio a source comune, invertente)

$$|A_v(\infty)|_{dB} = 15.7116 \text{ dB}$$

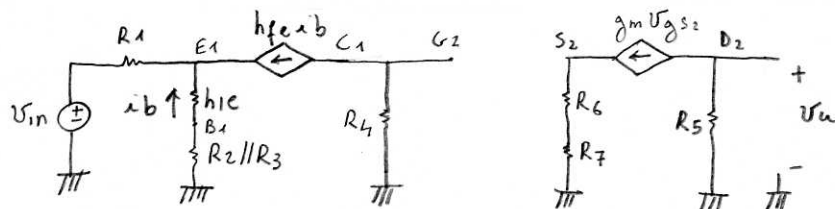
$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 3.0518 \rightarrow |A'|_{dB} = 9.691 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 1.9114 \rightarrow |A''|_{dB} = 5.627 \text{ dB}$$

[Verifica: per $\omega = 0$ i condensatori sono aperti e quindi abbiamo:



$$V_u = -R_5 g_m V_{gs2}$$

$$V_{gs2} = V_{g2} - V_{s2} = V_{g2} - (R_6 + R_7) g_m V_{gs2} \rightarrow V_{gs2} (1 + (R_6 + R_7) g_m) = V_{g2} \rightarrow V_{gs2} = \frac{V_{g2}}{1 + (R_6 + R_7) g_m}$$

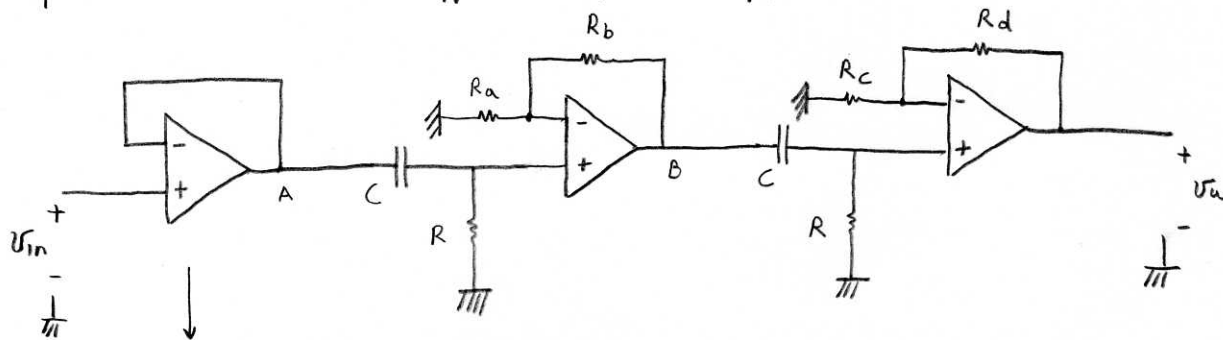
$$V_{g2} = -h_{fe} i_b R_4$$

$$V_{in} = -R_1 (h_{fe} + 1) i_b - (h_{ie} + R_2 \parallel R_3) i_b \rightarrow i_b = - \frac{V_{in}}{R_1 (h_{fe} + 1) + h_{ie} + R_2 \parallel R_3}$$

$$A_v(0) = \frac{V_u}{V_{in}} = - \frac{R_5 g_m}{1 + (R_6 + R_7) g_m} \frac{h_{fe} R_4}{R_1 (h_{fe} + 1) + h_{ie} + R_2 \parallel R_3} = -1.9114$$

$$|A_v(0)|_{dB} = 5.627 \text{ dB} \quad]]$$

- ④ Per ottenere un guadagno in banda passante positivo si possono mettere in cascata due filtri pass-alto del primo ordine non invertenti oppure due filtri del primo ordine invertenti. Nel 1° caso:



buffer, che consente di rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi la funzione di trasferimento del filtro indipendente dalla resistenza della sorgente (comunque qui non è necessario, visto che nel testo ciò non era esplicitamente richiesto)

$$U_A = U_{in}$$

$$U_B = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \frac{R}{R + \frac{1}{CS}} U_A = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \frac{RCS}{1 + RCS} U_{in}$$

$$U_u = \left(1 + \frac{R_d}{R_c}\right) \frac{R}{R + \frac{1}{CS}} U_B = \left(1 + \frac{R_d}{R_c}\right) \frac{RCS}{1 + RCS} U_B = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \left(1 + \frac{R_d}{R_c}\right) \left(\frac{RCS}{1 + RCS}\right)^2 U_{in} =$$

$$= A_{\infty} \left(\frac{\frac{s}{\omega_P}}{1 + \frac{s}{\omega_P}}\right)^2 \rightarrow A = \frac{U_u}{U_{in}} = A_{\infty} \left(\frac{\frac{s}{\omega_P}}{1 + \frac{s}{\omega_P}}\right)^2$$

$$\text{con } A_{\infty} = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \left(1 + \frac{R_d}{R_c}\right)$$

$$\omega_P = \frac{1}{RC} \quad (\text{notare che } R \text{ e } C \text{ sono stati presi identici nei 2 stadi per avere lo stesso polo})$$

$$\left[\text{potremmo scrivere che } A = K \frac{s^2}{\left(1 + \frac{s}{\omega_P}\right)^2} \text{ con } K = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \left(1 + \frac{R_d}{R_c}\right) (RC)^2 \right]$$

il legame con A_{∞} (amplificazione in banda passante) si trova facendo il limite per $|s| \rightarrow \infty$:

$$A_{\infty} = \lim_{|s| \rightarrow \infty} K \frac{s^2}{\left(1 + \frac{s}{\omega_P}\right)^2} = K \frac{s^2}{\frac{s^2}{\omega_P^2}} = K \omega_P^2 = \frac{K}{(RC)^2} = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \left(1 + \frac{R_d}{R_c}\right) \quad \text{e } K = \frac{A_{\infty}}{\omega_P^2}$$

trascurando 1 rispetto a $\frac{s}{\omega_P}$

Dimensioniamo i vari componenti.

$$\omega_P = 1 \text{ Krad/s} \rightarrow \text{se scegliamo ad esempio } R = 10 \text{ K}\Omega, \quad C = \frac{1}{R \omega_P} = 100 \text{ nF}$$

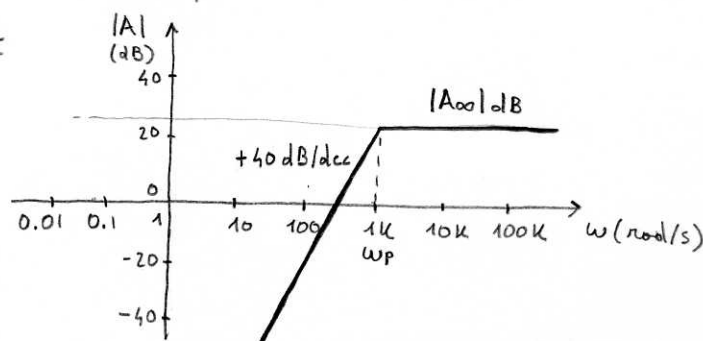
Possiamo scegliere come distribuire il guadagno tra i due stadi (e volendo possiamo anche sostituire il buffer con un amplificatore non invertente che presenta anch'esso $R_{in} \approx \infty$ e può avere guadagno $\neq 1$, nel qual caso si può distribuire il guadagno anche su di esso); ad es. prendiamo

$$1 + \frac{R_b}{R_a} = 3 \rightarrow \frac{R_b}{R_a} = 2 \rightarrow \text{ad es. } R_a = 1 \text{ K}\Omega, \quad R_b = 2 \text{ K}\Omega$$

$$1 + \frac{R_d}{R_c} = 5 \rightarrow \frac{R_d}{R_c} = 4 \rightarrow \text{ad es. } R_c = 1 \text{ K}\Omega, \quad R_d = 4 \text{ K}\Omega$$

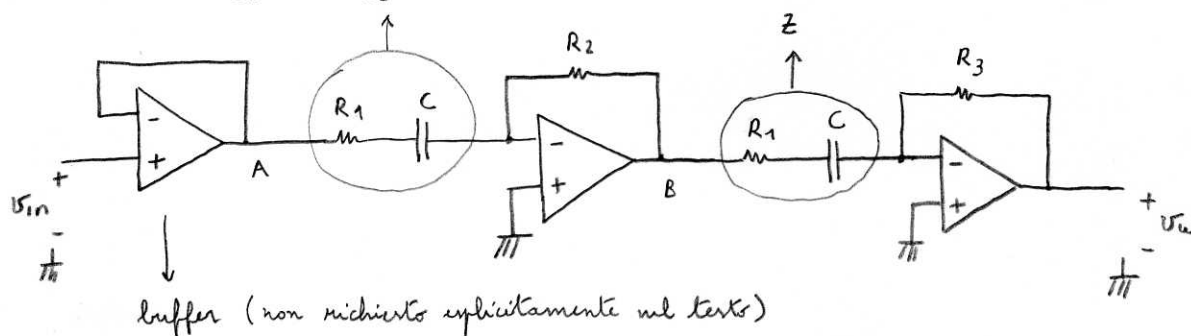
Il diagramma di Bode del modulo sarà

$$A_{\infty} = 15 \rightarrow |A_{\infty}|_{dB} = 23.5218 \text{ dB}$$



- Nel caso avremmo voluto realizzare il filtro come cascata di due filtri passa-alto del 1° ordine invertenti avremmo avuto:

$$Z = R_1 + \frac{1}{Cs} = \frac{1 + R_1 Cs}{Cs}$$



$$V_A = V_{in}$$

dividendo numeratore e denominatore per $R_1 C$

$$V_B = -\frac{R_2}{Z} V_A = -\frac{R_2 Cs}{1 + R_1 Cs} V_A \quad \uparrow \quad V_A = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + \frac{1}{R_1 C}} V_{in}$$

$$V_u = -\frac{R_3}{Z} V_B = -\frac{R_3 Cs}{1 + R_1 Cs} V_B = -\frac{R_3}{R_1} \frac{s}{s + \frac{1}{R_1 C}} V_B = \frac{R_2}{R_1} \frac{R_3}{R_1} \left(\frac{s}{s + \frac{1}{R_1 C}} \right)^2 = A_{\infty} \left(\frac{s}{s + \omega_P} \right)^2$$

$$\text{con } A_{\infty} = \frac{R_2}{R_1} \frac{R_3}{R_1}$$

$$\omega_P = \frac{1}{R_1 C} \quad (\text{notare che } R_1 \text{ e } C \text{ sono stati presi identici nei 2 stadi per avere lo stesso polo})$$

Dimensioniamo i vari componenti:

$$\omega_P = 1 \text{ Krad/s} \rightarrow \text{ad es. } R_1 = 10 \text{ K}\Omega, C = \frac{1}{R_1 \omega_P} = 100 \text{ nF}$$

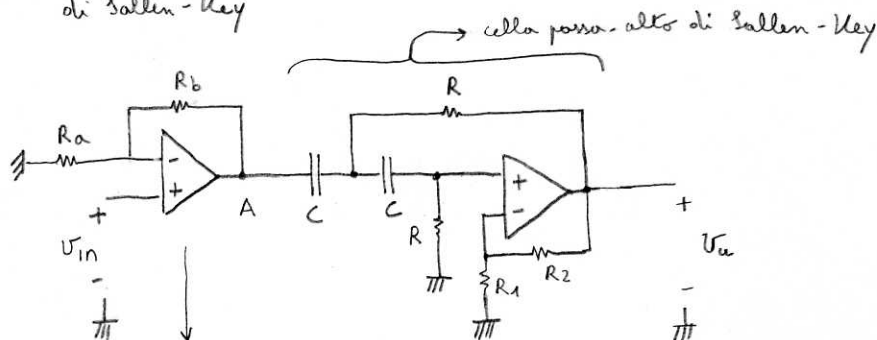
$$A_{\infty} = 15 \rightarrow \text{ad es. } \frac{R_2}{R_1} = 3 \rightarrow R_2 = 30 \text{ K}\Omega$$

$$\frac{R_3}{R_1} = 5 \rightarrow R_3 = 50 \text{ K}\Omega$$

(notare che R_1 è già stato dimensionato sopra)

Il diagramma di Bode del modulo è chiaramente lo stesso di prima.

- Se poi, contrariamente a quanto specificato nel testo, avremmo voluto realizzare il filtro con un unico stadio filtrante del 2° ordine, avremmo potuto realizzarlo ad es. con una cella passa-alto di Sallen-Key



amplificatore non invertente, che consente di rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi la funzione di trasferimento del filtro indipendente dalla resistenza della sorgente (anche se in realtà qui non era necessario visto che nel testo non era esplicitamente richiesto) e (come vedremo dopo) di aggiustare il guadagno complessivo del filtro

$$V_A = \left(1 + \frac{R_b}{R_a} \right) V_{in}$$

facendosi i conti (v. lezione a riguardo) abbiamo che

$$V_u = \frac{A R^2 C^2 s^2}{R^2 C^2 s^2 + (3-A) R C s + 1} \quad V_A = A \frac{\left(\frac{s}{\omega_P} \right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_P} \right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_P} \right) + 1} \quad V_u = \underbrace{\left[\left(1 + \frac{R_b}{R_a} \right) \cdot A \right]}_{H_{\infty}} \underbrace{\frac{\left(\frac{s}{\omega_P} \right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_P} \right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_P} \right) + 1}}_{H(s)} V_{in}$$

$$\text{con } \omega_P = \frac{1}{RC}, \quad Q = \frac{1}{3-A}, \quad A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

I poli del sistema sono dati da

$$\left(\frac{s}{\omega_P}\right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_P}\right) + 1 = 0 \rightarrow \frac{s}{\omega_P} = \frac{-\frac{1}{Q} \pm \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4}}{2} \rightarrow s_P = \omega_P \left(\frac{-\frac{1}{Q} \pm \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4}}{2} \right)$$

sicuramente $A = 1 + \frac{R_2}{R_1} > 1 \rightarrow 3 - A < 2 \left(\rightarrow Q = \frac{1}{3-A} > \frac{1}{2} \right) \rightarrow \frac{1}{Q^2} - 4 = (3-A)^2 - 4 < 0 \rightarrow$ i poli sono complessi coniugati con modulo pari a ω_P : infatti $s_P = \frac{\omega_P}{2} \left(-\frac{1}{Q} \pm j \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right)$

$$\text{e abbiamo che } \left| -\frac{1}{Q} \pm j \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} \right| = \sqrt{\frac{1}{Q^2} + \left(4 - \frac{1}{Q^2}\right)} = \sqrt{4} = 2 \rightarrow |s_P| = \frac{\omega_P}{2} \cdot 2 = \omega_P;$$

quindi imponiamo $\omega_P = \frac{1}{RC} = 1 \text{ krad/s} \rightarrow$ ad esempio $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = \frac{1}{R\omega_P} = 100 \text{ nF}$;

perché il sistema sia stabile i poli devono essere a parte reale negativa, per cui deve essere $-\frac{\omega_P}{2} \frac{1}{Q} < 0 \rightarrow Q > 0 \rightarrow \frac{1}{3-A} > 0 \rightarrow 3-A > 0 \rightarrow A < 3 \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} < 3$; ad esempio prendiamo $A = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 2.5$

(il che significa $Q = \frac{1}{3-A} = \frac{1}{0.5} = 2$) $\rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1.5 \rightarrow$ ad esempio $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1.5 \text{ k}\Omega$.

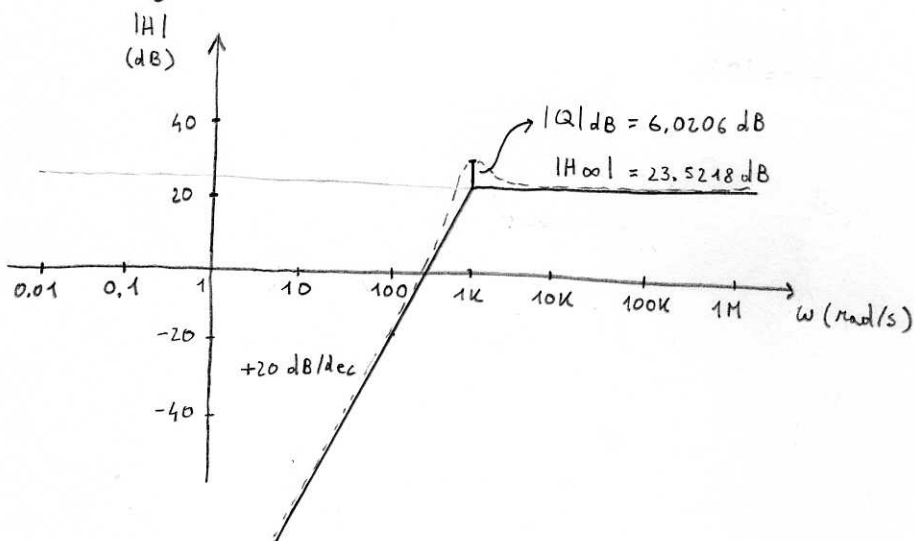
Il quadrangolo del filtro in banda passante (quindi per $\omega \rightarrow \infty$ visto che è un filtro passa-alto) è dato da

$$\lim_{|s| \rightarrow \infty} H_{\infty} \frac{\left(\frac{s}{\omega_P}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_P}\right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_P}\right) + 1} = H_{\infty} \frac{\left(\frac{s}{\omega_P}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_P}\right)^2} = H_{\infty} = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) A;$$

quindi dobbiamo imporre

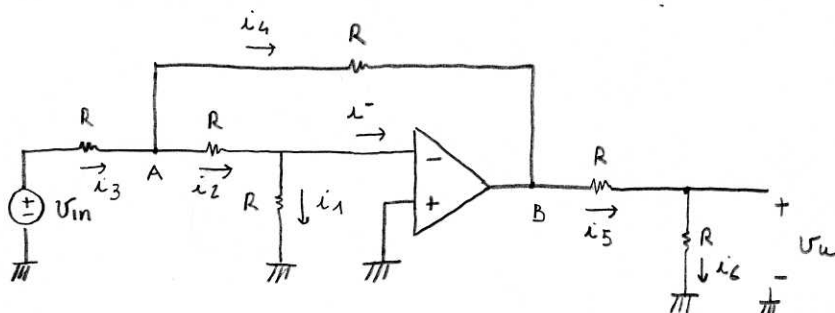
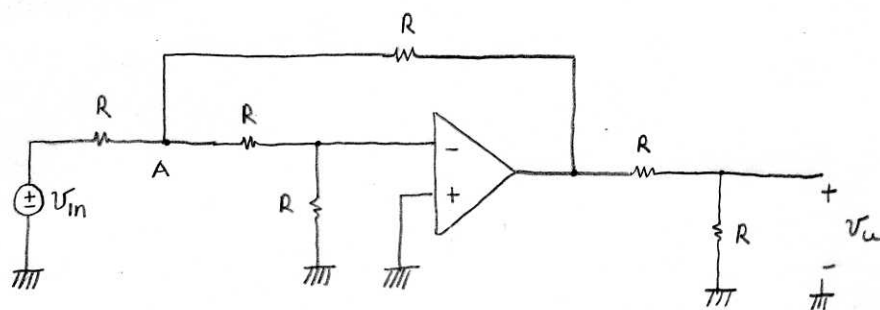
$$\left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) A = 15 \rightarrow 1 + \frac{R_b}{R_a} = \frac{15}{A} = \frac{15}{2.5} = 6 \rightarrow \frac{R_b}{R_a} = 5 \rightarrow \text{ad esempio } R_a = 1 \text{ k}\Omega, R_b = 5 \text{ k}\Omega.$$

Quanto al diagramma di Bode del modulo, esso sarà



(la linea continua indica il diagramma asintotico, mentre quella tratteggiata indica il diagramma reale)

(5)



per il CCV $V^- = V^+$; quindi $V^- = V^+ = 0$;

ma allora $i_1 = \frac{V^-}{R} = 0$;

d'altra parte per il CCV $i^- = 0$, quindi $i_2 = i_1 + i^- = 0$;

di conseguenza non c'è caduta sulla R in cui scorre $i_2 (= 0)$, per cui $V_A = V^- = 0$;

di conseguenza $i_3 = \frac{V_{in} - V_A}{R} = \frac{V_{in}}{R}$;

essendo $i_2 = 0$, $i_4 = i_3 = \frac{V_{in}}{R}$;

quindi $V_B = V_A - R i_4 = 0 - R \frac{V_{in}}{R} = -V_{in}$;

poiché non c'è alcun carico attaccato sull'uscita, $i_5 = i_6$;

quindi $i_5 = i_6 = \frac{V_B}{R+R} = \frac{V_B}{2R} = -\frac{V_{in}}{2R}$;

ne deduciamo che $V_u = R i_6 = -\frac{V_{in}}{2R} R = -\frac{V_{in}}{2}$

(in altre parole V_u è una partizione di tensione della V_B , cioè $V_u = V_B \frac{R}{R+R} = \frac{V_B}{2} = -\frac{V_{in}}{2}$)