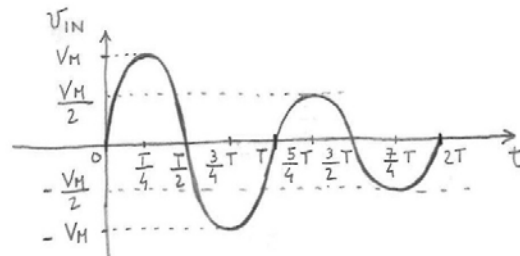
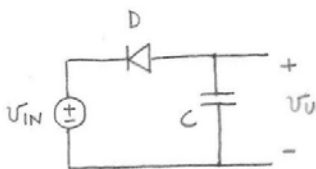


ESERCIZIO N°1

6.5 punti (4)

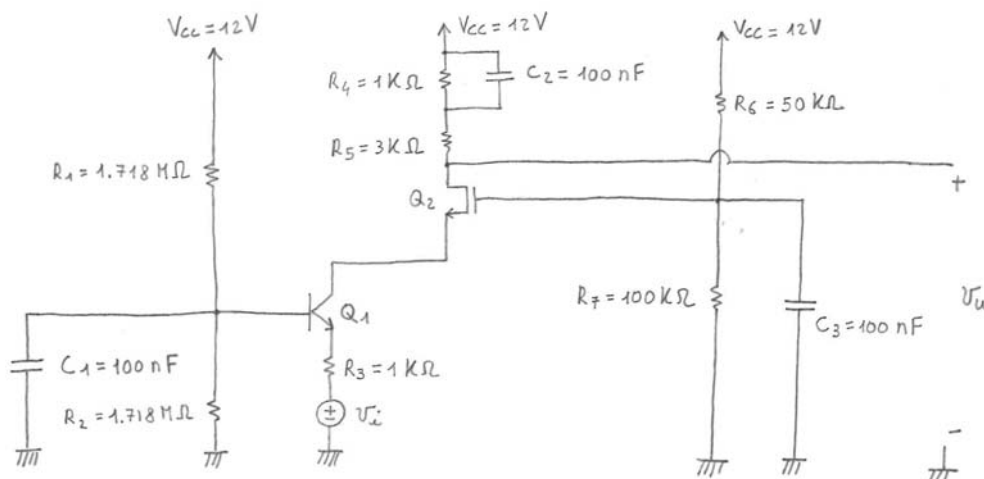
Si consideri il circuito rappresentato a sinistra nella seguente figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 2T$, della tensione $v_u(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{in}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra nella figura ($v_{in}(t) = V_M \sin(\omega t)$ per $0 \leq t \leq T$ e $v_{in}(t) = (V_M/2) \sin(\omega t)$ per $T \leq t \leq 2T$, dove $\omega = 2\pi/T$). In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Si consideri il diodo ideale.

**ESERCIZIO N°2**

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, determinare il punto di lavoro dei transistori Q_1 e Q_2 ed il valore della tensione di uscita V_U a riposo.

[Si consiglia di partire dalla valutazione delle correnti di riposo di Q_1 , aiutandosi con un equivalente di Thevenin di ciò che sta a sinistra della base di Q_1 .]



per Q_1 : $h_{FE} = 200$;

per Q_2 : $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 4 \frac{mA}{V^2}$

$V_T = 1V$

ESERCIZIO N°3

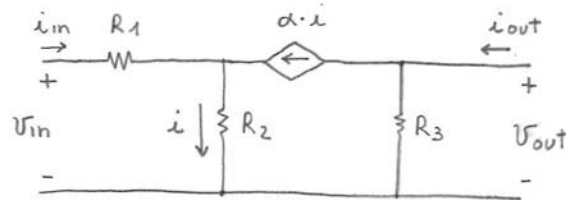
7.5 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_{in}$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto. Si considerino per Q_1 : $h_{ie}=6\text{ K}\Omega$, $h_{fe}=250$ e per Q_2 : $g_m=5\text{ mA/V}$. [Si noti che il condensatore C_3 introduce singolarità coincidenti.]

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

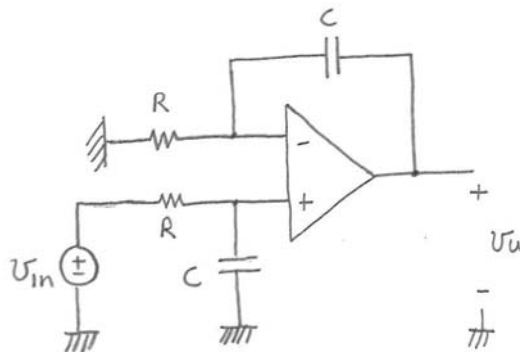
Si ricavino i parametri g_i e g_f per il quadripolo mostrato nella seguente figura (dove α è una costante adimensionale). [Si noti che la resistenza R_3 non influisce sul valore di tali parametri.]



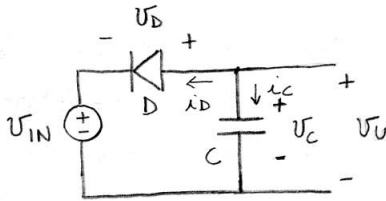
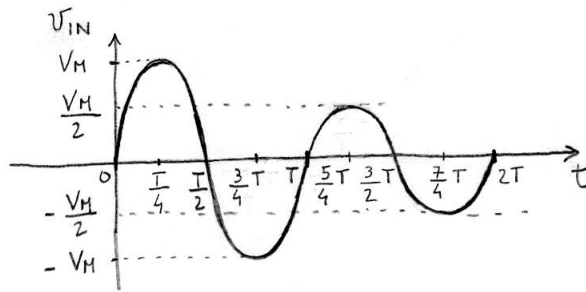
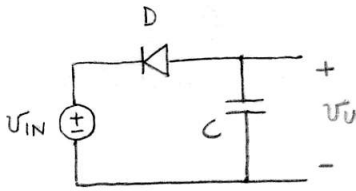
ESERCIZIO N°5

6 punti (4)

Ipotizzando l'amplificatore operazionale ideale e lavorando in s , si trovi come è legata V_u a V_{in} nel circuito riportato nella seguente figura.

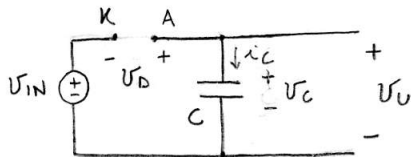


1)



assumiamo C inizialmente scarico : $V_C(0) = 0 \rightarrow V_U(0) = 0$

partendo da $t=0$, inizialmente $V_{IN} > 0$; quindi presumibilmente $V_D = V_U - V_{IN}$ sarà negativa e il diodo D interdetto, quindi ipotizziamo D interdetto $\rightarrow$ il circuito diventa



essendo la maglia aperta, non ci scorre corrente $\rightarrow$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = 0 \rightarrow V_C \text{ costante} \rightarrow$$

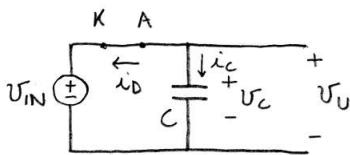
$V_U (= V_C)$ costante $\rightarrow V_U$ rimane pari al valore iniziale $V_U(0)$, cioè $0 \rightarrow V_U = 0$;

dobbiamo verificare che $V_D < 0 \rightarrow V_D = V_{AK} = V_U - V_{IN} = 0 - V_{IN} < 0 \rightarrow V_{IN} > 0$;

questo rimane vero finché $V_{IN} > 0$ cioè fino a $t = \frac{T}{2}$;

quindi per $0 < t < \frac{T}{2}$ il diodo D è interdetto e $V_U = 0$;

superato $t = \frac{T}{2}$ la V_{IN} diventa negativa, quindi l'ipotesi fatta sul diodo cade e quindi ipotizziamo D in conduzione $\rightarrow$ il circuito diventa



$$V_U = V_{IN}$$

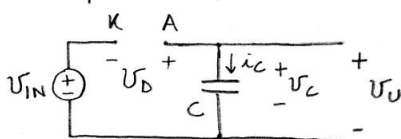
dobbiamo verificare che $i_D > 0$;

$$\text{ma } i_D = -i_C = -C \frac{dV_C}{dt} = -C \frac{dV_{IN}}{dt} > 0 \rightarrow \frac{dV_{IN}}{dt} < 0 \rightarrow$$

V_{IN} decrescente, il che è vero fino a $t = \frac{3}{4}T$;

quindi per $\frac{T}{2} < t < \frac{3}{4}T$ il diodo D conduce e $V_U = V_{IN}$;

superato $t = \frac{3}{4}T$ la V_{IN} comincia a crescere, quindi l'ipotesi fatta sul diodo cade e quindi ipotizziamo D interdetto $\rightarrow$ il circuito diventa



essendo la maglia aperta, non ci scorre corrente $\rightarrow$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = 0 \rightarrow V_C \text{ costante} \rightarrow$$

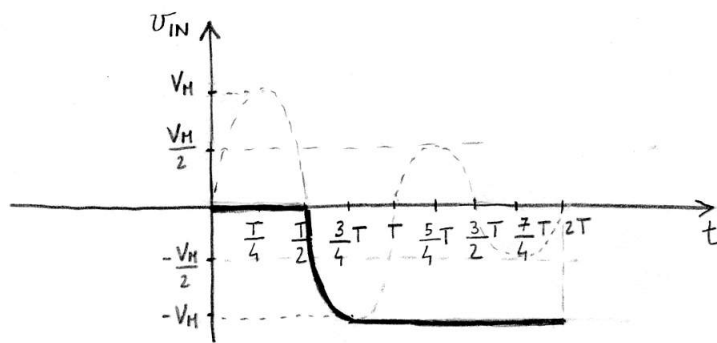
$V_U (= V_C)$ costante $\rightarrow V_U$ rimane pari all'ultimo valore

che ha assunto nella fase precedente, cioè al valore che ha assunto per $t = \frac{3}{4}T$, cioè pari a $-V_H$;

dobbiamo verificare che $V_D < 0 \rightarrow V_D = V_{AK} = V_U - V_{IN} = -V_H - V_{IN} < 0 \rightarrow V_{IN} > -V_H$

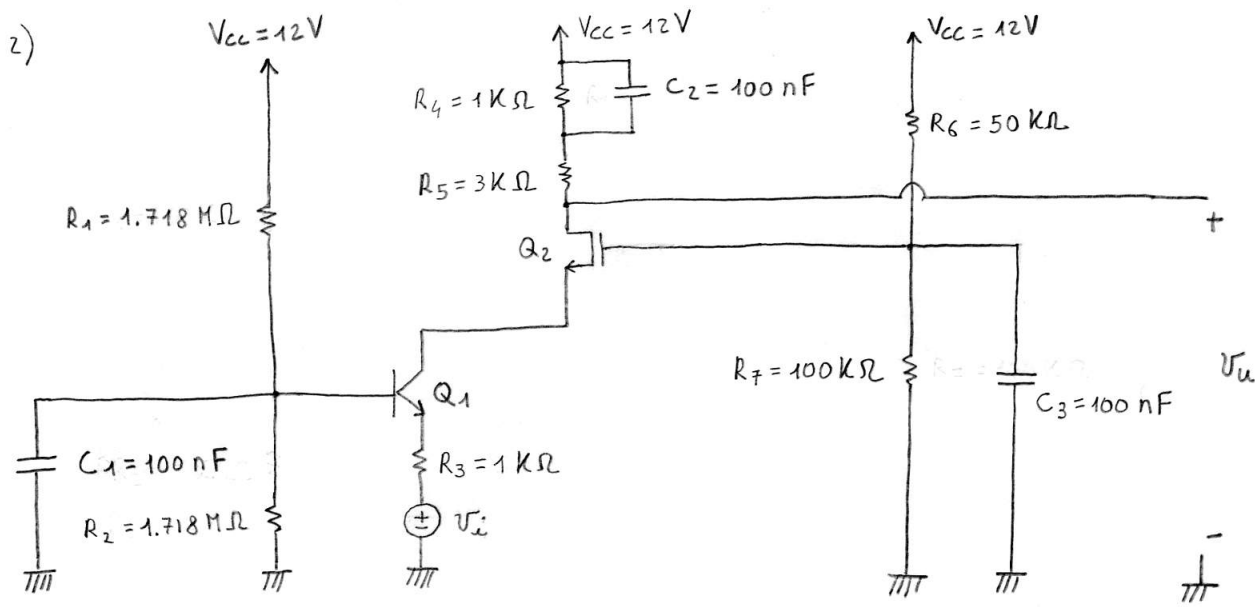
questo è vero per tutti gli istanti di tempo considerati successivi a $t = \frac{3}{4}T$,
 quindi per $\frac{3}{4}T < t < 2T$ il diodo D è interdetto e $v_U = -V_H$.

In conclusione in uscita abbiamo:



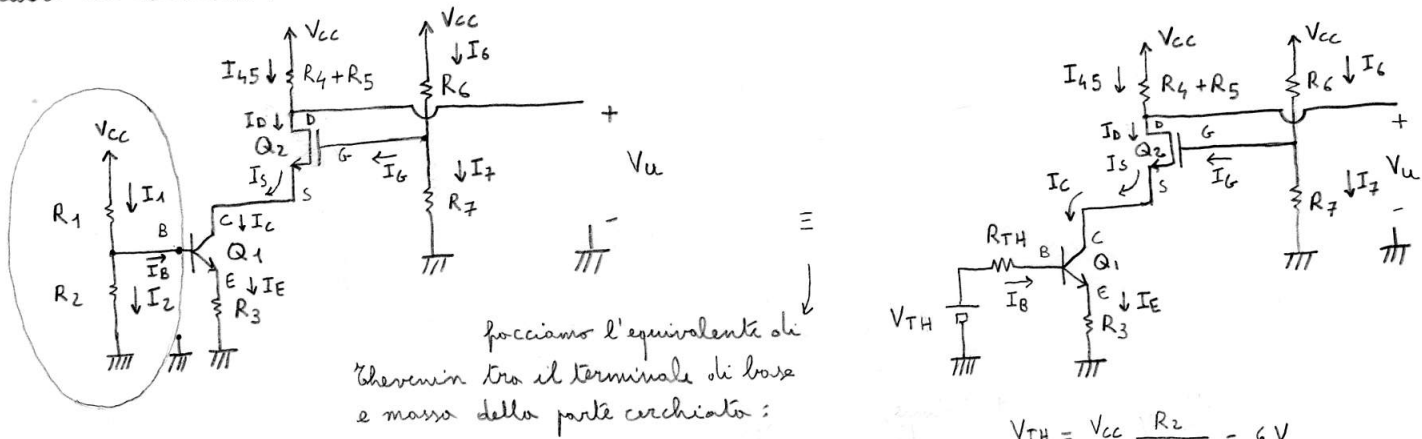
Il circuito è un rivelatore di picco negativo.

2)



per Q_1 : $h_{FE} = 200$; per Q_2 : $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 4 \frac{mA}{V^2}$
 $V_T = 1V$

Circuito in continuo:



ipotesi 1: Q_1 in zona attiva diretta
 $I_C = I_B \cdot h_{FE}$; $I_E = I_B + I_C = I_B (h_{FE} + 1)$

imponiamo l'equilibrio delle tensioni alla maglia che comprende V_{TH} , R_{TH} , V_{BE} e R_3 :
 $V_{TH} = R_{TH} I_B + V_{BE} + R_3 I_E = R_{TH} I_B + V_{BE} + R_3 I_B (h_{FE} + 1) \rightarrow I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + R_3 (h_{FE} + 1)} = 5 \mu A > 0 \rightarrow *$
 (dato che $I_G = 0$)

$I_C = h_{FE} I_B = 1 mA = I_S \uparrow I_D = I_{45}$
 $I_E = (h_{FE} + 1) I_B = 1.005 mA$
 $V_E = R_3 I_E = 1.005 V$
 $V_B = V_E + V_{BE} = 1.705 V$
 $I_1 = \frac{V_{CC} - V_B}{R_1} = 5.992433 \mu A$
 $I_2 = \frac{V_B}{R_2} = 0.992433 \mu A$
 $V_D = V_{CC} - (R_4 + R_5) I_{45} = 8 V = V_u$
 $I_G = 0 \rightarrow I_C = I_7 \rightarrow V_G = V_{CC} \frac{R_7}{R_6 + R_7} = 8 V$

$V_{TH} = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6 V$
 $R_{TH} = R_1 // R_2 = 859 K \Omega$

$$I_6 = I_7 = \frac{V_{CC}}{R_6 + R_7} = 80 \mu A$$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$$I_D = K (V_{GS} - V_T)^2 \quad \text{con} \quad K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 4 \frac{mA}{V^2}$$

$$V_{GS} = V_T + \sqrt{\frac{I_D}{K}} = 1.5 V > V_T$$

un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$

$$V_S = V_G - V_{GS} = 6.5 V = V_C$$

$$V_{CE} = V_C - V_E = 5.495 V > V_{CEsat} \approx 0.1 V$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = 1.5 V > V_{GS} - V_T = 0.5 V$$

*

ipotesi 1 verificata

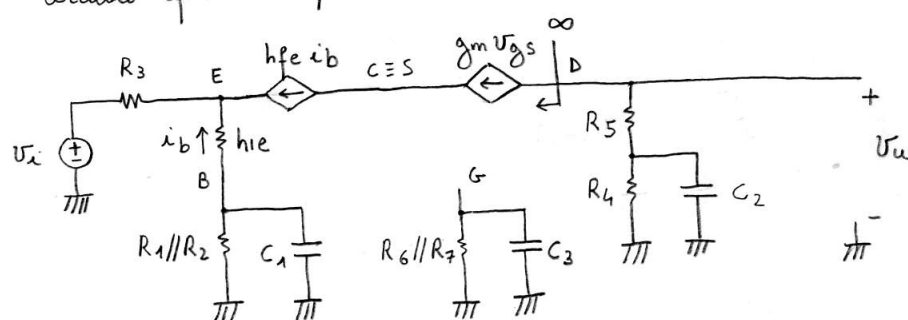
ipotesi 2 verificata

$$\left[g_m = 2K (V_{GS} - V_T) = 4 \frac{mA}{V} \right] \quad \text{NON RICHIESTO}$$

3) per Q_1 : $h_{fe} = 250$, $h_{ie} = 6 K\Omega$

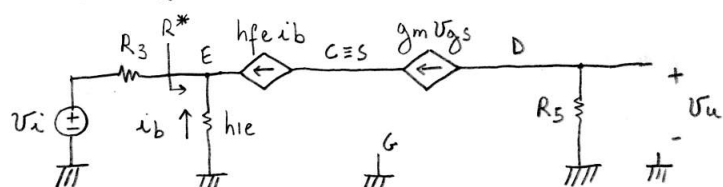
$$\text{per } Q_2: g_m = 5 \frac{mA}{V}$$

Circuito equivalente per le variazioni:



3 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 3 poli

calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i 3 condensatori



$$v_u = -R_5 g_m v_{gs} = -R_5 h_{fe} i_b$$

(per l'equilibrio delle correnti al nodo $C \equiv S$ si ha che $g_m v_{gs} = h_{fe} i_b$)

imponendo l'equilibrio delle tensioni alla maglia contenente v_i , R_3 e h_{ie} si ha:

$$v_i + R_3 (h_{fe} + 1) i_b + h_{ie} i_b = 0 \rightarrow i_b = - \frac{v_i}{h_{ie} + R_3 (h_{fe} + 1)}$$

$$[\text{o equivalentemente: } R^* = \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}, \text{ per cui } -(h_{fe} + 1) i_b = \frac{v_i}{R_3 + R^*} = \frac{v_i}{R_3 + \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}} \rightarrow$$

$$i_b = - \frac{v_i}{h_{ie} + R_3 (h_{fe} + 1)}]$$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = \frac{R_5 h_{fe}}{h_{ie} + R_3 (h_{fe} + 1)} = 2.91829 \quad (\text{positivo, come \(\vec{e}\) giusto che sia dato che si tratta}$$

della cascata di uno stadio a base comune, non invertente, e di uno stadio a gate comune, non invertente)

$$|A_v(\infty)|_{dB} = 9.3026 \text{ dB}$$

$$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow \text{numero zeri} = \text{numero poli} = 3$$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1, C_2 e C_3)

$$R_{VC1} = R_1 // R_2 // (h_{ie} + R_3 (h_{fe} + 1)) = 197816.31 \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 50.552 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 8.0456 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_1 // R_2 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ perché in tal caso si annulla la i_b (in quanto $v_i = -R_3 (h_{fe} + 1) i_b - (h_{ie} + R_1 // R_2 // \frac{1}{C_1 s}) i_b \rightarrow i_b = -\frac{v_i}{R_3 (h_{fe} + 1) + h_{ie} + R_1 // R_2 // \frac{1}{C_1 s}}$), quindi la $h_{fe} i_b$, quindi la $g_m v_{gs}$ e di conseguenza $v_u = -g_m v_{gs} (R_5 + R_4 // \frac{1}{C_2 s})$

$$R_1 // R_2 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{(R_1 // R_2) \frac{1}{C_1 s}}{(R_1 // R_2) + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_1 // R_2}{1 + (R_1 // R_2) C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + (R_1 // R_2) C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{(R_1 // R_2) C_1} \rightarrow$$

$$\omega_{Z1} = \frac{1}{(R_1 // R_2) C_1} = 11.641 \text{ rad/s} \rightarrow f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 1.8528 \text{ Hz}$$

$$R_{VC2} = R_4 // (R_5 + \infty) = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 10000 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P2} = 1591.55 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_5 + R_4 // \frac{1}{C_2 s} = 0$ perché in tale condizione v_u è cortocircuitata a massa

$$R_5 + R_4 // \frac{1}{C_2 s} = 0 \rightarrow R_5 + \frac{R_4 \frac{1}{C_2 s}}{R_4 + \frac{1}{C_2 s}} = R_5 + \frac{R_4}{1 + R_4 C_2 s} = \frac{R_5 + R_4 R_5 C_2 s + R_4}{1 + R_4 C_2 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_4 + R_5 + R_4 R_5 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_4 + R_5}{R_4 R_5 C_2} = -\frac{1}{C_2 (R_4 // R_5)} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{C_2 (R_4 // R_5)} = 13333.3 \text{ rad/s} \rightarrow$$

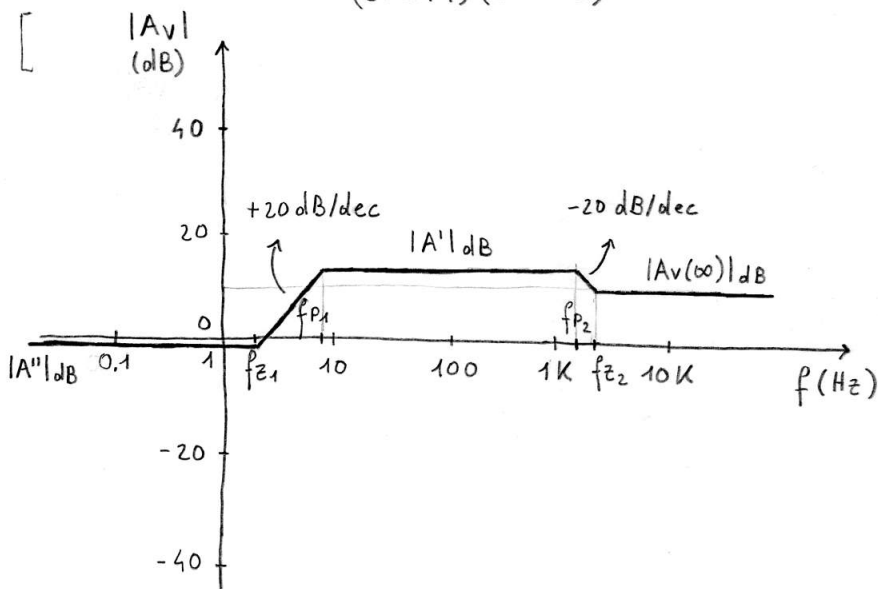
$$f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 2122.066 \text{ Hz}$$

il condensatore C_3 invece non introduce singolarità (o, equivalentemente, introduce un polo e uno zero coincidenti) in quanto non influisce sulla v_u e quindi sulla funzione di trasferimento: $v_g = 0$ a prescindere dal valore dell'impedenza di C_3 ;

$$\left[\text{in particolare } \omega_{P3} = \frac{1}{C_3 (R_6 // R_7)} = \omega_{Z3} \right]$$

La funzione di trasferimento è la seguente:

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{Z1})(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



NON RICHIESTO

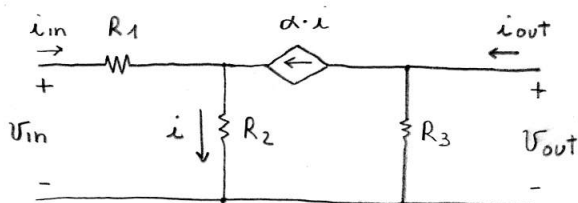
$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 3.891$$

$$|A'|_{dB} = 11.8 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{Z1}}{f_{P1}} = 0.896$$

$$|A''|_{dB} = -0.953 \text{ dB}$$

4)



$$\begin{cases} i_{out} = g_f V_{in} + g_o V_{out} \\ i_{in} = g_i V_{in} + g_r V_{out} \end{cases} \rightarrow$$

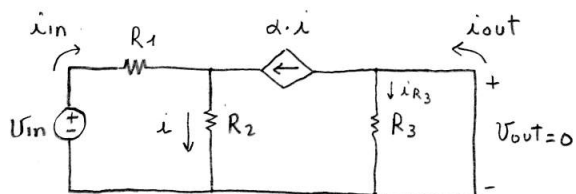
$$g_f = \left. \frac{i_{out}}{V_{in}} \right|_{V_{out}=0}$$

$$g_o = \left. \frac{i_{out}}{V_{out}} \right|_{V_{in}=0}$$

$$g_i = \left. \frac{i_{in}}{V_{in}} \right|_{V_{out}=0}$$

$$g_r = \left. \frac{i_{in}}{V_{out}} \right|_{V_{in}=0}$$

per calcolare g_f e g_i imponiamo $V_{out}=0$ (cioè cortocircuitiamo la porta di uscita)



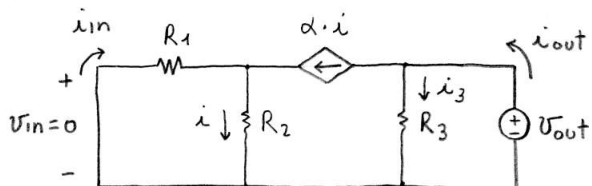
$$i_{in} = i - \alpha \cdot i = (1 - \alpha) \cdot i \rightarrow i = \frac{i_{in}}{1 - \alpha}$$

$$V_{in} = R_1 i_{in} + R_2 i = R_1 i_{in} + R_2 \frac{i_{in}}{1 - \alpha} = i_{in} \left(R_1 + \frac{R_2}{1 - \alpha} \right) \rightarrow g_i = \frac{i_{in}}{V_{in}} = \frac{1}{R_1 + \frac{R_2}{1 - \alpha}} = \frac{1 - \alpha}{R_1(1 - \alpha) + R_2}$$

(essendo un cortocircuito in parallelo alla R_3 , tutta la corrente $\alpha \cdot i$ scorre nel cortocircuito in quanto $i_{R_3} = V_{out}/R_3 = 0/R_3 = 0$)

$$i_{out} = \alpha \cdot i = \frac{\alpha}{1 - \alpha} i_{in} \rightarrow g_f = \frac{i_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{\alpha}{1 - \alpha} i_{in}}{i_{in} \left(R_1 + \frac{R_2}{1 - \alpha} \right)} = \frac{\alpha}{R_1(1 - \alpha) + R_2}$$

[per calcolare g_o e g_r imponiamo $V_{in}=0$ (cioè cortocircuitiamo la porta di ingresso)



$$i_{in} = i - \alpha i = (1 - \alpha) i$$

scrivendo l'equilibrio delle tensioni alla maglia contenente R_1 e R_2 trova che:

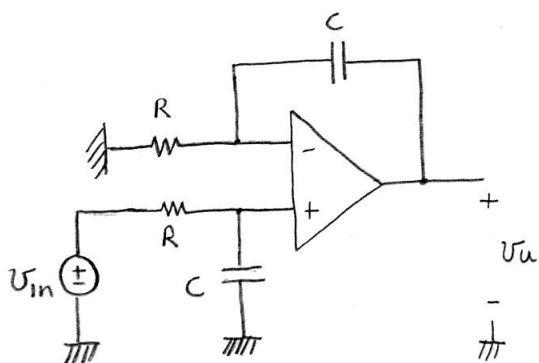
$$R_1 i_{in} + R_2 i = 0 \rightarrow R_1(1 - \alpha) i + R_2 i = 0 \rightarrow \underbrace{[R_1(1 - \alpha) + R_2]}_{\neq 0} i = 0 \rightarrow i = 0 \rightarrow i_{in} = 0 \rightarrow$$

$$g_r = \frac{i_{in}}{V_{out}} = 0$$

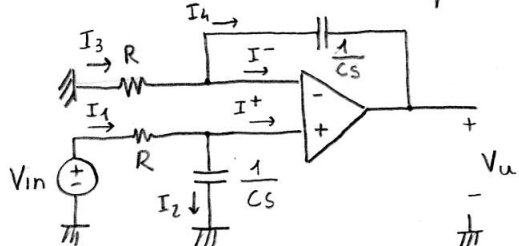
$$\text{essendo } i = 0, \text{ anche } \alpha \cdot i = 0 \rightarrow i_{out} = i_3 = \frac{V_{out}}{R_3} \rightarrow g_o = \frac{i_{out}}{V_{out}} = \frac{1}{R_3}$$

] NON RICHIESTO

5)



lavorando nel dominio di Laplace (e considerando i condensatori inizialmente scarichi);



per il c.c.v.: $I^+ = 0 \rightarrow I_1 = I_2 \rightarrow V^+ = V_{in} \frac{\frac{1}{CS}}{R + \frac{1}{CS}} = V_{in} \frac{1}{1 + RCS}$

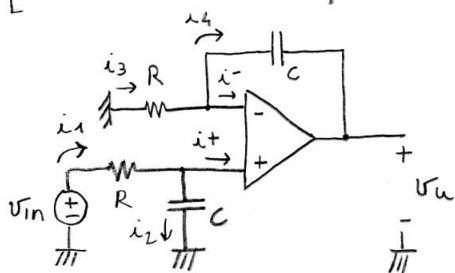
per il c.c.v.: $V^- = V^+$

$$I_3 = \frac{0 - V^-}{R} = -\frac{V^+}{R}$$

per il c.c.v.: $I^- = 0 \rightarrow I_4 = I_3$

$$\begin{aligned} V_u = V^- - \frac{1}{CS} I_4 &= V^+ + \frac{1}{CS} I_3 = V^+ + \frac{V^+}{RCS} = V^+ \left(1 + \frac{1}{RCS} \right) = V^+ \frac{1 + RCS}{RCS} = \\ &= V_{in} \frac{1}{1 + RCS} \frac{1 + RCS}{RCS} = V_{in} \frac{1}{RCS} \Rightarrow v_u(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t v_{in}(\tau) d\tau \end{aligned}$$

[In modo alternativo, lavorando nel dominio del tempo (e considerando i condensatori inizialmente scarichi);



NON RICHIESTO

per il c.c.v.: $i^+ = 0 \rightarrow i_1 = i_2 \rightarrow \frac{v_{in}(t) - v^+(t)}{R} = C \frac{dv^+(t)}{dt} \rightarrow \frac{v_{in}}{R} - \frac{v^+}{R} = C \frac{dv^+}{dt}$

(1)

per il c.c.v.: $v^- = v^+$

$$i_3 = \frac{0 - v^-}{R} = -\frac{v^-}{R}$$

per il c.c.v.: $i^- = 0 \rightarrow i_4 = i_3 \rightarrow C \frac{d(v^-(t) - v_u(t))}{dt} = -\frac{v^-(t)}{R} \rightarrow C \frac{dv^+}{dt} - C \frac{dv_u}{dt} = -\frac{v^+}{R}$

(2)

sostituendo nell'equazione (2) la $C \frac{dv^+}{dt}$ data dall'equazione (1), si ottiene:

$$\left(\frac{v_{in}}{R} - \frac{v^+}{R} \right) - C \frac{dv_u}{dt} = -\frac{v^+}{R} \rightarrow C \frac{dv_u}{dt} = \frac{v_{in}}{R} \rightarrow \frac{dv_u}{dt} = \frac{v_{in}}{RC} \rightarrow v_u = \frac{1}{RC} \int_0^t v_{in}(\tau) d\tau$$

Si tratta quindi di un integratore non invertente