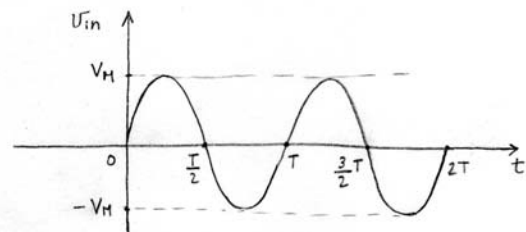
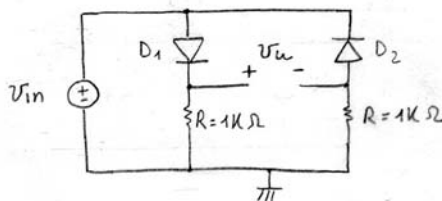


ESERCIZIO N°1

5.5 punti (4)

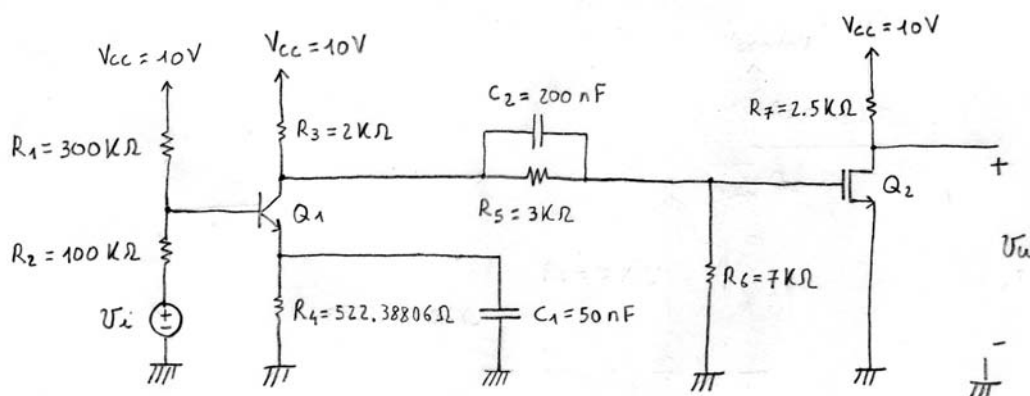
Si consideri il circuito (privo di carico) rappresentato nel lato sinistro della figura sottostante, avente ingresso v_{in} e uscita v_u . Si ricavi e si grafichi la caratteristica ingresso-uscita di tale circuito, specificando per quali valori di v_{in} ciascun diodo conduce e per quali è interdetto. Si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 2T$, della tensione $v_u(t)$ che otteniamo in uscita se in ingresso si applica la tensione sinusoidale $v_{in}(t)$ rappresentata nel lato destro della figura. Si considerino i diodi D_1 e D_2 ideali.

**ESERCIZIO N°2**

7.5 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, determinare il punto di lavoro dei transistori Q_1 e Q_2 ed il valore della tensione di uscita V_U a riposo.

[Si consiglia prima di valutare le correnti di riposo di Q_1 , aiutandosi con un equivalente di Thevenin di ciò che sta a sinistra della base di Q_1 . Poi, una volta trovata la I_C , la V_C può essere determinata scrivendo l'equazione di equilibrio delle correnti al nodo di collettore in termini della tensione incognita V_C e risolvendo tale equazione in V_C . Si prosegua poi con l'analisi del resto del circuito.]



per Q_1 : $h_{FE} = 200$

;

per Q_2 : $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.5 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$
 $V_T = 1.5 \text{ V}$

ESERCIZIO N°3

7.5 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e se ne grafichi il diagramma di Bode del modulo. Si considerino per Q_1 : $h_{ie}=5\text{ K}\Omega$, $h_{fe}=250$ e per Q_2 : $g_m=2\text{ mA/V}$.

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

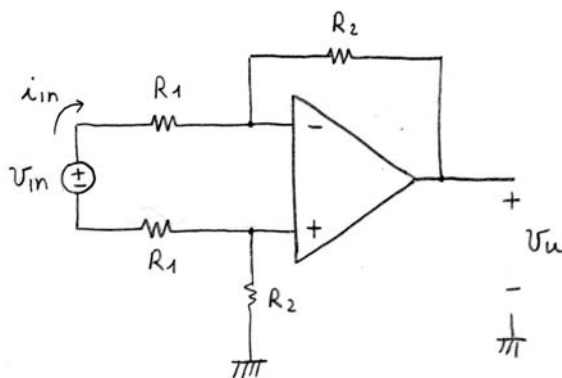
Si progetti un filtro passa-basso di ordine 1 con limite superiore di banda pari a 10 Krad/s e guadagno in banda passante pari a -2 . Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

ESERCIZIO N°5

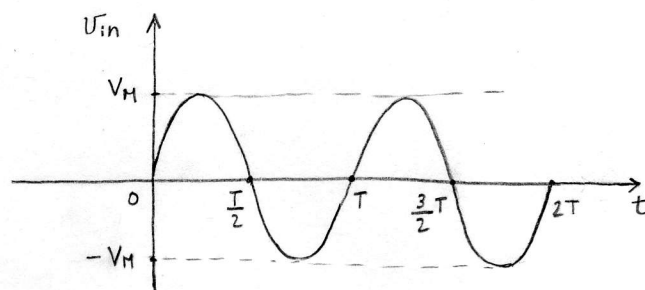
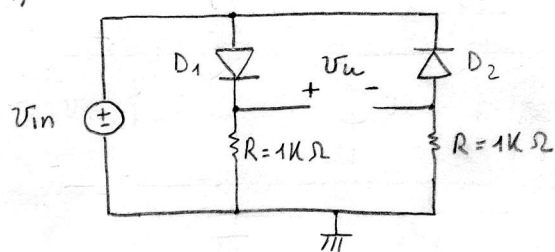
6.5 punti (4)

Considerando l'amplificatore operazionale ideale e sfruttando il cortocircuito virtuale, si ricavi il legame tra la tensione di uscita v_u e la tensione di ingresso v_{in} nel seguente circuito. Considerando come porta di ingresso del circuito quella tra i cui terminali è applicata la v_{in} , si determini inoltre la sua resistenza di ingresso.

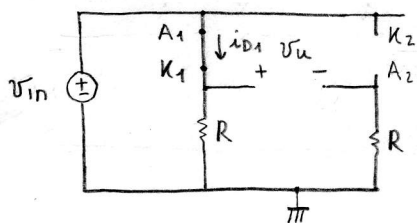
[Si consiglia: a) prima di determinare la corrente i_{in} imponendo l'equilibrio delle tensioni alla maglia che comprende v_{in} , le due resistenze R_1 e la porta di ingresso dell'amplificatore operazionale; b) poi, di determinare la v_u facendo la somma algebrica di v_{in} e delle tensioni sulle quattro resistenze che compaiono nello schema.]



1)



negli istanti in cui $v_{in} > 0$ si può ipotizzare D_1 in conduzione e D_2 interdetto;
il circuito diventa



$$i_{D1} = \frac{v_{in}}{R} > 0$$

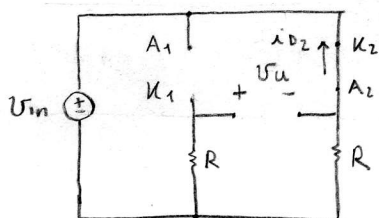
$v_{A2} = 0$ (dato che nella R destra non scorre corrente) $\rightarrow$

$$v_{AK2} = v_{A2} - v_{K2} = -v_{in} < 0$$

quindi le ipotesi sono verificate

$$v_u = v_{K1} - v_{A2} = v_{in} - 0 = v_{in}$$

negli istanti in cui $v_{in} < 0$ si può ipotizzare D_1 interdetto e D_2 in conduzione;
il circuito diventa



$v_{K1} = 0$ (dato che nella R sinistra non scorre corrente) $\rightarrow$

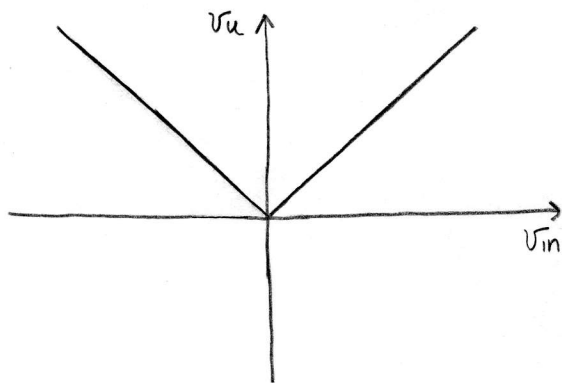
$$v_{AK1} = v_{A1} - v_{K1} = v_{in} < 0$$

$$i_{D2} = -\frac{v_{in}}{R} > 0$$

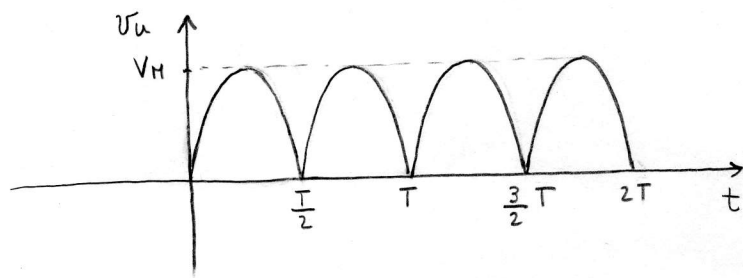
quindi le ipotesi sono verificate

$$v_u = v_{K1} - v_{A2} = 0 - v_{in} = -v_{in}$$

quindi la caratteristica ingresso-uscita è

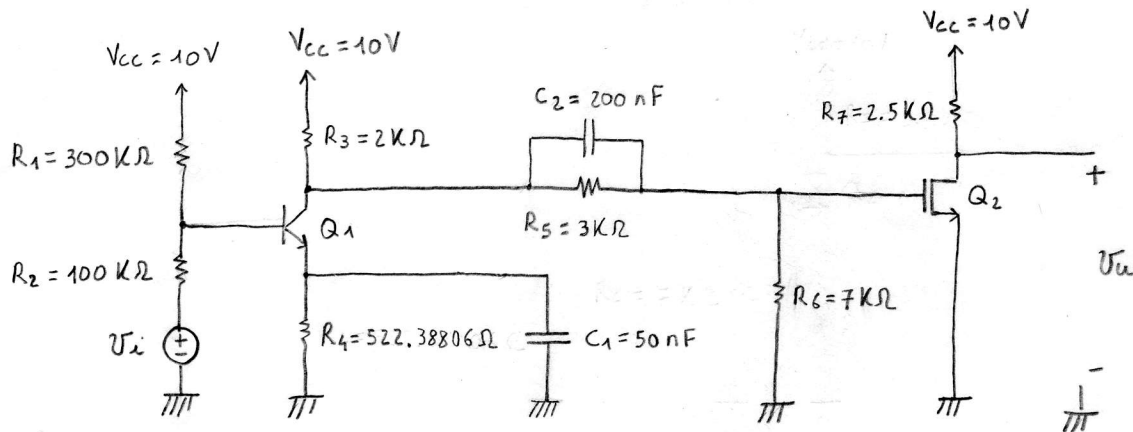


e la $v_u(t)$ corrispondente alla $v_{in}(t)$ assegnata è



(quindi in assenza di carico il circuito in esame si comporta da raddrizzatore a doppio semionda)

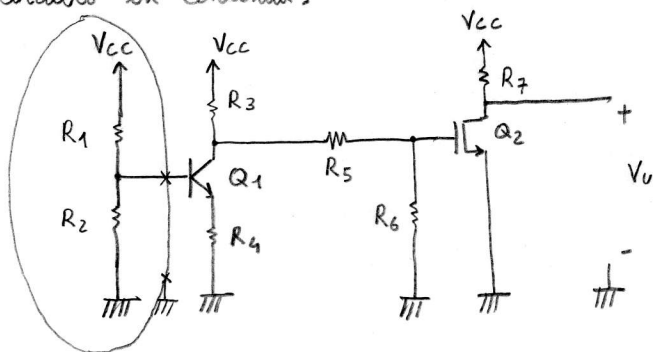
2)

per Q_1 : $h_{FE} = 200$

;

per Q_2 : $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.5 \frac{mA}{V^2}$ $V_T = 1.5 V$

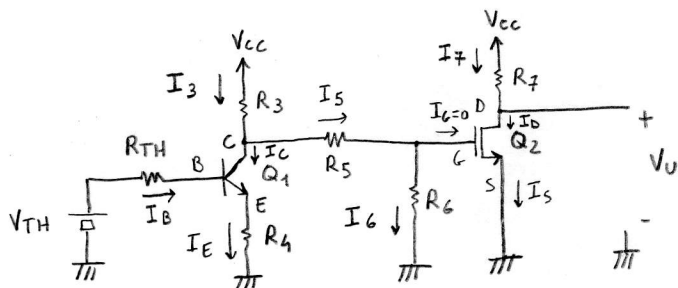
Circuito in continua:



facciamo un equivalente di Thevenin visto tra i due terminali indicati con x della parte cerchiata

$$V_{TH} = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2.5 V \quad (\text{tensione a vuoto})$$

$$R_{TH} = R_1 // R_2 = 75 K\Omega \quad (\text{resistenza vista})$$

ipotesi 1: Q_1 in zona attiva diretta

$$I_C = h_{FE} I_B$$

$$I_E = I_B + I_C = (h_{FE} + 1) I_B$$

$$V_{BE} = V_{\gamma} = 0.7 V$$

equilibrio delle tensioni alla maglia che comprende V_{TH} , R_{TH} , V_{BE} e R_4 :

$$V_{TH} = R_{TH} I_B + V_{\gamma} + R_4 I_E = R_{TH} I_B + V_{\gamma} + R_4 (h_{FE} + 1) I_B = V_{\gamma} + [R_{TH} + R_4 (h_{FE} + 1)] I_B \rightarrow$$

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{\gamma}}{R_{TH} + R_4 (h_{FE} + 1)} = 10 \mu A > 0 \rightarrow *$$

$$I_C = h_{FE} I_B = 2 mA$$

$$I_E = I_B + I_C = I_B (1 + h_{FE}) = 2.01 mA$$

$$V_E = R_4 I_E = 1.05 V$$

$$V_B = V_E + V_{\gamma} = 1.75 V$$

$$I_6 = 0 \rightarrow I_5 = I_6 \quad \text{cioè } R_5 \text{ e } R_6 \text{ sono in serie}$$

per trovare la V_C , nota la I_C , scriviamo (in termini di V_C) l'equazione di equilibrio delle correnti al nodo C:

$$I_3 = I_C + I_5 \rightarrow \frac{V_{CC} - V_C}{R_3} = I_C + \frac{V_C}{R_5 + R_6} \rightarrow V_C \left(\frac{1}{R_5 + R_6} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{V_{CC}}{R_3} - I_C \rightarrow$$

$$V_C = \frac{\frac{V_{CC}}{R_3} - I_C}{\frac{1}{R_5 + R_6} + \frac{1}{R_3}} = 5V$$

$$V_{CE} = V_C - V_E = 3.95V > V_{CE_{sat}} \approx 0.1V \quad \text{ipotesi 1 verificata}$$

$$I_3 = \frac{V_{CC} - V_C}{R_3} = 2.5 \text{ mA}$$

$$I_5 = \frac{V_C}{R_5 + R_6} = 0.5 \text{ mA}$$

$$V_G = R_6 I_6 = R_6 I_5 = 3.5V$$

$$V_S = 0$$

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_G = 3.5V > V_T = 1.5V$$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$$I_D = K (V_{GS} - V_T)^2 \quad \text{con } K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.5 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

$$I_D = K (V_{GS} - V_T)^2 = 2 \text{ mA}$$

$$I_G = 0 \rightarrow I_S = I_D = 2 \text{ mA}$$

$$I_7 = I_D = 2 \text{ mA}$$

$$V_U = V_{CC} - R_7 I_7 = 5V = V_D$$

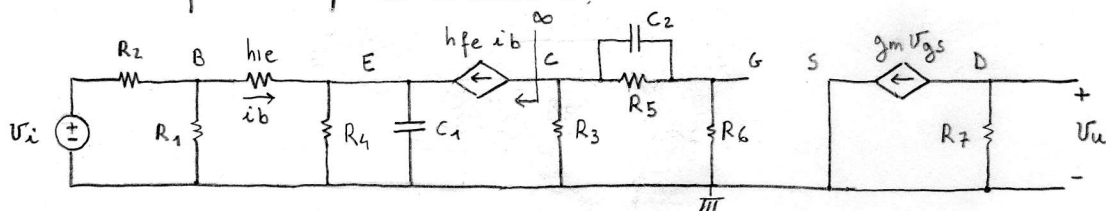
$$V_{DS} = V_D - V_S = V_D = 5V > V_{GS} - V_T = 2V \quad \text{ipotesi 2 verificata}$$

$$[g_m = 2K (V_{GS} - V_T) = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}] \quad \text{NON RICHIESTO}$$

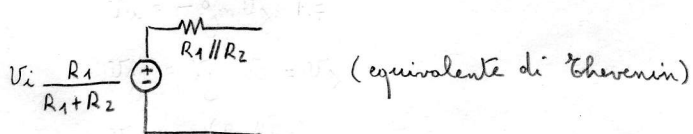
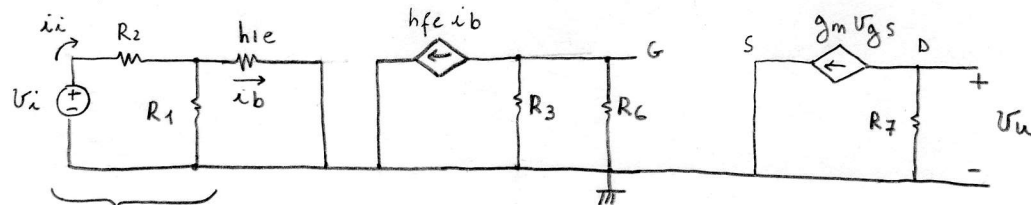
$$3) \text{ per } Q_1: h_{fe} = 250, \quad h_{ie} = 5 \text{ K}\Omega$$

$$\text{per } Q_2: g_m = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli
calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



$$V_U = -g_m V_{GS} R_7$$

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_G$$

$$V_G = -h_{fe} i_b (R_3 \parallel R_6)$$

$$i_b = V_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(R_1 \parallel R_2) + h_{ie}}$$

(mondo l'equivalente di Thevenin)

oppure equivalentemente:

$$i_i = \frac{V_i}{R_2 + (R_1 \parallel h_{ie})}; \quad i_b = i_i \frac{R_1}{R_1 + h_{ie}} \quad (\text{partitore di corrente})$$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = g_m R_7 h_{fe} (R_3 // R_6) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(R_1 // R_2) + h_{ie}} = 18.22916 \quad (\text{positivo, come doveva essere visto})$$

che si tratta della cascata di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a source comune, invertente)

$$|A_v(\infty)|_{dB} = 25.215 \text{ dB}$$

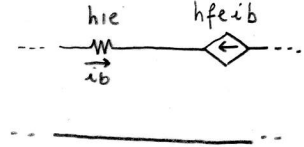
$$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow \text{numero zeri} = \text{numero poli} = 2$$

calcoliamo adesso le singolarità (focendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

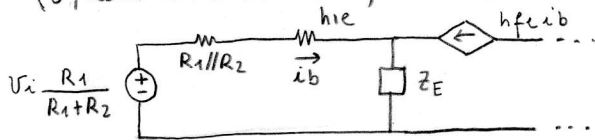
$$R_{vc1} = R_4 // \frac{h_{ie} + (R_1 // R_2)}{h_{fe} + 1} = 197.95 \Omega$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{C_1 R_{vc1}} = 101035.7 \text{ rad/s} \rightarrow f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = 16080.3 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per lo s per cui $Z_E = R_4 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$; infatti in tal caso abbiamo
per cui deve essere $i_b = -h_{fe} i_b \rightarrow i_b (1 + h_{fe}) = 0 \rightarrow i_b = 0$ e quindi anche $v_u = 0$



(o, detto in altro modo, abbiamo



$$\text{per cui } v_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} = (R_1 // R_2) i_b + h_{ie} i_b + Z_E (h_{fe} + 1) i_b \rightarrow$$

$$i_b = \frac{v_i R_1 / (R_1 + R_2)}{(R_1 // R_2) + h_{ie} + Z_E (h_{fe} + 1)} \quad \text{per cui per } Z_E = \infty \text{ si ha che } i_b = 0 \text{ e quindi } v_u = 0$$

$$R_4 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_4 \frac{1}{C_1 s}}{R_4 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_4}{1 + R_4 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_4 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_4 C_1} \rightarrow \omega_{z1} = \frac{1}{R_4 C_1} = 38285.71 \text{ rad/s} \rightarrow$$

$$f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 6093.36 \text{ Hz}$$

$$R_{vc2} = R_5 // (R_6 + R_3 // \infty) = R_5 // (R_6 + R_3) = 2250 \Omega$$

la resistenza vista tra collettore e massa guardando verso l'interno del BJT

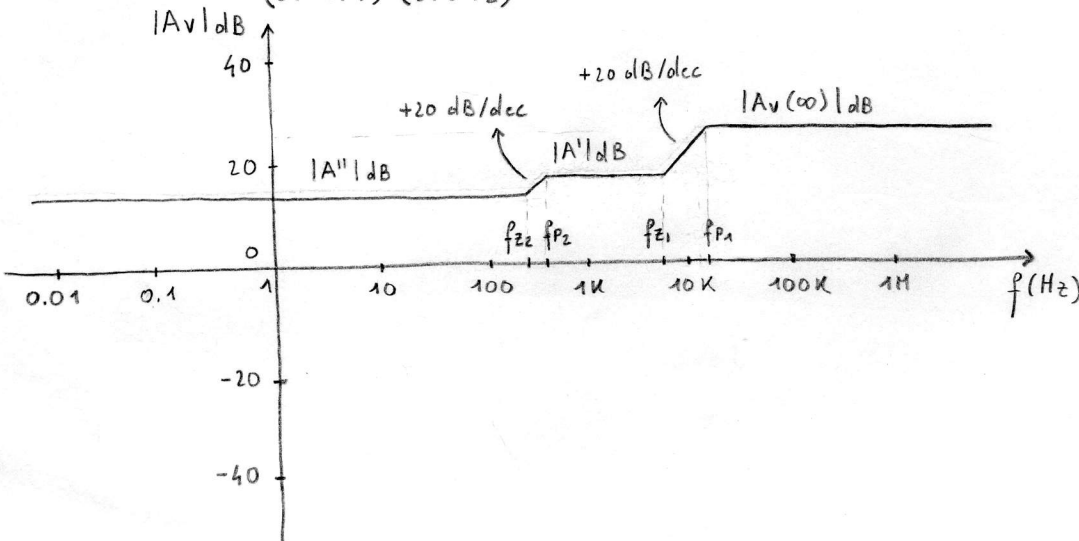
$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_2 R_{vc2}} = 2222.2 \text{ rad/s} \rightarrow f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 353.678 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per lo s per cui $R_5 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ e quindi interrompe l'unico percorso che porta l'effetto del segnale verso l'uscita

$$R_5 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_5 \frac{1}{C_2 s}}{R_5 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_5}{1 + R_5 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_5 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_5 C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{R_5 C_2} = 1666.6 \text{ rad/s} \rightarrow$$

$$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 265.26 \text{ Hz}$$

$$A_v(s) = A_{vcB} \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$



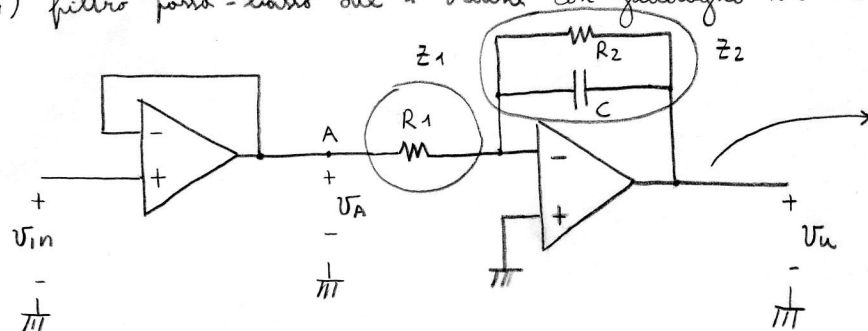
$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 6.9076$$

$$|A'|_{dB} = 16.79 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 5.1808$$

$$|A''|_{dB} = 14.29 \text{ dB}$$

4) filtro passa-basso del 1° ordine con guadagno in banda passante $A_v(0) = -2$ e polo $\omega_p = 10 \text{ Krad/s}$



la R_{out} è già ≈ 0 a causa della reazione di tensione*, per cui è inutile mettere un ulteriore buffer in uscita; la $R_{out} \approx 0$ fa sì che la funzione di trasferimento del filtro non dipenda dall'impedenza del carico

buffer (per rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi far sì che la funzione di trasferimento del filtro non dipenda dall'impedenza della sorgente)

$$V_A = V_{in}$$

$$Z_1 = R_1$$

$$Z_2 = R_2 \parallel \frac{1}{Cs} = \frac{R_2 \frac{1}{Cs}}{R_2 + \frac{1}{Cs}} = \frac{R_2}{1 + R_2 Cs}$$

$$V_u = - \frac{Z_2}{Z_1} V_A = - \frac{Z_2}{Z_1} V_{in} = \frac{-R_2/R_1}{1 + R_2 Cs} V_{in} = - \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{s}{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)}} V_{in} \rightarrow$$

$$A_v(s) = \frac{V_u}{V_{in}} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{s}{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)}} = \frac{A_v(0)}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

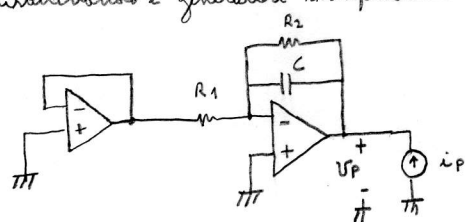
$$\text{con } A_v(0) = - \frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_p = \frac{1}{R_2 C}$$

$$\text{dobbiamo imporre } - \frac{R_2}{R_1} = -2 \rightarrow \text{se ad es. prendiamo } R_1 = 1 \text{ K}\Omega, \text{ ne deriva che } R_2 = 2 \text{ K}\Omega$$

$$\frac{1}{R_2 C} = 10 \text{ Krad/s} \rightarrow \text{avendo preso } R_2 = 2 \text{ K}\Omega, \text{ ne deriva che } C = \frac{1}{R_2 \omega_p} = 50 \text{ nF}$$

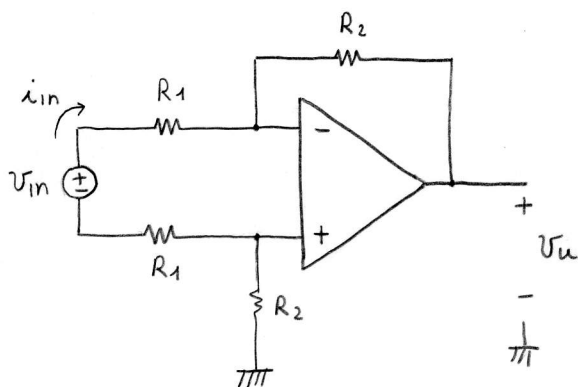
* infatti se vogliamo valutare la R_{out} mettendo sulla porta di uscita un generatore di corrente di prova i_p , disattivando i generatori indipendenti (V_{in}) e trovando V_{out} , abbiamo:



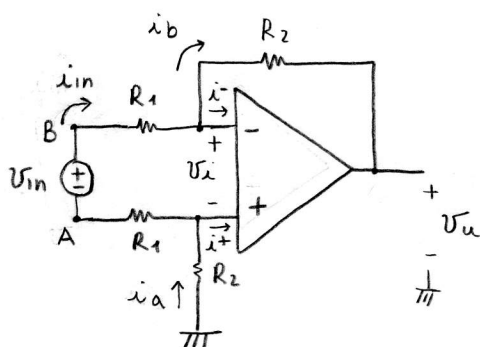
$$V_p = A_v(s) V_{in} = A_v(s) \cdot 0 = 0 \rightarrow$$

$$R_{out} = \frac{V_p}{i_p} = 0$$

5)



facendo l'equilibrio delle tensioni alla maglia che comprende V_{in} , le due R_1 e la porta di ingresso dell'A.O. possiamo scrivere che



$$V_{in} = R_1 i_{in} + V_i + R_1 i_{in}$$

ma per il c.c.v. abbiamo che $V^+ = V^- \rightarrow V_i = V^- - V^+ = 0$ e quindi

$$V_{in} = 2 R_1 i_{in} \rightarrow i_{in} = \frac{V_{in}}{2 R_1} \rightarrow$$

$$R_{in} = \frac{V_{in}}{i_{in}} = 2 R_1 ;$$

per il c.c.v. $i^+ = 0 \rightarrow i_a = i_{in}$

$$i^- = 0 \rightarrow i_b = i_{in}$$

di conseguenza facendo la somma della tensione sulla R_2 inferiore, della tensione sulla R_1 inferiore, di V_{in} , della tensione sulla R_1 superiore e della tensione sulla R_2 superiore troviamo che

$$V_u = -R_2 i_a - R_1 i_{in} + V_{in} - R_1 i_{in} - R_2 i_b =$$

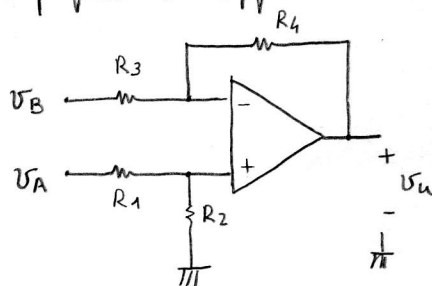
$$= -R_2 i_{in} - R_1 i_{in} + V_{in} - R_1 i_{in} - R_2 i_{in} =$$

$$= V_{in} - 2(R_1 + R_2) i_{in} = V_{in} - 2(R_1 + R_2) \frac{V_{in}}{2 R_1} =$$

$$= V_{in} \left(1 - \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = V_{in} \left(1 - 1 - \frac{R_2}{R_1} \right) = -\frac{R_2}{R_1} V_{in} \rightarrow A_V = \frac{V_u}{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oppure: } V_u = -R_2 i_a + V_i - R_2 i_b = \\ = -R_2 i_{in} - R_2 i_{in} = -2 R_2 i_{in} = \\ = -2 R_2 \frac{V_{in}}{2 R_1} = -\frac{R_2}{R_1} V_{in} \end{array} \right]$$

Infatti notare che, considerando come ingressi la V_A e la V_B , lo schema è quello di un amplificatore differenziale realizzato utilizzando un A.O.: $V_u = A_d V_d + A_c V_c$ con



$V_d = V_A - V_B$ componente differenziale e

$V_c = \frac{V_A + V_B}{2}$ componente a modo comune;

nel nostro caso $V_A = -R_2 i_a - R_1 i_{in} = -R_2 i_{in} - R_1 i_{in} = -(R_1 + R_2) i_{in}$,

$$V_B = V_A + V_{in} = -(R_1 + R_2) i_{in} + V_{in} \rightarrow$$

$$V_d = -V_{in}, \quad V_c = -(R_1 + R_2) i_{in} + \frac{V_{in}}{2};$$

se $\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$ (come nel caso in questione) abbiamo visto a lezione che $V_u = \underbrace{\frac{R_2}{R_1}}_{A_d} \underbrace{(V_A - V_B)}_{V_d}$

cioè $A_d = \frac{R_2}{R_1}$ mentre $A_c = 0$;

di conseguenza abbiamo che $V_u = A_d V_d = \frac{R_2}{R_1} V_d = \frac{R_2}{R_1} (-V_{in}) = -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$ (come trovato sopra).